

三階魔術方塊的應用-日曆魔方的探究 與設計

顏敏姿¹ 游曉琦^{2*}

¹ 高雄市立楠梓國民中學

² 臺中市立居仁國民中學

相信大家一定有看過三階魔術方塊，但是將三階魔術方塊做成日曆，不知道你有沒有看過?透過轉動三階魔術方塊，就能排列出每一天的月份與日期，是不是很特別呢?只要了解其中的規則與變化，就能製作出獨一無二，自己專屬的日曆魔方。

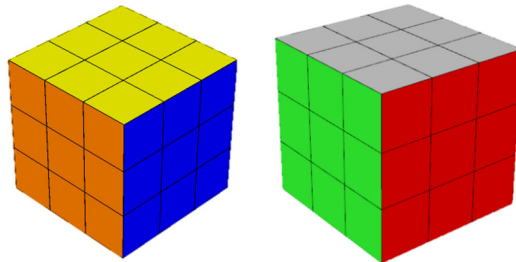
壹、魔術方塊介紹

一、三階魔術方塊介紹

本文所提的三階魔術方塊(以下簡稱「魔方」)，是魔方系列中最經典也是最早提出的，由匈牙利建築學教授魯比克·艾爾內於 1974 年發明的 $3 \times 3 \times 3$ 的立方體結構。最初的名稱叫 Magic Cube，1980 年 Ideal Toys 公司將其改名為 Rubik's Cube。

它的外觀是一個正立方體，6 個面分別採用不同的顏色。目前常見的配色是魯比克公司的官方版本，採用白色、紅色、藍色、橙色、綠色和黃色；白黃相對、紅橘相對、藍綠相對，且藍、橘、黃三色以順時鐘排列，如圖(一)所示。

三階魔方的 8 個角塊可以互換位置，也可以旋轉；12 個邊塊可以互換位置，也可以翻轉。因此將三階魔方轉動後，會產生超過 4.3×10^{19} 種情形。此變化數相當的驚人，有興趣的朋友可以自行研究(注[1])。另外對於還原三階魔方的方法與技巧，也都已有相當多的文章書籍和網站可參考，我們便不在此介紹與討論。



(圖一)

二、日曆魔方

使用三階魔方的本體，在每個中心塊、邊塊和角塊上標示出文字與數字，透過適當的設計與安排讓立方體的一個面 9 個正方形單位排列出月份、日期和星期，且可以呈現出一年中每一天的情形，我們稱它為「日曆魔方」。如圖(二)所示為中文版本與英文版本 1 月 1 日(Jan 1)星期五(Friday)的畫面。



(圖二)

貳、日曆魔方的設計概念介紹

還原魔方是一件有趣但也是困難的事。初學者常使用的層解法(LBL)，想以理解的方式還原第一層，只要稍加練習幾乎都可完成。然而復原第二層、第三層就要記憶許多還原公式，沒有足夠學習動力的人是很難堅持學習下去的。

因此，當我們無意中發現只需擁有還原一面的能力，就能操作的日曆魔方(註[2])時，覺得這很適合做為魔方入門的課程。而且透過轉出每一天的日期，所產生的立即回饋增加了成就感，可以降低初學者對魔方還原的恐懼。然而市面上的日曆魔方單價並不低，想讓學生們也能享受玩轉魔方的樂趣，因此開始思考它的設計方式。

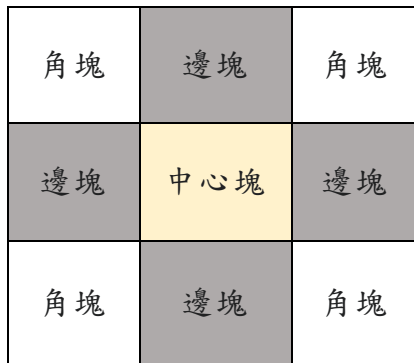
一、分析日曆魔方的位置安排：我們先將魔方的一面九個位置分別以中心塊、邊塊、角塊分類如圖(三)，對應日期呈現的方式，分別就月份、日期、星期，三種資料所需的位置討論如下。

想要討論製作一顆日曆魔方的方式，我們可以先思考幾個問題：

Q1：一年有 12 個月份，月份的英文字母縮寫要在魔方的每一個面呈現，而一個魔方只有 6 面，如何呈現？且 12 個月的字母共有 $3 \times 12 = 36$ 個，要用到中心塊跟邊塊，那麼月份要如何呈現？

Q2：一週有七天，Monday 到 Sunday，要如何呈現？

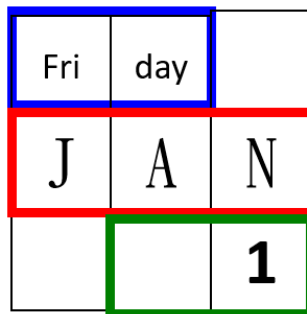
Q3：一個月最多有 31 天，日期 01~31 號該要怎麼呈現？



(圖三)

(一) 月份：

月份呈現在魔方的中間列，如(圖四)，每月份的英文縮寫是 3 個字母，需要一個中心塊及兩個邊塊。一年有 12 個月，魔方卻只有 6 個面，感覺空間一定不夠，然而列出 12 個月份的英文縮寫代號後，發現中間的字母竟然剛好只有 6 種(A、E、P、U、C、O)，如下表一，恰好可以用 6 個中心塊的位置呈現。



(圖四)

表一：月份縮寫英文對照表

月份	英文縮寫			月份	英文縮寫		
1 月	J	A	N	7 月	J	U	L
2 月	F	E	B	8 月	A	U	G
3 月	M	A	R	9 月	S	E	P
4 月	A	P	R	10 月	O	C	T
5 月	M	A	Y	11 月	N	O	V
6 月	J	U	N	12 月	D	E	C

12 個月份英文縮寫的第一個字母，扣除重複出現的之後，只有 8 種(J、F、M、A、S、O、N、D)，第三個字母，扣除重複出現的之後，有 10 種(N、B、R、Y、L、G、P、T、V、C)，如下表二，所以月份英文字母縮寫需要有 18 個邊塊的位置。

表二：月份縮寫英文對照表

月份	英文縮寫			月份	英文縮寫		
1 月	J	A	N	7 月	J	U	L
2 月	F	E	B	8 月	A	U	G
3 月	M	A	R	9 月	S	E	P
4 月	A	P	R	10 月	O	C	T
5 月	M	A	Y	11 月	N	O	V
6 月	J	U	N	12 月	D	E	C

(二) 日期：

日期呈現在魔方最下列的邊塊與角塊處，如圖(五)。分別就邊塊和角塊的位置來討論。

1. 日期的十位數字在最下列邊塊位置呈現，一個月的天數最多有 31 天，所以十位數有 0(或空白)、1、2、3 四種情況，需要 4 個邊塊空間。
2. 日期個位數字在最下列角塊位置呈現，所以有 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 共十種情形，需要 10 個角塊空間。
3. 為了要讓日期的二位數完美呈現，最下列的左邊第一位要有一個空白的位置，即需要 1 個角塊空間。
4. 因此，要完全呈現出日期需要 4 個邊塊空間和 11 個角塊空間。



(圖五)

(三) 星期：

星期呈現在魔方最上列的角塊與邊塊，如圖(六)，一週有七天，需要貼上 Sun、Mon、Tue、Wed、Thu、Fri、Sat，因此需要 7 個角塊空間和 1 個邊塊空間。



(圖六)

總結上述討論如下表三，要在三階魔方上呈現所有月份、日期、星期所需的空間，共需要 6 個中心塊位置、23 個邊塊位置與 19 個角塊位置。而一個魔方有 6 個中心塊、12 個邊塊和 8 個角塊；12 個邊塊，每一個邊塊有 2 面，即共有 $2 \times 12 = 24$ 個邊塊的空間；有 8 個角塊，每一個角塊有 3 面，即共有 $3 \times 8 = 24$ 個角塊的空間。所以先就數量上的討論是可以提供足夠的空間的。

表三：日曆魔方月份、日期、星期所需空間數量表

	中心塊	邊塊	角塊
月份	A、E、P、U、C、O	J、F、M、A、S、O、N、 D、N、B、R、Y、L、G、 P、T、V、C	
日期		0、1、2、3	0、1、2、3、4、5、6、 7、8、9、空白
星期		day	Sun.、Mon.、Tue.、 Wed.、Thu.、Fri.、 Sat.
小計	6	23	19

二、增加年份設計的版本

在解析過市面上看到的日曆魔方後，我們思考增加年份的版本。若能有年份呈現，會更能符合生活紀錄的需求。我們試著將星期改為縮寫，刪除 day，改變為可以增加年份的設計，如圖(七)。雖然因為有限的空間，限制了日曆魔方的使用期限，但是也因為有了年份，更能完整地傳達以魔方作為日曆顯示日期。

調整後的版本使用一個邊塊呈現西元年份的前兩位「20」，而西元年份的末兩位則利用最上列的右邊角塊來呈現。一個魔方能夠使用幾年，決定於剩下多少角塊的空間可運用。我們發現至少可以使用 3 年，以圖(七)的日曆魔方為例，是能夠轉出 2020、2021 和 2022 三種年份的。



(圖七)

參、製作日曆魔方

經過上面的討論，我們已知只需要將 12 個月份英文縮寫的字母分別貼在魔方的 6 個中心塊和 18 個邊塊，星期縮寫貼在角塊，日期十位數字貼在邊塊，日期個位數字貼在角塊，年份也貼在相對應的位置即可。為了使數字、星期、年份出現較清楚。在此討論的設計是如圖(七)所示的雙色版本，即呈現月份(中間列)的部分採用一種底色顏色(紅色)，其餘部分為另一種底色顏色(白色)。

一、材料準備

- (一) 三階魔方與魔方底色貼紙：我們選用「白底」的三階魔方作為材料，先將其上的彩色貼紙先去除。因為12個月份的英文字母縮寫共有24個，所以還需要準備有24張相同顏色的魔方底色貼紙。
- (二) 英文字母貼紙：根據上面表(1)與表(2)所列，共需要字母貼紙A、C、N、O、P各2張，B、D、E、F、G、J、L、M、R、S、T、U、V、Y各1張。

(三) 數字貼紙：要呈現1-31的日期，共需數字貼紙0、1、2、3各2張，4、5、6、7、8、9各1張。

(四) 星期貼紙：Sun.、Mon.、Tue.、Wed.、Thu.、Fri.、Sat. 各1張。

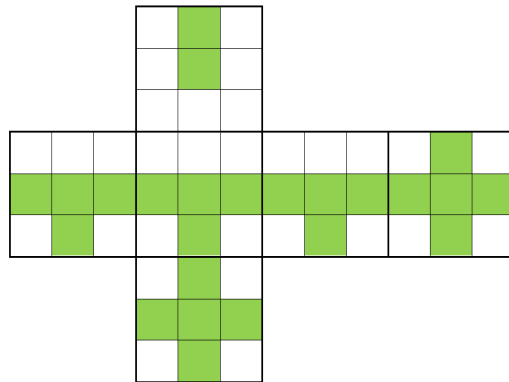
(五) 年份貼紙：20兩張，21、22、23各1張(依據所需的年份做調整)。

二、月份字母所在位置貼上底色

英文字母縮寫 24 張底色貼紙有 6 張在中心塊位置，18 張在邊塊的位置。所以先把魔方的 6 面中心塊都貼上底色貼紙。18 張邊塊的貼紙，是選擇 9 個邊塊，將這 9 個邊塊的兩邊都貼上底色貼紙。從 12 個邊塊選取 9 個邊塊，有 $C_{12}^9=220$ 種組合，但實際上因為魔方可以轉動，所以其實選哪九個邊塊是沒有差別的，圖(八)只是其中一種方式，其展開圖如圖(九)所示。



(圖八)



(圖九)

三、位置命名

為了方便表達，我們依魔方上其相對位置如下圖(十)，給予命名。位置(5)為中心塊；位置(1)為左上角塊、位置(3)為右上角塊、位置(7)為左下角塊、位置(9)為右下角塊；位置(2)為上邊塊、位置(4)為左邊塊、位置(6)為右邊塊、位置(8)為下邊塊。

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

(圖十)

四、貼上月份英文字母

月份的字母要貼在已貼有底色貼紙的 24 個位置。12 個月份的英文縮寫如表(2)所示，只需要將 6 個中間字母 **A、E、P、U、C、O** 貼在魔方六個面的中心塊〔位置(5)〕，第一個字母 **J、F、M、A、S、O、N、D** 貼在左邊塊〔位置(4)〕，第三個字母 **N、B、R、Y、L、G、P、T、V、C** 貼在右邊塊〔位置(6)〕，即可完成月份的設計。

五、貼上日期數字

日期的十位數字有 0、1、2、3，將此 4 個數字貼在下邊塊〔位置(8)〕。日期的個位數字有 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9，將此 10 個數字貼在右下角塊〔位置(9)〕。即完成了日期的設計。

六、貼上星期

星期有 **Sun.、Mon.、Tue.、Wed.、Thu.、Fri.、Sat.**，將此 7 張貼紙貼在左上角塊〔位置(1)〕，即完成了星期的設計。

七、貼上年份

此設計是可使用 3 年的西元年份版本，所以在一個上邊塊〔位置(2)〕貼上 **20**，三個右上角塊〔位置(3)〕貼上 **21、22、23**。即為可使用 2021、2022 和 2023 三年的設計。

八、其他

以上是製作日曆魔方的基本原則，實際操作時會遇到字母或是數字的方向要如何確定、不同類別的貼紙(數字、星期)混貼在同一個邊塊或角塊會面臨的問題該如何克服。思考解決的方法是非常有趣的歷程，為了不要剝奪讀者們思考的樂趣，在此先不破梗，期待大家先行嘗試，待日後有機會再與大家繼續分享。我們也在也在文章最末附上一份日曆魔方貼法參考的版本(註[3])，讓有興趣的朋友可以體驗玩轉日曆魔方的樂趣。

我們已實際進行過多次的日曆魔方課程，對象有教師、學生與親子，圖(十一)是 109 年 7 月創藝文化基金會與藝數摺學聯合於嘉義大學辦理之日曆魔方親子場研習。圖(十二)是 109 年 12 月「玩藝數」教育系列活動於科博館辦理之親子作坊。參加的成員中有會還原三階魔術方塊的老手，也有未接觸過魔術方塊的初學者，都給予我們很多正面的回饋。

從操作日曆魔方能還原三階魔方的一面開始，希望能讓更多人認識三階魔方，願意試著學習整個魔方還原的方式，更希望進而思考利用魔術方塊可轉動的多種可能，創造出其他有趣的玩轉方式。



(圖十一)



(圖十二)

後記：本文能順利完成，在此要特別感謝「FB 藝數摺學社團」中的台南仁德文賢國中王儷娟老師、新北林口國中李政憲老師、臺中二中吳惠美老師與苗栗高商的蔣小娃老師協助修正校稿。

備註：

注[1]：關於三階魔術方塊的更多資訊，可參考維基百科/三階魔術方塊

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E4%B8%89%E9%9A%8E%E9%AD%94%E6%96%B9>

注[2]：我們接觸的第一個日曆魔方，是購買自小丸號商店屋 <https://store.maru.tw/maru>

注[3]：如果能理解日曆魔方的原理，貼法會有很多方式，在此提供一個參考版本：

			Sun.	V								
				C	2							
			7	1	9							
Mon.	20		8		0		3	Wed.	Thu.	D	Tue.	
J	A	N	B	E	R	Y	P	L	G	U	F	
21	M	1	2	S	4	5	D	Fi.	.sat.	T	23	
			3	O	9							
			A	O	N							
			22	C								