1995年第36屆國際數學奧林匹亞競賽試題解答評析(II)

CANADA
1995

中華民國參加第36屆國際數學奧林匹亞競賽代表團
*陳昭地 **林哲雄 ***于 靖 +柳 賢 *朱亮儒 *洪有情
*國立臺灣師範大學數學系
**國立清華大學數學系
***中央研究院數學研究所
+國立高雄師範大學理學院

問題3（捷克）

〔解一〕$n=4$ 是唯一的整數滿足所述條件。

首先 $n=4$ 可行：令 $A_1A_2A_3A_4$ 爲單位正方形，而 $r_1=r_2=r_3=r_4=\frac{1}{6}$ 。

其次我們只須要證明 $n=5$ 時無解，因爲 $n\geq 5$ 有解表示 $n=5$ 也有解。

用反證法，假定 $n=5$ 時有解 。

令〔ijk〕表$\triangle A_iA_jA_k$ 的面積，〔ijk〕$=r_i+r_j+r_k$，$1\leq i，j，k\leq 5$

假定 $A_iA_jA_kA_l$ 是凸四邊形，就有

〔ijk〕+〔kli〕=〔jkl〕+〔lij〕

因此 $r_i+r_k=r_j+r_l$ 成立 。

我們考慮 A_1,A_2,A_3,A_4,A_5 的凸包，有以下3種情形

① 凸包是五邊形 $A_1A_2A_3A_4A_5$

在此情形下，$A_1A_2A_3A_4$、$A_1A_2A_3A_5$ 均爲凸四邊形，因此

$$r_2+r_4=r_1+r_3=r_2+r_5\ ,\quad r_4=r_5$$

於是 〔124〕=〔125〕，〔234〕=〔235〕

因爲 A_1,A_2,A_3 在 A_4A_5 的同一邊，就得到 A_1A_2 與 A_4A_5 平行，且 A_2A_3 與 A_4A_5 平行，與 A_1，A_2，A_3 三點不共線矛盾。

② 凸包是四邊形 $A_1A_2A_3A_4$

令此四邊形對角線交於 P 。可假定 A_5 在 PA_3A_4 的內部

於是 $A_1A_2A_3A_5$ 及 $A_1A_2A_5A_4$ 也是凸四邊形，就有

$r_3+r_1=r_2+r_5$ ， $r_5+r_1=r_2+r_4$ ， $r_1+r_3=r_2+r_4$

因而 $r_3=r_4=r_5$

因爲 A_3 , A_4 , A_5 在 A_1A_2 的同一邊，又得到 A_1 , A_2 , A_3 三點共線，此爲不可能。

③ 凸包是三角形 $A_1A_2A_3$

此情形下，面積關係給了〔124〕+〔234〕+〔314〕=〔125〕+〔235〕+〔315〕

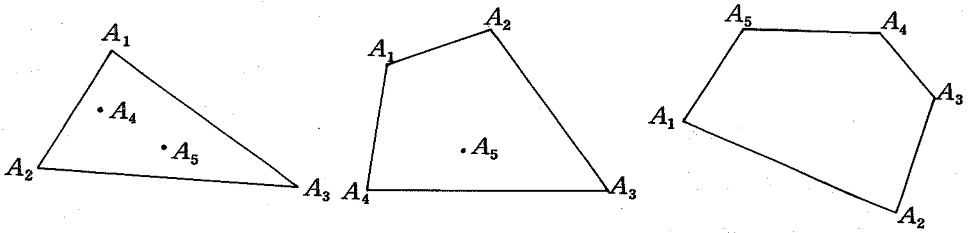
因而得到 $r_4=r_5$,〔134〕=〔135〕， A_4A_5 平行於 A_1A_3 。

另一方面 〔124〕=〔125〕， A_4A_5 也平行於 A_1A_2 。

由於 A_1 , A_2 , A_3 不共線，因此仍然矛盾。

〔解二〕（卓士堯同學解法，朱亮儒教授改寫）

① 首先觀察，給定任何5點滿足題設條件，我們總是可以找到其中3點， A_1 , A_2 , A_3 使得 A_4 與 A_5 總是在 A_kA_l 的同一邊， $1\leq k$ ， $l\leq 3$ 。



② $n=4$ 時，取 A_1 , A_2 , A_3 , A_4 構成單位正方形，

且 $r_1=r_2=r_3=r_4=\dfrac{1}{6}$ 即可滿足所求。

③ 考慮任意四點 A_i , A_j , A_k , A_l ，不妨設 A_i , A_j 在 A_kA_l 同一邊且 $r_i\geq r_j$

$\because$ $r_i+r_k+r_l=\triangle A_iA_kA_l$ 面積

$r_j+r_k+r_l=\triangle A_jA_kA_l$ 面積

$$\therefore\ r_i-r_j=\frac{1}{2}\overline{A_kA_l}\cdot(d(A_i,A_kA_l)-d(A_j,A_kA_l))$$

$$=\frac{1}{2}\overline{A_kA_l}\cdot\overline{A_iA_j}\ \sin\theta$$

其中 θ 爲 A_iA_j 與 A_kA_l 的夾角

當 i , j 取定時， r_i-r_j 及 $\overline{A_iA_j}$ 皆爲定值，因此當 A_i , A_j 在 A_kA_l 的同

一邊時，$\overline{A_kA_l}\ \sin\alpha_{kl}$ 皆爲定值(其中 α_{kl} 是 A_kA_l 與 A_iA_j 夾角)。

④ 應用②的結論以及①的觀察。當 $n\geq 5$ 時，取5點使得 A_4, A_5 總是在 A_kA_l 的同一邊，$1\leq k$，$l\leq 3$，且 $r_4\geq r_5$。

於是 $\overline{A_1A_2}\ \sin\alpha_{12}=\overline{A_1A_3}\ \sin\alpha_{13}$

$\therefore\ A_2A_3 /\!/ A_4A_5$

同理 $A_1A_2 /\!/ A_4A_5 /\!/ A_2A_3$

$\therefore\ A_1, A_2, A_3$ 三點共線，矛盾

綜合以上討論，知 $n=4$。

評析：

1. 這道題由捷克所設計，屬於組合與幾何混合題。被歸爲M+，即中等偏難的題目，滿分有100人，0分也有96人。平均得分3.13，得分率0.45，難度指數0.48，鑑別指數0.77，鑑別度和難度應算合理。我國參賽學生在這道題的平均得分是5分，一位滿分，一位得兩分，其他四位都是5～6分。

2. 解題重點：

(1) 先從 $n=4$ 着手。很容易看出當 $A_1A_2A_3A_4$ 爲單位正方形，且 $r_1=r_2=r_3=r_4=\dfrac{1}{6}$ 時，滿足條件。

(2) 再看 $n=5$：

① 導出當 $A_1A_2A_3A_4$ 爲凸四邊形時 $r_1+r_3=r_2+r_4$。

② 分別討論無論凸包是五邊形 $A_1A_2A_3A_4A_5$ 或凸包是四邊形 $A_1A_2A_3A_4$ 或凸包是三角形 $A_1A_2A_3$ 等情形都得到矛盾。

(3) 因 $n=5$ 不可能，當然 $n\geq 5$ 時也都不可能。

3. 討論：

這道題答案寫起來必須逐步說明，因此考驗了表達完整及清楚的能力。我國學生有四位被扣1～2分，原因即在於表達不夠完整，雖然解題的想法是正確的。尤其是卓士堯這道題想法很獨到，但是對於各種情況(Cases)的說明有遺漏，雖經副領隊朱亮儒一再補充解釋，加拿大評分協調員仍然堅持扣去一分，甚爲可惜。

問題4(波蘭)

設正實數的數列 $x_0, x_1, \cdots\cdots, x_{1995}$ 滿足下列兩條件：

(i) $x_0=x_{1995}$

(ii) $x_{i-1}+\dfrac{2}{x_{i-1}}=2x_i+\dfrac{1}{x_i}$，其中 $i=1,2,\cdots\cdots,1995$。

求所有滿足上述條件的數列中 x_0 的最大值。

解：由條件(ii)得 $2x_i^2-(x_{i-1}+\dfrac{2}{x_{i-1}})x_i+1=0$， 分解爲

$(2x_i-x_{i-1})(x_i-\dfrac{1}{x_{i-1}})=0$，從而得 $x_i=\dfrac{x_{i-1}}{2}$ 或 $x_i=\dfrac{1}{x_{i-1}}$。

其次，由數學歸納法證明 $x_i=2^{k_i}x_0^{\varepsilon_i}$，其中 k_i 爲滿足 $|k_i|\leq i$ 的整數，$\varepsilon_i=(-1)^{k_i+i}$，$i=0,1,2,\cdots\cdots,1995$。當 $i=0$ 時，$x_0=2^0x_0^1$，即 $k_0=0$，$\varepsilon_0=1$。假設 $i>0$ 且設 $x_{i-1}=2^{k_{i-1}}x_0^{\varepsilon_{i-1}}$，其中 $|k_{i-1}|\leq i-1$，

$\varepsilon_{i-1}=(-1)^{k_{i-1}+(i-1)}$。若 $x_i=\dfrac{x_{i-1}}{2}$，則 $x_i=2^{k_{i-1}-1}x_0^{\varepsilon_{i-1}}$，因此 $k_i=$

$k_{i-1}-1$，$\varepsilon_i=\varepsilon_{i-1}$，這時 $|k_i|=|k_{i-1}-1|\leq|k_{i-1}|+1\leq(i-1)+1=i$，

$\varepsilon_i=\varepsilon_{i-1}=(-1)^{k_{i-1}+(i-1)}=(-1)^{k_i+i}$。若 $x_i=\dfrac{1}{x_{i-1}}$，則 $x_i=2^{-k_{i-1}}x_0^{-\varepsilon_{i-1}}$，

因此 $k_i=-k_{i-1}$，$\varepsilon_i=-\varepsilon_{i-1}$，這時 $|k_i|=|k_{i-1}|\leq i-1<i$，$\varepsilon_i=-\varepsilon_{i-1}=-(-1)^{k_{i-1}+(i-1)}=(-1)^{k_i+i}$。

表 $x_{1995}=2^kx_0^\varepsilon$，其中 $k=k_{1995}$，$\varepsilon=\varepsilon_{1995}$，而且 $|k|\leq1995$，$\varepsilon=(-1)^{1995+k}$，由條件(i)，$x_0=x_{1995}=2^kx_0^\varepsilon$。若 k 是奇數，則 $\varepsilon=1$，這時 $x_0=2^kx_0$，解得 $2^k=1$，而與 $k\neq0$ 矛盾。因此 k 必爲偶數，於是 $\varepsilon=-1$，而得 $x_0^2=2^k$。但

k 是偶數且 $|k|\leq1995$，得 $k\leq1994$，因此 $x_0=2^{\frac{k}{2}}\leq2^{997}$，即 2^{997} 爲 x_0

的上限。

最後，令 $x_0=2^{997}$，$x_i=\dfrac{x_{i-1}}{2}$，$i=1,2,\cdots\cdots,1994$，$x_{1995}=\dfrac{1}{x_{1994}}$，則

$x_0,x_1,\cdots\cdots,x_{1995}$ 爲正實數的數列滿足條件(i)(ii)，因此 2^{997} 爲所求的最大值。

另解：(蘇柏青同學對於 $x_0\leq2^{997}$ 的證法)

設 $a_i=\log_2x_i$ 因 $x_i=\dfrac{1}{x_{i-1}}$ 或 $x_i=\dfrac{x_{i-1}}{2}$，則 $a_i=-a_{i-1}$ 或 $a_i=a_{i-1}-1$。

令 $r: \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$，$r(x)=-x$；$s: \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$，$s(x)=x-1$。假設 $x_0>2^{997}$，則 $a_0>997$。分下列兩種情形討論：

(1) 假設存在 i_0（$1 \le i_0 \le 1995$）使得 $a_{i_0-1} \ge 0$ 但 $a_{i_0}<0$，其中 $a_{i_0}=s(a_{i_0-1})$。這時 $-1 \le a_{i_0}<0$。因爲 $a_0>997$，從 a_0 變換到 a_{i_0} 的過程中，經由 s 作用的次數至少有998次。因爲 $-a_0<-997$，a_{i_0} 至少還要經 s 作用997次才有可能使 a_{i_0} 變換到 $-a_0$，最後再經 r 作用後到達 a_0，但這時 a_0 至少要 $998+997+1=1996$ 次才能返到 a_0，矛盾。

(2) 假設(1)的情況不發生。若 $a_{i-1}a_i<0$，則 $a_i=r(a_{i-1})$。因 $a_0=a_{1995}$，則 a_{1995} 係由 a_0 經偶數次的 r 作用以及奇數次 s 的作用而得。注意，$|r(x)|=|x|$，$|s(x)|=|x|\pm1$，$x \in \boldsymbol{R}$，因而得 $|a_0|=|a_{1995}|=|a_0|\pm m$，其中 m 爲奇數，矛盾。

因此我們證得 $x_0 \le 2^{997}$。

評析：

1. 本題爲波蘭所設計，爲一數列的問題。在28道預選題中，被歸爲M_-級，即中等偏易的題目。得滿分有168位，零分的也有44位。平均分數4.58，得分率0.65，鑑別指數0.76。在第二天3道考題中，屬最簡易的一題。

2. 解題重點：

   (1) 由條件(i)解出 $x_i=\dfrac{x_{i-1}}{2}$ 或 $x_i=\dfrac{1}{x_{i-1}}$

   (2) 由(1)導出 $x_i=2^{k_i}x_0^{\pm1}$，其中 $|k_i| \le i$

   (3) 由1995的奇數性及 $x_0=x_{1995}$，得到 x_0 的上界，即 $x_0 \le 2^{997}$。

   (4) 舉例說明存在正數數列 $x_0, x_1, \cdots, x_{1995}$，其中 $x_0=2^{997}$，且滿足條件(i)(ii)。

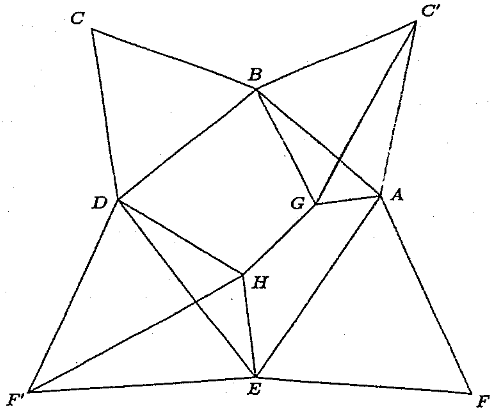
3. 討論：

   (1) 本題我國六位學生代表除了邱奕智因爲在某關鍵的式子中沒有考慮完整被扣了1分外，其餘五位均獲得滿分7分。總分41分，僅次於73個參賽國中六個滿分的國家。

   (2) 蘇柏青的解法，係將乘除性的問題，經對數轉換爲加減性問題來解決。其他五位的解法，則大同小異，都是標準的解法。

問題5（紐西蘭）

〔解〕$\overline{AB}=\overline{BD}$，$\overline{AE}=\overline{DE}$。設以直線 BE 爲軸，正△BCD 與正△AEF 的對稱三



角形分別爲正△$BC'A$與正△DEF'。

$\because \angle BC'A+\angle BGA=60^\circ+120^\circ=180^\circ$

$\therefore$ A, C', B, G 四點共圓。

$\therefore$ 由波利米(Ptolemy)定理

$\overline{AG}+\overline{BG}=\overline{C'G}$

同理，$\overline{DH}+\overline{HE}=\overline{HF'}$

因此 $\overline{AG}+\overline{GB}+\overline{GH}+\overline{DH}+\overline{HE}$

$=\overline{C'G}+\overline{GH}+\overline{HF'}\geq\overline{C'F'}=\overline{CF}$

等號成立若且唯若G和H都在直線$C'F'$上。

評析：

1. 本題由紐西蘭所設計提供，爲平面幾何題。預估爲適中題，滿分172位，僅次於第1題。平均得分3.41，得分率0.49，難度指數0.49，合理。鑑別指數0.82，爲6道題中鑑別度最高者。

2. 解題重點：

(1) 用對稱軸的反射點：BE爲對稱軸，C、D、F的對稱點分別爲C'，A，F'。

(2) 利用波利米(Ptolemy)定理：

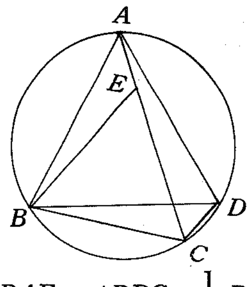
設四邊形$ABCD$爲圓的內接四邊形，則 $AD\cdot BC+AB\cdot CD=AC\cdot BD$。

3. 討論：

(1) 這題若能想到用對稱軸的反射點來證，則立可得證。即使不曉得波利米定理，也可根據所知條件逐步證出。

(2) 基本上我國學生對於對稱軸反射的手法應該很熟悉且能掌握。有四位得滿分，但另外二位表現失常，沒能想到這種證法只各得1、2分，實在可惜。

(3) 我國有3位學生直接證明波利米定理的一個特例：設$ABCD$爲圓的內接四邊形，且△ABD爲正三角形，則 $BC+CD=AC$。



卓士堯同學的證法：在$\overline{AC}$上取一點E使得$CE=CB$。則 $\because \angle BCA=\angle BDA=60^\circ$

$\therefore$△BCE爲正三角形。$\angle BEA=\angle BCD=120^\circ$，$\angle BAE=\angle BDC=\frac{1}{2}BC$度數。

$\therefore$△$BEA\simeq$△BCD。因此 $AE=CD$，而得到$AC=AE+EC=CD+CB$。

問題6（波蘭）

〔解一〕把A寫成$X\cup Y$，$X=A\cap\{1,2,\cdots,p\}$

$$Y=A\cap\{p+1,p+2,\cdots,2p\}$$

令 $T(A)=\{x+1\mid x\in X\}\cup Y$

這兒$x+1$是取値$x+1$或$x+2-p$，視$x+1$是否$\leq p$而定。

令U_p表$\{1,2,\cdots,2p\}$中所有含p個元素的子集

因而 $A\to T(A)$ 可看成U_p上的一個操作。

首先觀察到在$\{1,2,\cdots,2p\}$中只有兩個子集滿足$T(A)=A$，

即$\{1,2,\cdots,p\}$與$\{p+1,p+2,\cdots,2p\}$

假定$A\in U_p$，而且不同於上述兩個子集，考慮

$$A,\ T(A),\ T^2(A),\cdots,T^{p-1}(A),\ T^p(A)=A$$

可假定X有k個元素，$1\leq k\leq p-1$，令$\sigma(A)$表A中元素和。

若$\sigma(A)$同餘$r\pmod p$，則$\sigma(T^j(A))$就會同餘$r+jk\pmod p$。因此在這組集合$A,T(A),T^2(A),\cdots,T^{p-1}(A)$，其元素和mod p正好代表一個完全剩餘系。

由於U_p中除了$\{1,2,\cdots,p\}$與$\{p+1,p+2,\cdots,2p\}$而外，正好每p個形成一組$A,T(A),T^2(A),\cdots,T^{p-1}(A)$,（共有$\left(\binom{2p}{p}-2\right)/p$組），而每一組中正好有一個子集滿足元素和是$p$的倍數，因此答案是

$$\left(\frac{\binom{2p}{p}-2}{p}\right)+2$$

這兒要加回2是因爲$\{1,2,\cdots,p\}$以及$\{p+1,p+2,\cdots,2p\}$這兩個子集的元素和也是p的倍數。

〔解二〕令U_p表$\{1,2,\cdots,2p\}$中所有含p個元素的子集，即$A\in U_p\Rightarrow |A|=p$

令$\sigma(A)$表A中所有元素的和，對於$r=0,1,\cdots,p-1$，考慮以下的子集

集合 $C_r=\{A\mid |A|=p,\ \sigma(A)\equiv r\pmod p\}$ 於是就有

$$U_p=C_0\cup C_1\cup\cdots\cdots\cup C_{p-1}$$

本題是要找出$|C_0|$，即C_0中的元素個數。

考慮 $C_{k,r}=\{X\mid X\subseteq\{1,2,\cdots,p\},\ |X|=k,\ \sigma(X)\equiv r\pmod p\}$

首先證明，若 $1 \leq k \leq p-1$，則

$$|C_{k,0}| = |C_{k,1}| = \cdots = |C_{k,p-1}| = \frac{1}{p}\binom{p}{k}$$

建立一一對應 $\phi : C_{k,r} \to C_{k,s}$， $0 \leq r, s \leq p-1$

選取 c 使 $r+kc=s$， 然後令

$$\phi(X) = \{ x+C \mid x \in X \}$$

這兒 $x+c$ 是取值 $x+c$ 或 $x+c-p$，視 $x+c$ 是否$\leq p$而定。

假定 $A \in U_p$，且 $A \neq \{1, 2, \cdots, p\}$ 或 $\{p+1, \cdots, 2p\}$，令

$$X = A \cap \{1, 2, \cdots, p\}, \quad Y = A \cap \{p+1, \cdots, 2p\}$$

$$|X| = k, \quad 1 \leq k \leq p-1, \quad |Y| = p-k$$

固定Y變動X，而使A的元素和 mod p不變，可以有$\frac{1}{p}\binom{p}{k}$個X的選擇。

另一方面Y的選擇（若$|Y|$不變）是$\binom{p}{k}$。所以，若 $r=1, 2, \cdots, p-1$

就有 $$|C_r| = \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p-1}\binom{p}{k}^2 = \frac{1}{p}\left(\sum_{k=0}^{p}\binom{p}{k}^2 - 2\right) = \frac{1}{p}\left(\binom{2p}{p} - 2\right) \qquad (*)$$

由於 $\{1, 2, \cdots, p\}$ 及 $\{p+1, \cdots, 2p\}$ 均在C_0中，所以

$$|C_0| = \frac{1}{p}\left(\binom{2p}{p} - 2\right) + 2$$

上述證明中 (*) 用到了恆等式

$$\sum_{k=0}^{p}\binom{p}{k}^2 = \binom{2p}{p}$$

這個恆等式可由考慮 $f(y) = (y+1)^p\left(\frac{1}{y}+1\right)^p$ 的常數項導出。

〔解三〕令ξ爲1的p次根，滿足 $\xi^p=1$，而$\xi^i \neq 1$，若 $0 < i < p$。

考慮 $\prod_{i=1}^{2p}(X - \xi^i) = (X^p - 1)^2 = X^{2p} - 2X^p + 1$

因此 $$2 = \sum_{i_1, \cdots, i_p \in 1, 2, \cdots, 2p} \xi^{i_1 + \cdots + i_p} = \sum_{j=0}^{p-1} n_j \xi^j$$

其中 n_j 表示子集 $A=\{i_1,\cdots,i_p\}\subset\{1,2,\cdots,2p\}$ 的個數，A必須滿足

$$i_1+\cdots+i_p\equiv j \pmod p$$

因爲 ξ 所滿足的最小方程式是

$$1+\xi+\cdots+\xi^{p-1}=0$$

由除法知 $(n_0-2)+\sum_{j=1}^{p-1} n_j\cdot\xi^j=c(1+\xi+\cdots+\xi^{p-1})$，$c\in Z$

也就是說 $n_1=n_2=\cdots=n_{p-1}$，而 $n_0=2+n_1$

因爲 $n_0+n_1+\cdots+n_{p-1}=\binom{2p}{p}$，所以

$$n_0=\frac{1}{p}\left[\binom{2p}{p}-2\right]+2$$

評析：

1. 這道題由波蘭所設計，是組合與數論混合的題目。也是公認在這次競賽中難度最高的一題，只有34位（8.3%）得到滿分，零分有290位。平均得分1.07，得分率0.15。難度指數0.24，鑑別指數0.45，是6道題中難度最高，鑑別度最低的一道題。

2. 解題重點：

利用同餘的概念，將$\{1,2,\cdots,2p\}$中所有含p個元素的子集的集合U_p分組。

(1) 顯然$\{1,\cdots,p\}$及$\{p+1,\cdots,2p\}$滿足所求，故設A不同於這兩個子集。

(2) 設$T(A)$是A中$\le p$的元素各加1及A中$\ge p+1$的元素所成的集合。
則$A,T(A),T^2(A),\cdots,T^{p-1}(A)$中，它們的元素和 mod p 正好代表一個完全剩餘系。

(3) U_p中除了$\{1,\cdots,p\}$和$\{p+1,\cdots,2p\}$外，正好每p個形成一組
$A,T(A),\cdots,T^{p-1}(A)$，而每一組中恰好有一個子集滿足元素和是p的倍數。

(4) U_p中共有$\binom{2p}{p}$個元素，因此得到答案 $\dfrac{\binom{2p}{p}-2}{p}+2$

3. 討論：

我國參賽學生只有一位在這道題得到2分，其他五位都沒有拿到分數。由於這道題的解答是要給公式，因此對於$p=3$、$p=5$的特殊情形，即使算出，大會評

分標準仍是完全沒有分數。只有在猜到解答的情形下才能得到部份分數。我國也有一位學生猜到答案但是沒有寫下，失去得部份分數機會。

四、參考資料

1. 國立臺灣師範大學科學教育中心(民82年6月)，國際數學奧林匹亞(Ⅰ)：數理科奧林匹亞競賽專輯(二)。
2. 陳昭地(民82年)，一九九三年第三十四屆國際數學奧林匹亞競賽試題解答評析，科學教育月刊第163期(82年10月)，48～72。
3. 陳昭地(民83年)，一九九四年第三十五屆國際數學奧林匹亞競賽試題解答評析，科學教育月刊第172期(83年9月)，24～39。
4. 陳昭地等(民84年)，中華民國參加一九九五年國際數學奧林匹亞計畫報告，第1～93頁。
5. 中華民國參加第36屆國際數學奧林匹亞競賽代表團，中華民國參加1995年第36屆國際數學奧林匹亞競賽紀實，科學教育月刊第182期(84年9月)。
6. 36th IMO Programme (July 13-25, 1995, Canada)。
7. IMO 95 Exam Results (95 IMO Jury Committee)。
8. 第36屆IMO試題。
9. 36th IMO Solutions of Problems for Consideration by the International Jury (1995 Canada).

五、結　論

從以上的成績統計及試題解答評析，我們綜合提出以下結論：

1. 本屆試題領域落在代數、數論、組合、平面幾合及數列(分析)。不等式、平面幾何、數列等都是每年熱門的題目。尤其今年的6道題中，就出現2道平面幾何題，所以集訓時，應再加強這些領域的訓練。
2. 本屆試題較去年稍難。第1題最簡單，第2題稍難，第6題最難，其餘3題適中。整體而言，難易分配還算合理。因為金牌數的比率不及$\frac{1}{12}$，且參賽學生高手如雲，欲得金牌，就必須題題兼顧且作答要嚴謹完整，不可稍有失常，所以平常的訓練也就格外重要。

3. 我國參賽六位學生代表，跟上屆一樣，計得四銀一銅一榮譽獎。總分176分，在73個參賽國中排名第十二名。整體看來比上屆略有進步，但前三位同學因表現失常，其成績不如預期的好。而後三位同學表現較為正常，成績還算不錯。臨場表現異常，經常是我國參與正式比賽的致命傷。所以舒解心理壓力及探討其他因素等也是今後必須特別重視以謀解決之道。

4. 我國六位學生，在第1、4道題均能表現出過去的水準，第2、3、5道題也差強人意，惟第6道題則表現大為異常，對於這類的數論與組合綜合題型，我國學生仍然很弱。另外，學生的思考嚴謹性及作答完整性仍嫌不足，常易遭扣分，所以今後應該檢討改進集訓策略，以提高競賽績效與榮譽。

★

主編的話

彭育才

本刊在第179期登載了『美國馬里蘭州學校實作評量工具在臺灣施測的可行性』一文。嗣後，在第180、182、184 等期各刊載了相關論文一篇，以報導在我國實施測試之過程與分析為主；本刊將上列四篇論文，統統歸屬評量類。而本期則續登最重要之一篇為『實作評量的功能與運用』，屬於學術性研究，故特以科教論著類刊出之。

數學及自然學科的資優教育，一向為世界各國所重視，我國亦然，本期除刊載教育部公布之輔導要點外，另適時選登『大陸科學資優學生的搖籃—科技大學少年班』一文，以為配合。有關國際數理科奧林匹亞，本期續刊三篇，以試題解答及評析為範疇，精闢實用，凡我科學教師不可不讀。疑難問題討論，頗受讀者歡迎。本期刊出地球科學一則。「開方」為數學基本算法之一，本期特介紹一個有趣的教學方法。本期之最後，公告了我國參加國際數學奧林匹亞競賽計畫及國內高中數學及自然學科能力競賽計畫，希望讀者能大家告訴大家，使參加者衆，共襄盛舉。

★