

液體壓力實驗的探討

陳彥鳴
高雄市立明義國民中學

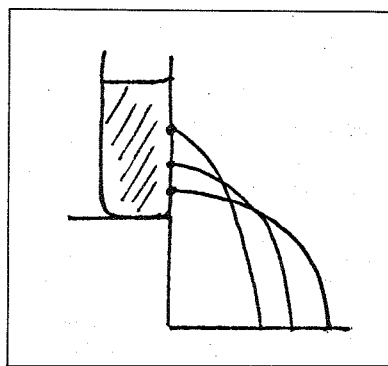
一、前言

在我們講到液體壓力 $P = hd$ (液體深度 \times 液體密度) 時，往往最常被用來舉例說明的實驗就是在容器不同高度上鑽孔，然後將其裝滿水，由各孔水噴出的遠近來說明液體壓力的大小。這不只是相關書籍中常用的例子，甚至連教科書亦是採用此實驗 (見國中理化實驗 3-4)。而此一實驗乍看之下似乎相當有道理，但經仔細探討後，不難發現我們用此實驗來說明 $P = hd$ 實在有待商榷。

二、此實驗的爭議點

如圖(一)此實驗認為：孔在愈深處，其上所承受液體重量愈大，故液體噴出距離愈遠，表示其所受壓力愈大。

但是液體射程的遠近應是由於液體噴出的速度不同所致，愈深處噴出的速度愈大，至於是否噴得愈遠，則和出口處和地面間的高度有關，可根據水平拋射來推算即可知道。



圖(一)

另外由噴出的速度和液體壓力 $P = hd$ 作相關的推導，其所涉及的推論相當複雜，不易由國中生所了解。

本文試就流體力學的觀點，將此項推論說明，並例舉數則較直接的液體壓力實驗，在教學上或可取代此例。

三、由流體力學來看此實驗

1. 如圖(二)將密度 ρ 的液體，裝在截面積 A_1 的槽中，液面上方是壓力為 P_1 的空氣，在深度為 h 處，有一截面積為 A_2 的小孔，液體將由 A_2 的開口流出。把流動的液

體全部體積當作一道流管，來應用伯努利方程式 (Bernoulli's equation)，現在我們考慮兩個位置，第1在液面，第2在小孔，以 V_1 和 V_2 表示在這兩個位置液體的流速，並以槽底為參考水平面，則

$$\begin{aligned}
 P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 \\
 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 \\
 \Rightarrow V_2^2 = V_1^2 + 2 \frac{P_2 - P_1}{\rho} + 2 g h \\
 \quad (h = y_1 - y_2)
 \end{aligned}$$

因容器露置在大氣中，則 $P_1 = P_2 =$ 外邊的大氣壓力，

$$P_2 - P_1 = 0 \Rightarrow V_2^2 = V_1^2 + 2 g h$$

再由連續方程式 (equation of continuity) 可得

$$V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1$$

若 $A_1 \gg A_2$ ，則 $V_1 \ll V_2$ ，可忽略不計，則可得出

$$\text{射流速率 } V_2 = \sqrt{2 g h}$$

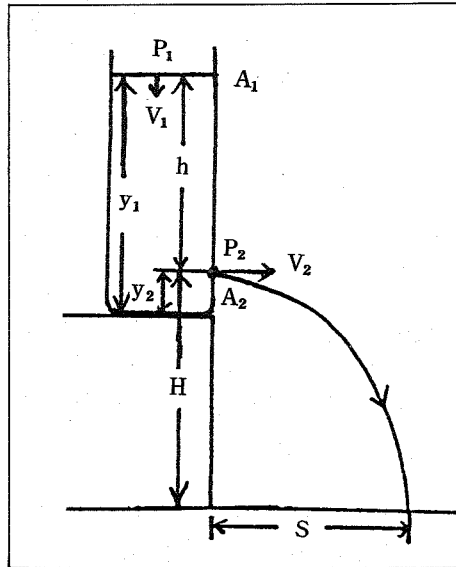
※此式最早是由托里切利以實驗導出，稱為托里切利定理，後來由伯努利方程式亦可印證。

由以上推導可知，只要小孔不是很大，則 $V_1 \ll V_2$ ，液體之出口速度只與液體深度 h 有關。

2. 至於液體之射程 S 可由水平拋射來推導：

$$H = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$S = V_2 t = \sqrt{2gh} \times \sqrt{\frac{2H}{g}} = 2\sqrt{hH}$$



圖(二)

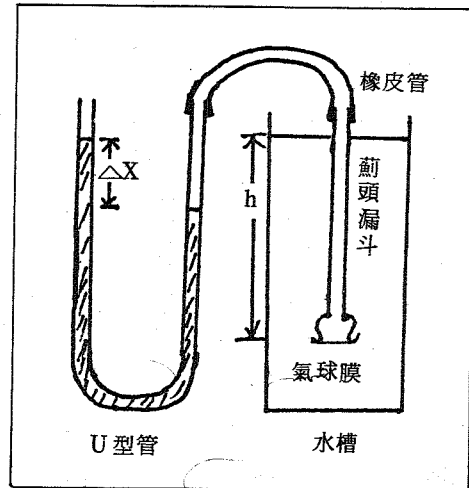
3. 由 1.2 的推導可知，射程 S 的大小是正比於 \sqrt{h} 而非正比於液體深度 h ，所以此實驗是無法來說明 $P = hd$ 的。

四、關於 $P = hd$ 的實驗設計

既然前面所講的這一個實驗並不恰當，底下將提供幾個可以證明 $P = hd$ 的實驗設計供大家做參考。

1. 如圖(三)類似水壓計的設計，將漏斗置入液體中，液體產生的壓力將經由漏斗的空氣柱再傳到 U 型管，而造成 U 型管兩邊的液面差 ΔX ，由 h 與 ΔX 的關係，可用來說明 $P = hd$ 。

此一設計除了可以證明 $P = hd$ 外，我們還可以將漏斗平放、倒放，以測量液體的側壓力、上壓力，用以證明在同一深度處的上壓力、下壓力、側壓力都是一樣的。



圖(三)

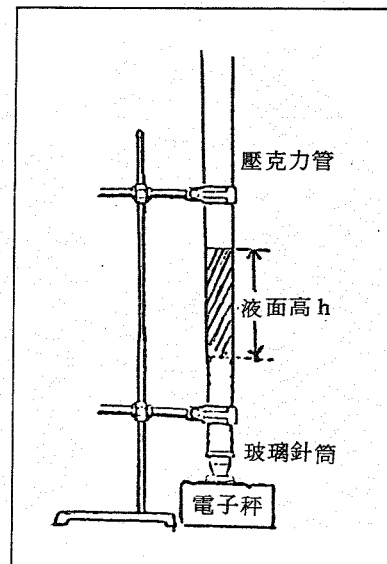
2. 如圖(四)將壓克力管與玻璃針筒相連接，並用鐵架將其固定，底下接上活塞再置於電子秤上，然後逐漸加入液體於壓克力管中，由電子秤上的讀數與液體高度的關係來說明液體壓力 $P = hd$ 。

在設計中我們可量出液體高度 h ，液體密度 d ，玻璃針筒截面積 A ，電子秤讀數 F ，

由所得的數據代入 $P = \frac{F}{A} = hd$ 來說明液

體壓力 $P = hd$ 。

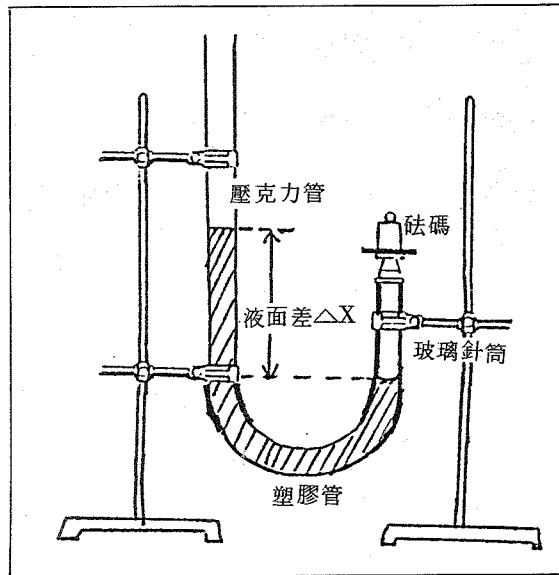
此一設計除了可證明 $P = hd$ 外，我們還可以在針筒上改接各種不同形狀的容器或



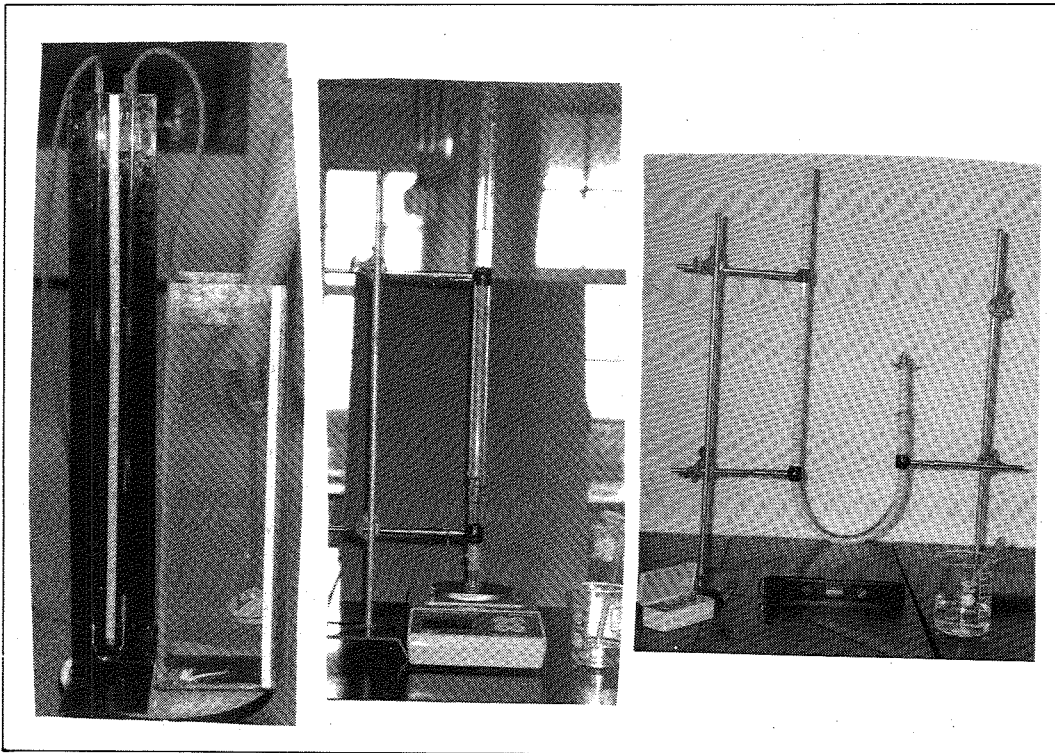
圖(四)

不同管徑的壓克力管，可用來證明液體壓力只與液體深度有關，和截面積大小或容器形狀無關。

3. 如圖(五)此設計與 2. 的設計原理是一樣的，只是將 2. 之設計改成 U 型，如此我們對力 F 的測量可由電子秤改由砝碼來取代。其方法和探討的各項結果都和 2. 差不多，只是在設計上稍做變化，讀者可嘗試其它的變化看看。



圖(五)



▲上述實驗設計的實物照片

五、結 論

由以上的討論可知，用容器鑽孔噴水的例子來說明液體壓力，無論是在理論上或是實驗上都無法驗證 $P = hd$ ，可見其確實有問題存在。我們可改用上面所提供的設計來證明 $P = hd$ ，其不僅有現象的觀察，同時也可有數據的測量；且其不只證明 $P = hd$ ，同時還可證明液體壓力的一些性質；可說是相當好的設計，可做為教具使用，相信在教學上應有相當大的幫助。

六、參考資料

1. 國立編譯館（民 83 年），國民中學理化第一冊第三章。
2. 牛頓科學研習百科——物理（1985）（初版），牛頓出版社。
3. 方聲恒等譯（民 69 年），物理實驗大全（上）——力學、熱學，徐氏基金會出版，第 1-75 ~ 1-85 頁。
4. Raymond A. Serway（1990）。Physics 3th ed.（392 ~ 413）。

★

（上承第 10 頁）

26(1),34-36.

Schwieb, R.A. & Misanchuk E.R.(1993). *Interactive multimedia instruction*
Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology Publication.

Simmons, P.E.(1991). Learning science in software microworlds. In S.M. Glynn, R.H. Yeany & B. K. Britton, (eds). *The Psychology of Learning Science*, 241-256.
Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

★