

# 物理科疑難問題討論

褚 德 三

國立交通大學電子物理系所

緬甸興華高中數理科教師黃國輝先生來函：

高中一年級基礎理化第一冊的137頁中，有這樣一道習題：

〔問10-1.1〕

質量為75公斤的人在木星上重量多少？（木星的半徑為 $7.18 \times 10^7$ 公尺，質量為 $1.90 \times 10^{27}$ 公斤。地球的半徑為 $6.38 \times 10^6$ 公尺，質量為 $5.98 \times 10^{24}$ 公斤）。

在162頁中，對此問題的解答如下：

〔解〕

由於重量就是人體上所受的重力，所以

$$F = G \frac{(\text{木星的質量}) \cdot (\text{人的質量})}{(\text{木星的半徑})^2}$$

$$= 6.67 \times 10^{-11} \cdot \frac{1.90 \times 10^{27} \cdot 75}{(7.18 \times 10^7)^2} = 1.85 \times 10^3 \text{牛頓}$$

因9.8牛頓 = 1.00公斤重，故

$$F = \frac{1.85 \times 10^3}{9.8} = 188 \text{公斤重}$$

對於該問題的解法，本人有不同的看法。因為照一些教科書的習題慣例，題目中沒有給出重力常數G的數值，就不能使用之。且該題中已給出地球的半徑和地球的質量，就應該按已知條件去演算。

以下是這道習題的解答法之一。

由於重量就是人體所受的重力，所以在木星上人之重量

$$F_{\text{木}} = G \frac{(\text{木星質量}) \cdot (\text{人的質量})}{(\text{木星的半徑})^2} = G \frac{m_{\text{木}} m_{\text{人}}}{R_{\text{木}}^2} \quad \text{—— ①}$$

$$F_{地} = G \frac{m_{地} m_{人}}{R_{地}^2} \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①} \div \text{②} \quad \frac{F_{木}}{F_{地}} = \frac{\frac{m_{木}}{R_{木}^2}}{\frac{m_{地}}{R_{地}^2}} = \frac{m_{木} \times R_{地}^2}{m_{地} \times R_{木}^2}$$

$$= \frac{1.9 \times 10^{27} \times 6.38 \times 6.38 \times 10^{12}}{5.98 \times 10^{24} \times 7.18 \times 7.18 \times 10^{14}}$$

$$F_{木} = 2.509 F_{地}$$

即在木星上，人的重量將是地球上的2.5倍。故在地球上重75公斤的人在木星上將重  $75 \times 2.509 = 188$  公斤。

所得答案和書本上的答案一樣。

位於緬甸 東枝市的興華中學，今年重辦高中部。由於理化一科一時找不到適當的教師，校董方面請我出面幫忙。自知才識淺薄，本不敢接此重任，但校董方面盛意難卻，只好勉力而為。理化一科份量相當重，不甚明瞭之處頗多。為了教好書，只有多向一些內行人員請教。問題是國內教育程度一般都高於本地程度，國內的高中理化課程水平也超越本地緬甸高中理化課本的水平，故這裏的一般緬甸高中理化教師也“啃”不動國內的高中理化課本。幸喜東枝有一所緬甸大學，有不懂之處可向當地的大學教師求教。他們看不懂方塊字，自己多辛苦一點做些翻譯工作就是了，這樣濫竽充數總算“混”過了一學期。在學期末要教授有關“作用力和場”這一章時，一位大學朋友就上面所述及的問題提出了他的看法。他認為如果習題中不給  $G$  值，就不能直接用此值，且本題中又給著地球的質量和半徑，所以更不應採用  $G$  值來計算此題。如一定要用  $G$  值來計算，則題目中根本就不必給地球的半徑和質量等數值了。

這位朋友還順手出了好幾道習題供我研究參考，茲將其所出的習題翻譯成中文如下：

(1) 地球質量為月球的81倍，而半徑為月球的3.6倍，則月球表面的重力加速度是地球的多少倍？在地球上重75公斤的人在月球上將重多少？

設 地球質量 =  $M_E$  ， 地球半徑 =  $R_E$

月球質量 =  $M_m$  ， 月球半徑 =  $R_m$

則有  $M_E = 81M_m$  及  $R_E = 3.6R_m$

設 地球上重力加速度 =  $g_E$ ，月球上重力加速度 =  $g_m$

在地球上質量為  $m$  之物所受重力 =  $F_E$

$$\text{則 } F_E = mg_E = G \frac{mM_E}{R_E^2} \quad \text{--- ①}$$

在月球上質量為  $m$  之物所受重力 =  $F_m$

$$\text{則 } F_m = mg_m = G \frac{mM_m}{R_m^2} \quad \text{--- ②}$$

$$\text{②} \div \text{①} \quad \frac{F_m}{F_E} = \frac{g_m}{g_E} = \frac{mM_m \times R_E^2}{mM_E \times R_m^2}$$

$$= \frac{m_m \times 3.6 \times 3.6 \times R_m^2}{81m_m \times R_m^2}$$

$$= \frac{16}{100} = 0.16$$

$$\therefore g_m = 0.16 g_E$$

$$F_m = 0.16 F_E$$

∴ 月球表面的重力加速度是地球的 0.16 倍

在地球上重 75 公斤的人，在月球上重 =  $75 \times 0.16 = 12$  公斤。

(2) 月球質量為  $7.2 \times 10^{22} \text{ kg}$ ，半徑為  $1.7 \times 10^6$  公尺

若重力常數  $G = \frac{20}{3} \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ ，

求月球上的重力加速度值。

已知月球質量  $M = 7.2 \times 10^{22} \text{ kg}$ ，半徑  $R = 1.7 \times 10^6 \text{ m}$ ，

在月球上質量為  $m$  的物質所受重力

$$F = mg = G \frac{mM}{R^2}$$

$$g = \frac{20}{3} \times 10^{-11} \times \frac{7.2 \times 10^{22}}{1.7 \times 1.7 \times 10^{12}}$$

$$= \frac{4.8}{2.89} = 1.66 \text{ ms}^{-2}$$

∴ 月球上重力加速度值 =  $1.66 \text{ ms}^{-2}$

(3)一火箭在地面上重250N，在上空某處，A重160N，則A距地面有多高？已知地球半徑為6,400公里。

設A距地面高處 =  $h$  公里 火箭質量 =  $m$ ，地球質量 =  $M$

$$\text{在地面上火箭所受重力 } F_1 = G \frac{mM}{R^2} = 250N \quad \text{--- ①}$$

$$\text{在A處火箭所受重力 } F_2 = G \frac{mM}{(R+h)^2} = 160N \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①} \div \text{②} \quad \frac{F_1}{F_2} = \left( \frac{R+h}{R} \right)^2 = \frac{250}{160}$$

$$\frac{R+h}{R} = \frac{5}{4}$$

$$h = 1,600 \text{ 公里}$$

∴ A距地面1,600公里高

(4)已知在地面上  $g$  值 =  $99.8\text{ms}^{-2}$ ，則在地面上空600公里高處，地球之重力加速度是多少呢？

地球半徑 = 600公里

(5)已知木星的質量為  $1.944 \times 10^{27}\text{kg}$ ，半徑為  $7.2 \times 10^7\text{m}$

$$G = \frac{20}{3} \times 10^{-11}\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2,$$

求木星上的重力加速度  $g$  值。

(6)在高空A處，地球之重力加速度為  $5\text{ms}^{-2}$ 。A距地球表面有多高呢？

(地面上  $g = 9.8\text{ms}^{-2}$ ，地球半徑 = 6,400公里)

朋友將其所出的有關習題歸納總結如下：

- (一)如果問題已知條件只是一個星球的半徑和質量，要求在此星球上某物的重量或  $g$  值，則這類問題通常需要用  $G$  值。例如第(2)、第(5)兩題。
- (二)如果給著兩個星球（其中一個通常是地球）的半徑和質量，要比較（或求）某物在一星球上的重量（或）重力加速度值，則通常可採用比例方法來求，這時  $G$  值自然而然會被抵消，習題中不必再給這個  $G$  值了。例如第(1)題及基礎理化課本的〔問10-1.1〕。
- (三)如果給著同一星球上（多半是地球上）的兩個不同高點，求這兩點中一點上之物質重量或  $g$  值，則這類問題和(二)的問題相似，多半也不必用  $G$  值。例如第(3)、(4)、(6)等題。

對於本節的教學，朋友還提了幾項建議：

(I)有關天體的運動和重力、引力問題，有史以來就一直是很吸引人們的問題。求學慾旺盛的青少年，對此類問題會更感興趣。但因這類問題在計算時，都要掌握很大的數字。這些天文數字可能會把一些“膽小鬼”嚇跑掉（特別是不允許採用電子計算機時）。這時就要掌握兩個原則；第一是學生們要懂得用科學計數法，第二是老師出的題目應盡量將數目字簡化成學生容易掌握的數字（當然不能簡化得太離譜），使學生不用電子計算機也能夠較快地計算出來。

例如：前述的基礎理化上册中的那一道題目，可把有關星球資料稍為變動簡化如下：

# 設木星質量為  $1.92 \times 10^{27} \text{kg}$ ，半徑為  $7.2 \times 10^7$  公尺，地球半徑為  $6.4 \times 10^6$  公尺，質量為  $6 \times 10^{24}$  公斤，則在地球上重 75 公斤的人在木星上重多少呢？

在這裏，有關星球的資料都作了少許的更改。這樣一改後，學生即使沒有電子計算機，要計算這類問題也就不會有太大的困難了。

(II)基於以上的原則，G 值最好也改成  $\frac{20}{3} \times 10^{-11}$ （而不要用  $6.67 \times 10^{-11}$ ），這樣學生要計算有關問題也較方便了。

(III)重量的正確單位應是牛頓 Newton。不過許多人在習慣上仍把公斤（kg）當成重量單位。高中理化上册中的〔問 10-1.1〕習題就代表了這種習慣。所以在該習題中先找出木星上的重力（ $F_{*}$ ）和地球上的重力（ $F_{地}$ ）之比值後，再找出地球上重 75kg 的人在木星上將有多重，這樣比較適當。在這裏應注意向學生強調重量的正確單位是 Newton，而不是 kg。

前面已提到過，本人才疏學淺，對一些問題有時無法融會貫通。該朋友的見解、看法及建議是否完全正確合理，也不敢輕率肯定。而現在我們採用的課本，又是民 76 年 8 月的修訂版，這八、九年來課本內容是否有更改也不得而知。現在就這個問題請教國內該教科書的主編者，有不對和打擾之處，還望各位師長能多加指教和給予原諒。

### 〔附註〕

該基礎理化上册（民 76 年 8 月的修訂版）中，〔問 10-1.1〕的解答還有一錯誤之處，那就是 G 值本來應是  $6.67 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ 。但書本上卻是  $6.67 \times 10^{-10} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ 。這可能是印刷時技術錯誤，相信在以後的版本中可能會加以修正吧！

答：

黃老師：

謝謝你的來函，對於您爲了「真知」而求「甚解」的態度，個人萬分敬佩。假如天下的老師，都有您的精神，大概就不會有「放牛班」的學生了。

您提出來的問題都很正確，看法也都很對，例如：基礎理化第一冊的〔問10-1.1〕，這個題目中，既然給了木星及地球的半徑及質量，當然用比例的方法，求出人在木星上的重量，不僅比較合理，而且也少了許多的計算。

但在國內，有關這一類的問題，通常也允許學生直接用G值代入計算，而不限定非得使用  $\frac{F_{\text{木星}}}{F_{\text{地球}}}$  的方法。這是因爲物理問題本來就沒有有一定的解決方法。尤其爲了鼓勵學生們的想像力及訓練他們思考的自由度，只要他們能應用他們所知的知識去解決問題，一般都會被接受的。因此您朋友提出的幾道問題，解法有一定模式的教學方法，在國內而言，是比較少見的。

至於您朋友所提議的，在出題時爲了學生計算方便，把木星的質量或半徑值稍加改動。這樣作，出發點是很好的，因爲照顧到學生的計算時間。但在國內，因爲通常允許學生用電子計算器做計算，或縱然在大型考試（如聯考），禁用電子計算器的場合中，題目爲了避免繁雜計算，一般都以符號表達較少需要繁雜計算，因此並不會發生計算困難的感覺。再加上這些數字通常很大，縱然「稍加變動」，但其差別往往會引起學生的誤解，例如：天文中，把木星質量及地球質量稍加變動，即

$$\text{木星 } 1.9 \times 10^{27} \text{ kg} \longrightarrow 1.92 \times 10^{27} \text{ kg}$$

$$\text{地球 } 5.98 \times 10^{24} \text{ kg} \longrightarrow 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$$

這樣在計算上雖然確可簡化

$$\text{但木星質量突然增大 } 0.02 \times 10^{27} \text{ kg} = 20 \times 10^{24} \text{ kg} = 3 \text{ 個多地球質量}$$

$$\text{或地球質量突然增大 } 0.02 \times 10^{24} \text{ kg} = 2 \times 10^{22} \text{ kg} = 2 \times 10^{14} \text{ 「億」公斤}$$

$$= 2 \times 10^6 \quad \text{「億」「億」公斤}$$

$$= \text{兩百萬} \quad \text{「億」「億」公斤}$$

這樣一想，就實在太驚人了。因爲若一些自然界的常數，可以隨意修改一下，這樣訓練出來的學生，將來做實驗或理論時，難保他們不爲了方便而犧牲精確度，而新物理往往是在求更精確結果的過程中得到的。

另外，重量以「公斤」表示，是國內的習慣，在國中理化中，習慣以「公斤重」代表重量（或力）的單位，尤其對於重量，遵循習慣，把「公斤重」的「重」字都省略了，但在高二、三的物理中，我們就引導學生儘可能用「牛頓」當力的單位，重量的單位則兩案併呈，有時用「公斤重」（或「公斤」），有時用「牛頓」，這是爲了大家的習慣之緣故。

最後，您所提的  $G$  值的錯誤（即  $6.67 \times 10^{-11} N-m^2/kg^2$  應  $6.67 \times 10^{-10} N-m^2/kg^2$ ）已修訂過了，目前的82年版本已是正確的了。很謝謝您的指教，目前這套書（包括教師指引）都已修訂過幾次，您不妨寫信給教育部，要一整套新版的，您們在緬甸仍不忘採用國內的書，精神令人感佩。

肅此 敬祝  
教 安

褚 德 三 敬上  
1996.10.12