

台北市八十三學年度高級中學數學及自然學科競賽物理科試題及參考解答

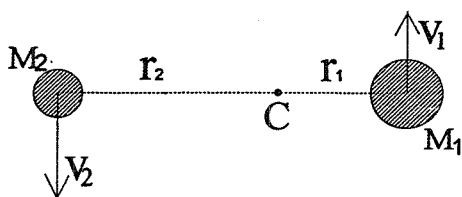
林文隆 洪姮娥 鄭建宗
國立臺灣師範大學物理系

(競賽日期：83.11.29)

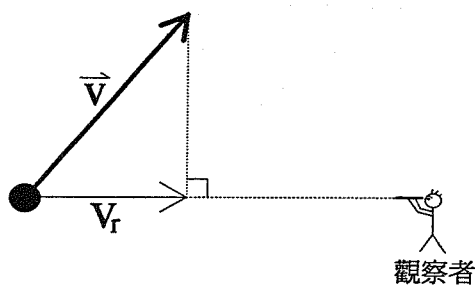
壹、理論部份

甲、試題

一、有一雙星系統，其質量為 M_1 及 M_2 ，因受彼此之間重力之影響，各自繞著質量中心點 C 做圓周運動，如圖一所示。



圖一



圖二

(1) 試證此雙星系統滿足刻卜勒第三定律的一般形式，即

$$\frac{G}{4\pi^2}(M_1 + M_2) = \frac{r^3}{P^2}$$

式中 P 代表週期， r 為雙星之間的距離， G 為萬有引力常數。

(2) 若此雙星系統的軌道速度 v_1 及 v_2 可由其光譜分別測得，則其質量的比值 $\frac{M_1}{M_2}$ 便可求出。為什麼？

(3) 一顆星的徑向速度 v_r 為其速度 \vec{v} 在觀察者視線方向的分量，如圖二所示。請說明有何方法可以測量徑向速度 v_r 。

(4) 通常我們只能測量到雙星的徑向速度 v_{1r} 及 v_{2r} ，當雙星各自環繞質心做圓周運動時，其徑向速度不但和其在軌道的位置有關，也和傾斜角 i 有關。所謂傾斜角乃是雙星軌道面的法線和觀察者視線方向所夾的角度。試問 v_{1r} 和 v_1 之關係及 v_{2r} 和 v_2 之關係為何？並證明當傾斜角 i 為未知時，吾人只能求

出 $(M_1 + M_2) \sin^3 i$ ，但無法求出 $M_1 + M_2$ 。

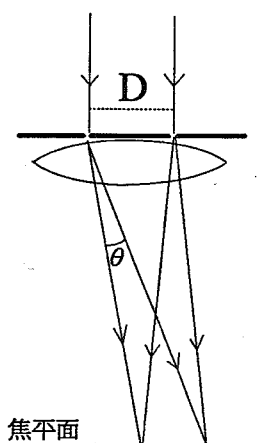
二、已知：地球半徑 $r_0 = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$ ；

理想氣體常數 $R = 8.31 \text{ Joule} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

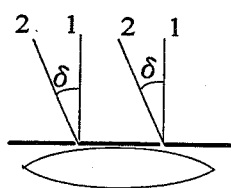
試問：

- (1) 施一外力將質量為 m 的物體反抗重力自地球表面 ($r = r_0$) 移至無窮遠處 ($r \rightarrow \infty$)，至少需做多少功？
- (2) 當溫度 T 為多少 K 時，在地球表面的氮分子 (N_2) 剛好可逃離地球而逸至無窮遠處？最後的答案須用數值表示。
- (3) 承(2)，此時氮分子的方均根速率為何？

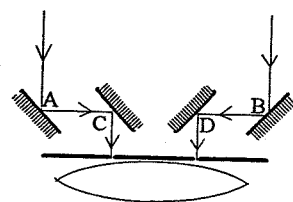
三、如圖三所示，在一凸透鏡前方置一雙狹縫，兩狹縫間之距離 D 可以調整。則自遠處一顆星球發出的平行光，經雙狹縫通過透鏡之後，會在透鏡的焦平面上形成干涉條紋，此種裝置稱為星球干涉儀。



圖三



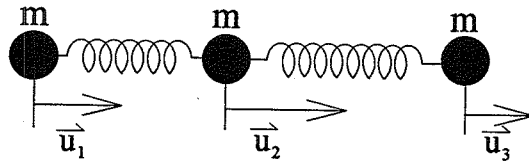
圖四



圖五

- (1) 假設光波波長為 λ ，試問在焦平面上光強度為極大值及極小值的條件為何？
- (2) 今設有第二顆星與第一顆星之角間隔為 δ (如圖四所示)，試問第二顆星所發出的平行光在焦平面上所形成的干涉條紋，其光強度之極大值及極小值位於何處？(註：通常 δ 的值很小。)
- (3) 試問有何方法，可求出此雙星之角間隔 δ ？請詳述之。
- (4) 如圖五所示，在干涉儀雙狹縫之前方，加裝四面鏡子，其中 C 、 D 兩面固定不動，而 A 、 B 兩面則可移動。請說明此種裝置有何功用。

四、如圖六所示，有三個質量均為 m 的粒子，以兩個彈簧連接起來，其彈性係數分別



圖六

為 k_1 及 k_2 。今只考慮一維的運動，已知各粒子之運動只受相鄰粒子之影響。令 \vec{u}_i 表示第 i 個粒子離開平衡點的位移。

- (1) 請寫出每一個粒子的運動方程式。
- (2) 假設每一粒子的位移 u_i 與時間 t 的關係為 $\vec{u}_i = \vec{A}_i \cos(\omega t)$ ，試求角頻率 ω (可能不只一解)。
- (3) 試求對應於各 ω 值時， $\frac{\vec{A}_1}{\vec{A}_2}$ 及 $\frac{\vec{A}_3}{\vec{A}_2}$ 之比值。
- (4) 當 $k_1 = k_2 = k$ 時，試由(2)和(3)所得之結果，討論三個粒子之運動情形。

乙、參考解答

一、(1) $r = r_1 + r_2$, $F = ma$, $v_1 = \frac{2\pi r_1}{P}$

$$\frac{GM_1 M_2}{r^2} = M_1 \frac{v_1^2}{r_1} = M_1 \cdot \frac{4\pi^2 r_1^2}{P^2 r_1}$$

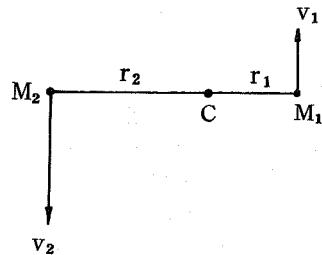
$$G \frac{M_2}{r^2} = \frac{4\pi^2 r_1}{P^2} \quad \frac{G}{4\pi^2} \frac{M_2}{r^2 r_1} = \frac{1}{P^2}$$

但 $M_1 r_1 = M_2 r_2$ (根據質心定義) $\therefore M_1 = M_2 \frac{r_2}{r_1}$

$$\therefore M_1 + M_2 = M_2 \frac{r_2}{r_1} + M_2 = M_2 \left(\frac{r_2}{r_1} + 1 \right) = M_2 \frac{r_1 + r_2}{r_1}$$

$$\therefore \frac{M_2}{r_1} = \frac{M_1 + M_2}{r_1 + r_2} = \frac{M_1 + M_2}{r}$$

$$\therefore \frac{G}{4\pi^2} \frac{(M_1 + M_2)}{r^2 \cdot r} = \frac{1}{P^2} \quad \therefore \frac{G}{4\pi^2} (M_1 + M_2) = \frac{r^3}{P^2}$$



$$(或) G \frac{M_1 M_2}{r^2} = M_1 \frac{v_1^2}{r_1}$$

$$\frac{GM_2}{r^2} = \frac{v_1^2}{r_1}, v_1 = \frac{2\pi r_1}{P}$$

$$\therefore \frac{GM_2}{r^2} = \frac{4\pi^2 r_1}{P^2} \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{Similarly } \frac{GM_1}{r^2} = \frac{4\pi^2 r_2}{P^2} \dots\dots\dots(2)$$

$$(1)+(2)\text{得 } \frac{G(M_1+M_2)}{r^2} = \frac{4\pi^2(r_1+r_2)}{P^2} = \frac{4\pi^2 r}{P^2}$$

$$\therefore \frac{G}{4\pi^2}(M_1+M_2) = \frac{r^3}{P^2}$$

$$(或) \frac{GM_1 M_2}{r^2} = \mu \frac{v^2}{r}, \mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \text{ 爲減縮質量, } v = \frac{2\pi r}{P}$$

$$\therefore G \frac{M_1 M_2}{r^2} = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \frac{4\pi^2 r}{P^2}$$

$$\therefore \frac{G}{4\pi^2}(M_1+M_2) = \frac{r^3}{P^2}$$

$$(2) \therefore v_1 = \frac{2\pi r_1}{P}, v_2 = \frac{2\pi r_2}{P} \therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

但 $M_1 r_1 = M_2 r_2$

故 $\frac{M_1}{M_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{v_2}{v_1}$

若 v_1 及 v_2 爲已知，代入上式即可求得質量的比值 $\frac{M_1}{M_2}$ 。

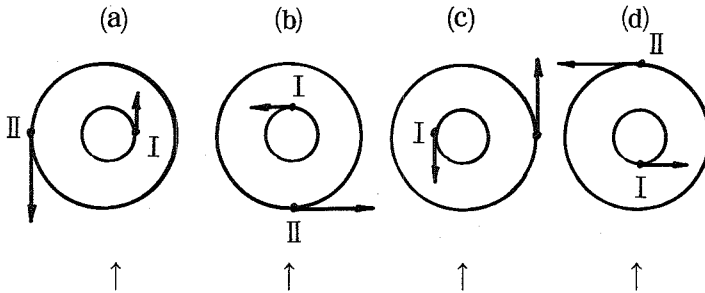
(3) 利用都卜勒效應可以求得星球的徑向速度 v_r ，其方法如下：

我們可以拍攝星球的光譜，如果星球是接近我們則其波長因都卜勒效應而變短，若是離開我們，則其波長變長，由波長的改變量 $\Delta \lambda$ ，吾人可由下式：

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c}$$

求得星球的徑向速度 v_r 。

(4) 當傾斜角 $i = 90^\circ$ 時

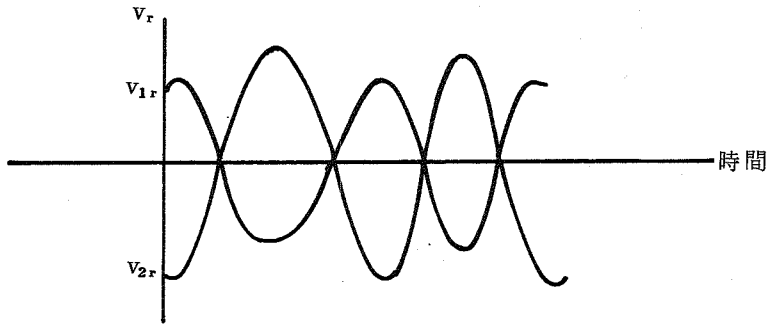


視線方向

當一顆星接近我們時，另一顆星則離開我們。在圖(a)及(c)的狀況時，

$|v_{1r}| = v_1$ ， $|v_{2r}| = v_2$ 。在圖(b)及(d)的狀況時， $v_{1r} = 0$ ， $v_{2r} = 0$ ，

其徑向速度曲線如下：



故 $(v_{1r})_{\max} = v_1$ ， $(v_{2r})_{\max} = v_2$

當傾斜角 $i \neq 90^\circ$ 時，則由三角關係得

$$(v_{1r})_{\max} = v_1 \sin i, \quad (v_{2r})_{\max} = v_2 \sin i$$

因傾斜角 i 為未知，故由都卜勒效應，只能得出 $v_1 \sin i$ 及 $v_2 \sin i$ ，但無法求得 v_1 及 v_2 。

今由本題(1)部份知：

$$\frac{G}{4\pi^2} (M_1 + M_2) = \frac{r^3}{P^2} = \frac{(r_1 + r_2)^3}{P^2}$$

利用 $v_1 = \frac{2\pi r_1}{P}$ ， $v_2 = \frac{2\pi r_2}{P}$ 代入上式可得

$$M_1 + M_2 = \frac{P}{2\pi G} (v_1 + v_2)^3$$

但因傾斜角 i 為未知數，故 v_1 及 v_2 亦為未知，因而無法由上式求得 $M_1 + M_2$ 。但是

$$(M_1 + M_2) \sin^3 i = \frac{P}{2\pi G} (v_1 \sin i + v_2 \sin i)^3$$

上式中，等號右邊為已知，故可求得 $(M_1 + M_2) \sin^3 i$ 。

$$\text{二、(1) } \vec{W} = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{r} \quad \vec{F} = -\vec{W} = G \frac{Mm}{r^2} \hat{r} \quad dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\begin{aligned} W &= \int_{r=r_0}^{r=\infty} dW = \int_{r=r_0}^{r=\infty} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{r=r_0}^{r=\infty} G \frac{Mm}{r^2} dr \\ &= G Mm \int_{r=r_0}^{r=\infty} \frac{dr}{r^2} = G Mm \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_0}^{\infty} \end{aligned}$$

$$\text{所以 } W = \frac{G Mm}{r_0} \quad \text{但 } g = \frac{GM}{r_0^2} = 9.8 \text{ m/sec}^2 \quad \therefore W = mgr_0$$

或直接用能量的觀念解題：

$$\text{P.E.} = -\frac{G Mm}{r_0}$$

$$\therefore W = +\frac{GMm}{r_0} = \frac{GM}{r_0^2} m r_0 = mgr_0$$

$$(2) \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} kT = mgr_0$$

$$M = mN_0$$

$$\therefore T = \frac{2mgr_0}{3k} = \frac{2mN_0gr_0}{3kN} = \frac{2Mgr_0}{3R} = 28 \text{ gm-mol}^{-1}$$

$$R = kN$$

$$\therefore T = \frac{2 \times (28 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}) \times (9.8 \text{ m/sec}^2) \times (6.38 \times 10^6 \text{ m})}{3 \times 8.31 \text{ Joule-mol}^{-1} \text{K}^{-1}}$$

$$= \frac{3501.3 \times 10^3}{3 \times 8.31} \quad K = 140.4 \times 10^3 \text{ K}$$

$$\text{或 } T \approx 1.4 \times 10^5 \text{ K}$$

$$(3) \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = mgr_0$$

$$\langle v^2 \rangle = 2gr_0$$

$$v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{2gr_0} = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m/sec}^2 \times 6.38 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$= \sqrt{125.048 \times 10^6} \text{ m/sec}$$

或 $v_{rms} = 11.18 \times 10^3 \text{ m/sec}$

三、(1) 自遠處星球發出的平行光經雙狹縫和透鏡後，會在透鏡的焦點 P_0 形成一亮點(即星球的像)。由於雙狹縫很小，自狹縫散射之光會在焦面上形成干涉條紋，而在 P_1, P_2, \dots 等處形成亮點 (secondary maxima)

光程差 = $XP_1 - YP_1$

$$= D \sin \theta \simeq D \theta \quad (\theta \text{ 很小})$$

極大值的條件為光程差為波長 λ 的整數倍。

極小值的條件為光程差為半波長的奇數倍。

$$D \theta = m \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

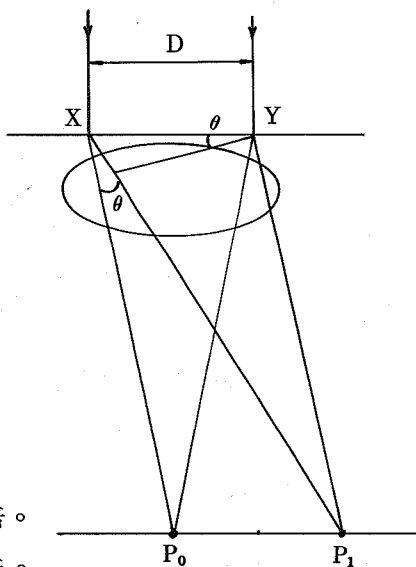
故

$$D \theta = (m + \frac{1}{2}) \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

故 $\theta_{max} = \frac{\lambda}{D}$ (第一個 secondary max.)

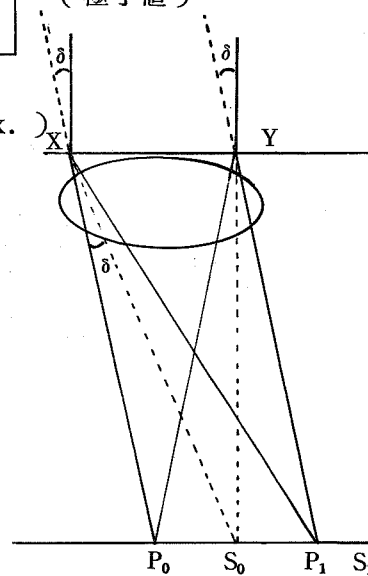
$$\theta_{min} = \frac{\lambda}{2D}$$
 (第一個 min.)

- (2) 今觀察第二顆星球所成的像(或干涉條紋)，由於兩顆星之角間隔為 δ ，故第二顆星在焦面上的主像 S_0 和第一顆星的主像 P_0 相隔 δ 角。
- (3) 若雙星之角間隔 δ 剛好是



(極大值)

(極小值)



$$\delta = \theta_{\min} = \frac{\lambda}{2D}$$

則星球 2 之主像之位置剛好落於星球 1 極小值之位置，而星球 2 之其它極大值剛好落於星球 1 之極小值之位置，這表示星球 1 之干涉條紋會被星球 2 之干涉條紋所抹掉。

故我們可以用此法量 δ 角：

調整雙狹縫之距離 D ，直到在焦面上雙星之干涉條紋“消失”為止，則此時

$$\delta = \theta_{\min} = \frac{\lambda}{2D}$$

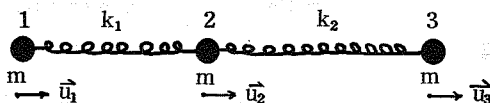
由上式代入 λ 及 D 值，即可求出 δ 。

(4) 由本題(3)部份知

$$\delta = \frac{\lambda}{2D}$$

故 D 越大時，干涉儀之鑑別率也越高。但透鏡之大小有一定的限制，因此 D 的大小也受到限制。一般星球干涉儀，多在雙狹縫之前加裝四面鏡子，其目的在提高鑑別率。

四、



(1) 每個粒子所受的力及其運動方程式

$$\vec{F}_1 = m\vec{a}_1 = m \frac{d^2 \vec{u}_1}{dt^2} = -k_1 (\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$$

$$\vec{F}_2 = m\vec{a}_2 = m \frac{d^2 \vec{u}_2}{dt^2} = -k_1 (\vec{u}_2 - \vec{u}_1) - k_2 (\vec{u}_2 - \vec{u}_3)$$

$$\vec{F}_3 = m\vec{a}_3 = m \frac{d^2 \vec{u}_3}{dt^2} = -k_2 (\vec{u}_3 - \vec{u}_2)$$

(2) 今假設每一粒子的位移 $\vec{u}_i = \vec{A}_i \cos(\omega t)$ (其中 \vec{A}_i 為粒子的振幅)，故將此代入上列方程式。

$$\therefore \frac{d^2 \vec{u}_1}{dt^2} = -\vec{A}_1 \omega^2 \cos(\omega t)$$

$$\frac{d^2 \vec{u}_2}{dt^2} = -\vec{A}_2 \omega^2 \cos(\omega t)$$

$$\frac{d^2 \vec{u}_3}{dt^2} = -\vec{A}_3 \omega^2 \cos(\omega t)$$

$$\begin{aligned} \therefore -\vec{A}_1 m \omega^2 \cos(\omega t) &= -k_1 (\vec{A}_1 \cos(\omega t) - \vec{A}_2 \cos(\omega t)) \\ -\vec{A}_2 m \omega^2 \cos(\omega t) &= -k_1 (\vec{A}_2 \cos(\omega t) - \vec{A}_1 \cos(\omega t)) \\ &\quad -k_2 (\vec{A}_2 \cos(\omega t) - \vec{A}_3 \cos(\omega t)) \\ -\vec{A}_3 m \omega^2 \cos(\omega t) &= -k_2 (\vec{A}_3 \cos(\omega t) - \vec{A}_2 \cos(\omega t)) \end{aligned}$$

整理該式子得：

$$(k_1 - m\omega^2) \vec{A}_1 - k_1 \vec{A}_2 + 0 \vec{A}_3 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$-k_1 \vec{A}_1 + (k_1 + k_2 - m\omega^2) \vec{A}_2 - k_2 \vec{A}_3 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$0 \vec{A}_1 - k_2 \vec{A}_2 + (k_2 - m\omega^2) \vec{A}_3 = 0 \dots\dots\dots(3)$$

$\vec{A}_1, \vec{A}_2,$ 和 \vec{A}_3 要有解的情況為上三式的係數行列式值為零。

$$\therefore \begin{vmatrix} (k_1 - m\omega^2) & -k_1 & 0 \\ -k_1 & (k_1 + k_2 - m\omega^2) & -k_2 \\ 0 & -k_2 & (k_2 - m\omega^2) \end{vmatrix} = 0$$

行列式展開得

$$(m\omega^2)^3 - 2(k_1 + k_2)(m\omega^2)^2 - 3k_1 k_2 (m\omega^2) = 0$$

故得 ω 的三根為運動時的角頻率

$$\omega_1 = 0$$

$$\omega_2 = \frac{1}{m^{1/2}} \left[(k_1 + k_2) - \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - k_1 k_2} \right]^{1/2}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{m^{1/2}} \left[(k_1 + k_2) + \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - k_1 k_2} \right]^{1/2}$$

(3) 當 $\omega = \omega_1$ 時，三粒子均不動。

當 $\omega = \omega_2$ 時，代入(1)及(3)式，得

$$\frac{\vec{A}_1}{\vec{A}_2} = \frac{k_1}{k_1 - \left[(k_1 + k_2) - \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - k_1 k_2} \right]}$$

$$\text{和 } \frac{\vec{A}_3}{A_2} = \frac{k_2}{k_2 - [(k_1 + k_2) - \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - k_1 k_2}]}$$

當 $\omega = \omega_3$ 時，代入(1)及(3)式，得

$$\frac{\vec{A}_1}{A_2} = \frac{k_1}{k_1 - [(k_1 + k_2) + \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - k_1 k_2}]}$$

$$\text{和 } \frac{\vec{A}_3}{A_2} = \frac{k_2}{k_2 - [(k_1 + k_2) + \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - k_1 k_2}]}$$

(4) 當 $k_1 = k_2 = k$ 時，則

$$\omega_1 = 0, \vec{A}_1 = 0, \vec{A}_2 = 0, \vec{A}_3 = 0$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \vec{A}_2 = 0, \frac{\vec{A}_1}{A_3} = -1,$$

故粒子2不動，但粒子1和3運動振幅大小相等，方向相反。

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{3k}{m}}, \frac{\vec{A}_1}{A_2} = \frac{-1}{2}, \frac{\vec{A}_3}{A_2} = \frac{-1}{2}, \frac{\vec{A}_1}{A_3} = 1。$$

故粒子1和3振幅相等，方向同向，但粒子2的振幅各為粒子1和3的兩倍，方向相反。

丙、評分標準

一、(1) 10分 寫出 $\frac{GM_1 M_2}{r^2} = M_1 \frac{v_1^2}{r_1}$ 得5分

利用 $M_1 r_1 = M_2 r_2$ 得2分

導出 $\frac{G}{4\pi^2} (M_1 + M_2) = \frac{r^3}{P^2}$ 得3分

(2) 5分

(3) 5分 寫出都卜勒效應 得3分

寫出 $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c}$ 得2分

(4) 10分 寫出 (v_{1r} 和 v_1 之關係式) 得5分
 v_{2r} 和 v_2 之關係式

寫出 $(M_1 + M_2) \sin^3 i = \frac{P}{2\pi G} (v_1 \sin i + v_2 \sin i)^3$ 得 5 分

二、(1) 5 分 由積分得 $\omega = \frac{GMm}{r_0} = mgr_0$ 者 得 5 分

直接用位能寫出者 得 4 分

(2) 5 分 寫出 $\frac{1}{2}m(v^2) = \frac{3}{2}kT = mgr_0$ 得 3 分

求出 T 之正確值 得 2 分

(3) 5 分 只寫出 $v_{rms} = \sqrt{2gr_0}$ 者 得 3 分

求出 其正確值 得 2 分

三、(1) 10 分 只寫出 $D\theta = m\lambda$ 得 6 分

$$D\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

有正確說明 得 4 分

(2) 5 分 知道兩個主像在焦平面上相隔 δ 角者 得 5 分

(3) 5 分 知道正確方法求 δ 者 得 5 分

(4) 5 分 知道其作用為提高鑑別率 得 5 分

四、(1) 10 分 寫出正確運動方程式 得 10 分

(2) 10 分 將位移代入運動方程式，得到振幅之關係式 得 5 分

求出角頻率 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 得 5 分

(3) 5 分 寫出振幅的比值 得 5 分

(4) 5 分 寫出正確的運動情形 得 5 分

丁、命題宗旨及答題分析

物理科理論部份的命題以激發學生思考及創造能力為著眼點。由於參加競賽的學生均由各校經校內初賽挑選出來，他們都是各校最優秀的學生，所以此命題的範圍雖然都在高中物理和基礎理化之內，但其深度則略為提高，以期能夠從其中挑選出最優秀的人才。

理論試題總共有四大題，其中力學部份佔兩題，光學和熱學各一題。第一大題屬於力學範圍，測驗學生綜合牛頓萬有引力定律、牛頓運動定律及都卜勒效應三方面知識的

能力。第二大題測驗學生熱學的基本知識及正確運用數值的觀念。第三大題測驗學生關於透鏡及雙狹縫干涉的應用。第四大題測驗學生對虎克定律的瞭解及解聯立方程式之能力。

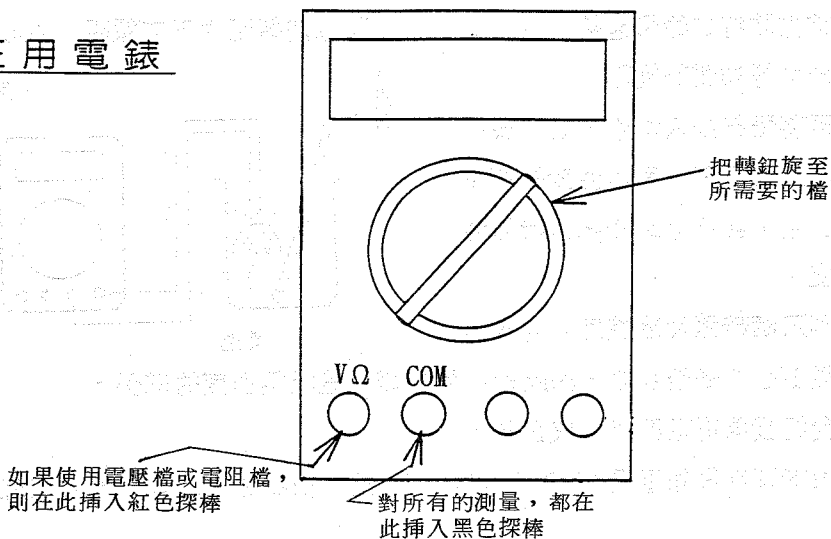
報名物理科競賽的學生總共有 45 位，其中 3 位棄權，因此實際參賽者有 42 位。根據閱卷的結果，第一大題中之(1)、(2)小題大部份學生都答對，(3)和(4)小題只有少數幾位會做。第二大題大部份學生答對。第三大題中之(1)小題有 12 人答對，而(2)、(3)、(4)小題都沒有人答對。第四大題僅有少數同學會做，其中有 1 人完全答對，2 人大部份答對，3 人部份答對。就筆試總成績而言，最高者 75 分，最低者為零分。其中分數為個位數者有 9 人。我們發現有 6 位學生表現特別突出，他們的成績和第 7 名有極為明顯的差距。很高興發現他們的實驗成績也不錯，因此這 6 位同學均名列代表台北市參與全國競賽的 8 位名單之中。

貳、實驗部份

● 實驗器材：

- | | |
|------------------|-----------|
| 1. 燈泡（打破的與完整的各一） | 7. 冰塊、冷熱水 |
| 2. 三用電表（儀器說明見下圖） | 8. 酒精燈 |
| 3. 安培計 | 9. 石棉心網 |
| 4. 溫度計 | 10. 鐵架 |
| 5. 電池 | 11. 打火機 |
| 6. 燒杯 × 2 | 12. 尺 |

三用電錶



●本測驗所使用單位：

溫度用 $^{\circ}\text{C}$ ，其餘全部使用MKS（或SI）制。

甲、試題：

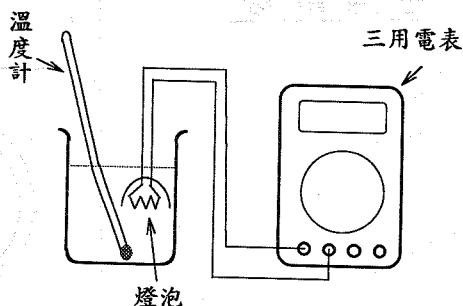
- 一、在不使用電池的情況下，請利用所提供之器材設計一個實驗，來測量燈絲電阻與溫度的關係。請畫出設計圖說明之。10%
- 二、利用題一之設計進行實驗。你發現電阻隨溫度變化的函數關係為何？請作圖及列數學式闡示之。並由圖中求出所有係數。20%
- 三、你認為曝露在空氣中的燈泡和未破壞的燈泡，兩者通電後結果會有什麼差異？它們燈絲電阻與溫度的關係是否相同？為什麼？（請直接回答，本題不必做實驗）。10%
- 四、請以圖示，說明如何測量通電之下燈泡的電阻。10%
- 五、利用題四的設計，分別量出一個或串聯2~5個電池時燈絲的電阻。10%
- 六、由上題所得電阻，換算在不同電壓時（串聯不同的電池）燈絲的溫度，請列出換算公式並列表表示之。10%
- 七、利用題五及題六的結果，在不同的電壓下，作出燈絲在不同溫度 T 與對應的電功率 $P (= IV)$ 之對照表，並作 $P-T$ 圖。10%
- 八、題七 P 與 T 之關係及原因為何？請討論。20%

乙、試題解答：

題一、a. 首先將打破的燈泡接上三用電表，並將電表轉至右下方電阻（ 200Ω ）檔，即可得知燈絲電阻。

- b. 再將燈絲浸入水中，燈絲很快和水溫平衡，利用溫度計測量水溫，就可得到燈絲當時的溫度。

- c. 利用酒精燈及冰塊即可將水溫從 100°C 降至 0°C ，如此即可得到燈絲電阻與溫度的關係。

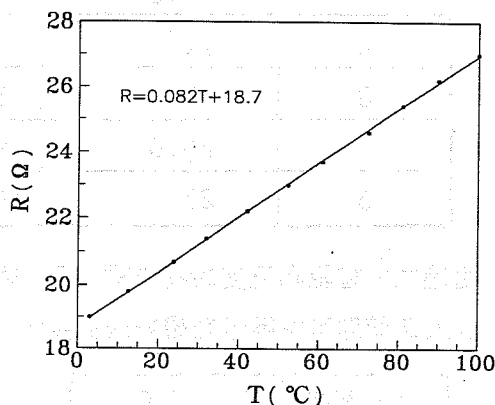


題二、1. 我們發現電阻與溫度成正比。

2. 由下圖可得知電阻（ R ）與溫度（ T ）為直線關係，斜率約為0.082，截距

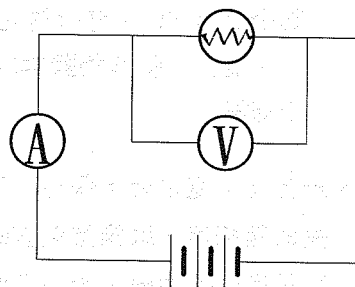
約為 18.7。因此關係式為： $R(\Omega) = 0.082 T(^{\circ}\text{C}) + 18.7$

R(Ω)	T(°C)
19	3
19.8	12.6
20.7	23.8
21.4	32
22.2	42.2
23	52.4
23.7	61
24.6	72.5
25.4	81
26.2	88
27	100



題三、曝露在空氣中的燈泡和未破壞的燈泡兩者的燈絲，只有所處的環境不同而已，而這種環境的改變對電阻的影響很小，所以其電阻與溫度的關係，應該是相同的。兩者通上電後，一樣會發熱、發光，但曝露在空氣中熾熱的燈絲，會和氧氣化合，很快就燒掉了。

題四、如右圖所示，將三用電表（電表放在伏特檔）跨接在燈泡兩端，之後再串接上安培計及電池即可。



$$R(\text{燈泡的電阻}) = \frac{V(\text{燈泡兩端的電壓})}{I(\text{流過燈泡的電流})}$$

題五、

電池數目	V(伏特)	I(安培)	R(Ω)
1	7.5	0.155	48.4
2	14	0.197	71
3	19	0.224	85
4	23.6	0.246	95.5
5	27	0.261	103.4

題六、

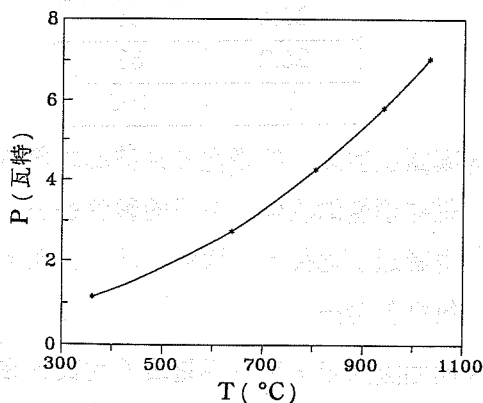
電池數目	V (伏特)	T (°C)
1	7.5	361
2	14	637
3	19	804
4	23.6	939
5	27	1031

由題二，電阻和溫度的關係式： $R(\Omega) = 0.082T(^{\circ}\text{C}) + 18.7$

代入 R 值即可求得當時燈絲的溫度。

題七、

P (瓦特)	T (°C)
1.16	361
2.76	637
4.26	804
5.81	939
7.05	1031



其中 $P = IV$ ，可由題五及題六取某一溫度，將其相對應的 I 與 V 相乘即得。

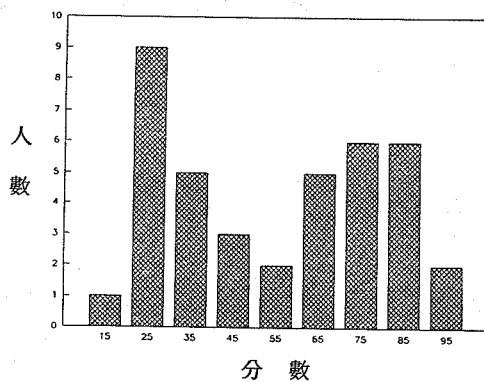
題八、燈絲通上電之後，保持在定溫，因此它吸收的電功率 $P = I \times V$ ，會和燈絲所散失的熱相等，以維持溫度的平衡。

燈絲所散失的熱，主要以傳導、輻射及對流三種方式傳播出去。而傳導出去的熱量和溫差的一次方成正比，輻射出去的熱量則和絕對溫度的四次方成正比。氣體所攜帶的熱量有限，因此在不考慮對流的情況下，燈絲所傳播出去的熱量，會和溫度成約 3 ~ 4 次方關係。

所以燈絲所吸收的電功率會和溫度 (T) 成 3 ~ 4 次方關係，和題七所得的結果相同。

丙、實驗得分統計

題 目	得 分 率
一	94 %
二	53 %
三	64 %
四	68 %
五	52 %
六	76 %
七	50 %
八	29 %



由上面統計資料，可知學生對設計實驗的部分得分較高，而對於實際動手實驗的部分表現則較差，這種現象在高中物理教育上應注意。我們同時也發現，理論與實驗分數的相依性相當高，僅有二、三位有單方面特高的情形。因理論與實驗在物理上是相輔相成的，希望表現較不平均的同學們，必須注重較弱的部分，以便在物理科學上大展鴻圖。

★