

「培養正確使用工具素養」給高中數學教學評量的啟示

王雅楨^{1*} 黃精裕² 魏光旺³ 楊伯軒⁴

¹臺北市立建國高級中學

²新北市立石碇高級中學

³高雄市立左營高級中學

⁴國立新竹女子高級中學

當數位科技全面影響了我們的生活習慣，108 數學課綱也與時俱進強調學生工具素養的培育，尤其是在高中課程強化計算機融入教學與評量當中。事實上，這項措施對身為高中數學教師的我們，著實也產生了不小的衝擊與轉變，周遭的數學教學夥伴們感覺上有些十分贊成，有些則是排斥計算機融入評量，而多數人好像是持觀望保留的態度。如果你對計算機融入高中教學評量在理想與現實上有不同的觀點，不妨接著看下去，相信會有不同的想法。

壹、吃完飯總是叫數學系的算錢!

記憶中計算機融入教學的建議非常早，所以在 108 數學課綱實施之前，就曾經去參加過計算機相關的研習。而身為數學狂熱份子，熱愛純數研究的我們，也曾經有點排斥計算機融入評量，特別是那場研習中，在數學教師中有著不少的反對聲浪，大家都深怕有了計算機，學生就會懶惰計算，因而喪失各項直觀估計與手算的能力，甚至有些孩子因此不想了解運算的箇中原理。

畢竟在現今教學現場，常常會遇到學生對新的概念明明還是一知半解，卻盲目地幫題目分類、背速解法，甚至把應該化簡的式子暴力展開、面對需要觀察規律的問題，不先觀察規律就直接全部寫出來硬算。面對這些學生，這時候還給他們計算機，會不會反而是助長他們不思考？會不會日後面對各種問題都使用暴力破解？會不會因此更難以體會數學之美？

但是回頭想想，身為數學老師的我們，難道生活中就不會使用計算機或各種計算軟體嗎？答案是否定的，例如在計算成績的時候還是會使用 Excel、對於想觀察不認識的新函數圖形時，也會打開 Desmos 進行了解。還有就是每次跟朋友出去吃飯，吃完飯總是會聽到「數學系的算錢！」，一開始我們還會抗議「數學跟純粹的數字四則運算是不一樣的！」。但現在經常拿出手機 App 計算機幫大家算錢。那難道這些時候使用計算機，我們就不怕自己喪失計算能力？難道我們就不怕自己數學變差嗎？沒錯！我們完全不怕！因為我們使用計算機輔助的只

是計算，這邊還是強調那句「數學跟純粹的數字四則運算是不一樣的！中學數學重要的是數感培養與邏輯推理，而純粹的數字四則運算只是一種操作程序」，因此擁有數感與邏輯推理的我們，就算平常使用計算機或者電腦，我們還是一樣有能力把生活中的問題建模、寫成數學式子，只把計算的部分交給電腦或計算機。由此可知數學好不好和能不能使用計算機，其實是兩件事情。

再回到我們的教室內，數學課堂中，往往花在計算上的時間是多於思考分析的時間，繁複與冗長的計算造成了學生學習數學的痛苦與恐懼，在多次因計算錯誤而導致成績低落讓學生對自我數學能力產生質疑，我們每年都可以發現不少對數學能提出具體解決想法的學生，但成績表現低落讓他們將自己歸於數學能力不好那一類，更甚至排斥學習數學，計算機的引入給予這些學生一絲曙光。

要引入工具，便要有「正確使用工具的態度」，有關計算機部分指的是能判斷什麼時候可以使用工具、要使用何種工具、如何有效使用工具可以讓誤差造成的影響最小。計算機的使用時機，需要學生自行去判斷，在計算過程中使用計算機所產生的誤差，會影響接下來計算過程中數值的變化，如果在教學時就極力推行，在最後一步才使用計算機，這樣使用計算機所產生的誤差影響將是最小的，答案也會更精準。因此，我們希望在教學生使用計算機時，希望同時能夠判斷何時可以使用計算機、何時使

用計算機可以讓誤差變的更小，同時教師們也需要增能，在命題時要考量在計算途中使用計算機的影響，將評量重點放在數學能力、邏輯、思維上，盡量避免誤差造成評量失準。

空講大家都會，其實沒什麼說服力，所以下面我們舉兩個例子來說明何謂「使用者是否能擁有正確使用工具的態度」。

- (1) 網路上曾經風靡一時的 365 天存錢法，就是第一天存 1 元、第二天存 2 元，以此類推，第 365 天存 365 元，一整年累積下來總共可以存到

$$1+2+3+\dots+365=66795 \text{ 元。}$$

那麼正確使用工具的態度則是應該要先認識等差級數求和的公式，得到

$$(1+365) \times 365 \div 2, \text{ 再視情況，如果有}$$

需要的話使用計算機協助四則運算，而不是拿著計算機從 $1+2+3$ 開始一路按到 365。

- (2) 芮氏地震規模與能量的關係為 $\log E = 4.8 + 1.5M$ ，其中 E 為能量、 M

為芮氏規模。兩個不同規模 M_1 與 M_2

的地震，所釋放的能量便會相差

$$\frac{10^{4.8+1.5M_1}}{10^{4.8+1.5M_2}} = 10^{1.5(M_1-M_2)} \text{ 倍，那麼正確}$$

使用工具的態度則是應該要知道讓數學走到最後一步，才使用計算機按出 $10^{1.5(M_1-M_2)}$ 的數值。而不是急著按出 $10^{4.8+1.5M_1}$ 與 $10^{4.8+1.5M_2}$ 的數值再相除。直接按出 $10^{4.8+1.5M_1}$ 與 $10^{4.8+1.5M_2}$ 的數

值再相除而計算 $\frac{10^{4.8+1.5M_1}}{10^{4.8+1.5M_2}}$ 的話，不只速度較慢，也會增加誤差（有效數字的問題）。

貳、數學應用到生活？然而有學生說：考試和上課就是我的生活...

不可否認的，比起希望學生學會根式的分母有理化或是克拉瑪公式，我們更希望學生在課堂上帶走的是數學真的很有趣也挺好用的，希望他們被問到生活中哪裡會用到數學的時候，得到的答案不是「考試跟數學課啊！考試跟上課就是我們的生活」，而是當他們在玩手遊抽卡的時候、百貨公司週年慶的時候、面對生活中各式各樣的選擇或情境時能有數感，能用數學的角度理解，並幫助他們做出更好的決定。下次遇到地震時（上一段的例子）感受到的是「 $10^{1.5} \approx 31.6$ 所以芮氏規模相差 1.0 能量大約多 32 倍」，對真實世界中的各種數字有點數感。

而這正恰好是 108 數學課綱所說的素養的一種表現，那如果把學習數學的目標設定在「能了解數學學科知識，並應用到學習、生活與職業生涯中」，另外兩件事情就重要起來了，也就是 108 數學課程綱要中的「正確使用工具的素養」以及「有效與他人溝通的素養」。畢竟現實生活的應用，我們就是用計算機和電腦等作為輔助工具，使我們能夠有效與他人溝通。

另外值得一提的是，素養絕對不只是應用題，因為在應用之前必須有紮實的基

礎知識做後盾。否則一旦脫離學校紙本的考卷，在現實生活中別說應用，連基本用數學的角度看待問題都有難度，根本無法真的走進現實生活，最後素養題可能只會淪為另一種學生需要背起來的考試題型。

參、沒有所謂的計算機考題

其實要使用計算機輔助教學並不是一件難以接受的事，反而應該是件愉快的事，繁雜的計算用計算機取代，讓學生更能把注意力放在理解理論上，認識各種函數時使用圖形計算機（Desmos、GeoGebra 等）更能讓學生學會觀察，而不是只有把性質背起來。但是當計算機要融入評量時，另一個疑問就是，這樣考試是不是要勞師動眾的去設計各式各樣的新題目？我也曾經有過這樣的疑問，而這次參加的研習，最讓我震驚但也最獲益良多的觀點便是張鎮華教授反覆提到的一個想法：「教學的時候只在遇到複雜計算時才使用計算機幫忙，而評量是教學的延伸，是為了檢視教學的成效，所以應該延續教學理念，不需要刻意製造計算機考題，只需要在試題中引用真實而自然的數據，學生需要的話就使用計算機幫忙，不需要也不用強行使用。」，其實我們大學之後的物理、化學、會計、工程課的考試早就在這麼做了，使用的都是實際的情境問題進行真實數據的探究，考試的時候「允許」使用計算機，但需不需要使用便由學生自行評估判斷。（當然並不是所有的題目使用計算機都會比較快，解題歷程總是數學概念先行，計算機是扮演輔助計算

結果的角色。)

肆、舉重若輕--製作一份可以使用 計算機的定期考試題

當計算機或是各種工具可以搭配評量進行使用時，以評量設計的角度來看，各種試題型態就必須考量評量目標是否會因為工具的使用而有所干擾。因此當計算機作為正式考試的工具時，確實需花更多心力去思考每個問題是否會因為有計算機而產生無法對應評量目標的做法。例如：要測驗學生是否會使用對數律，題目為：請判斷 $\log 2 + \log 3 = \log 5$ 是否正確？

如果有計算機，學生可以直接用計算機進行驗證，得到不相等，但是這樣就無法知道學生是否明確知道 $\log 2 + \log 3 = \log 6 \neq \log 5$ 。所以命題的老師就要思考用其他的題目來測驗學生是否了解對數律的運算規則。因此當計算機成為評量搭配的工具時，在命題上要思考的層面就必須兼顧工具所造成的影響。

在某次參與國教署普高數學學科中心的進階研習當中，研究教師引領參與的老師們重新導讀 108 數學課綱的學習條目與說明。經過詮釋溝通與分享表達之後，我們開始產生共識。接下來，我們研讀幾份現成的各校高中段考試題，並進行討論，看看是否與 108 數學課綱相符合，是不是真如領綱研發團隊所強調的不需要刻意製造計算機考題？我們尤其關注計算機融入評量的題目，必須能正確使用數學語言而不受到計算機所制約。在經歷一番熱烈討論後，我

們真的發現，現階段的這幾份各校高中段考試題原先都不是為了計算機融入評量而設計的，但只要做出一點點的調整與轉變，就可以讓學生在考試時允許使用計算機而不影響原來的測驗目標。以下節錄高中 10 年級第一學期第一次定期考的部分題目，跟大家分享。

第一題

已知 $\sqrt{2}$ 為無理數。若 a 、 b 均為有理數，且

$$(3+\sqrt{2})a+(1-\sqrt{2})b-9+\sqrt{2}=0$$
，則

$a+b$ 的值為下列哪一個選項？

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

這類的題目就完全不需要修改，因為它不需要使用計算機。所以就算開放使用計算機，也不影響我們想要測驗的目標概念。

第二題

已知 SARS 病毒的直徑為 85 奈米，其中 1 奈米等於 10^{-7} 公分。而頭髮的直徑為 5×10^{-3} 公分，請問頭髮的直徑為 SARS 病毒直徑的多少倍，下列哪個選項最接近？
(1) 600 (2) 800 (3) 1000 (4) 1200 (5) 1400

在這題中重要的部份應該是希望學生能列出式子 $(5 \times 10^{-3}) \div (85 \times 10^{-7})$ ，並注意到單位換算。所以如果這題讓學生使用計算機也無妨，只需要在設計題目的時候注意，使用真實的數據即可。(查閱衛福部(衛生福利部)2003 年的疫情報導，這題使用的是真實數據無誤。)

第三題

$\log(0.000000123)$ 的值介於哪兩個連續整數之間？

- (1) - 6 與 - 5 之間
- (2) - 7 與 - 6 之間
- (3) - 8 與 - 7 之間
- (4) - 9 與 - 8 之間
- (5) - 10 與 - 9 之間

這題就是需要修改的題目，因為主要的測驗目標是科學記號以及首數尾數的概念（此部分並不符合高中 10 年級的課綱學習內涵），但如果可以使用計算機，學生不需要知道這兩個概念也可以直接得到答案。我們討論的結果是可以修改成題組題，先要學生將它表成科學記號，或是加問小數點下第幾位開始非零與這題的答案有何關聯？

1. 請將 0.000000123 表示成科學記號 a 。
2. $0.000000123 = 10^L$ ，請問 L 的值介於哪兩個連續整數之間？

- (1) - 6 與 - 5 之間
- (2) - 7 與 - 6 之間
- (3) - 8 與 - 7 之間
- (4) - 9 與 - 8 之間
- (5) - 10 與 - 9 之間

本題組的設計是希望透過第 1 小題與第 2 小題的連結，透過計算機的操作驗證科學記號與位數之間的關係。在第 2 小題，學生應具有 $x = 10^{\log x}$ 的先備知識，才能將問題轉換為 $L = \log 0.000000123$ ，老師在課堂引導學生時會使用到計算機，建立 1.23 是 10 的正小數次方的概念，即

$1.23 \approx 10^{0.0899}$ ，當學生能夠透過此項計算機的操作建立此項概念時，才能將科學記號與首尾數的數學概念連結起來。

第四題

$$\text{試求 } (0.99)^0 + \left((\sqrt{3})^{\frac{1}{4}} \right)^{-8} + \frac{3^{1.8}}{3^{-0.2}} = \underline{\quad(A)\quad}。$$

雖然可以使用計算機暴力得到答案，但是這題使用指數律的運算概念計進行化簡遠比使用計算機快，因此使用計算機並不會得到任何好處，反而增加時間成本，與按錯的可能性，因此我們覺得這題其實不需要修改。但是如果開放使用計算機的話，像 10.33 這樣的近似答案，老師們就需要達成是否給分的共識。〔參考香港、新加坡試卷的風格，可在試卷最前面就聲明，若以概數作答，一律寫三位（或四位）有效位數（除非該題有特別規定）。日久之後，學生也就習慣了。〕

第五題

所謂梅森質數是指形如 $2^p - 1$ 的質數。已知 $2^{521} - 1$ 是一個質數，試問

$2^{521} - 1$ 是幾位數？

「是幾位數？」這種問題的誕生，其實是因為沒有計算機，而徒手算又太難了（必須依賴反查對數表的方法），但如果能使用計算機，我們就不需要止步於問是幾位數，而可以直接把答案表示成科學記號。更何況 108 數學課綱強調「任何正數皆可表示為科學記號」，所以我們討論後覺得這題可以結合大學入學考試中心 110 年大學學測

試題 E，把這題稍作修改，如下所示。

所謂梅森質數是指形如 $2^p - 1$ 的質數，其中 p 為質數。已知 $2^{521} - 1$ 是一個質數，將 $2^{521} - 1$ 寫成科學記號 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ，且 n 為正整數。若 a 的整數部分為 m ，則數對 $(m, n) = \underline{\quad(C)\quad}$ 。

第六題

設 $(1 + \sqrt{2})^2$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b 。則 $a + \frac{1}{b} = \underline{\quad(F)\quad}$ 。

這題雖然整數部分 a 可以用計算機得到，但仍然需要知道小數部分可以表示成 $b = (1 + \sqrt{2})^2 - a$ 才能進行運算，所以我們也認為這題不需要修改。

除了上述的幾題，其他的題目都因為類似於上述的原因，我們覺得不需要修改，也就是在這樣一份不是為了計算機而特別設計的考卷中，只有兩題需要稍作修改，一題換掉就能變成一份「可以」使用計算機的考題。反而是一些刻意製造的計算機考題，不適宜在評量上出現。例舉如下：

【第一題】

以「計算機」名義包裝的評量試題，實際上解題過程中並不會使用到計算機。

【111 學測數 A】

某品牌計算機在計算對數 $\log_a b$ 時需按 $\boxed{\log} \boxed{(\boxed{a}, \boxed{b})}$ 。某生在計算 $\log_a b$ 時（其中 $a > 1$ 且 $b > 1$ ）順序弄錯，誤按 $\boxed{\log} \boxed{(\boxed{b}, \boxed{a})}$ ，所得為

正確值的 $\frac{9}{4}$ 倍。試選出 a, b 間的關係式。

- (1) $a^2 = b^3$
- (2) $a^3 = b^2$
- (3) $a^4 = b^9$
- (4) $2a = 3b$
- (5) $3a = 2b$

本題的測驗目標為對數運算概念，只需根據題意列出算式即可依對數運算概念解題，過程中不需要使用到計算機，無法評量正確使用工具素養的能力。要測驗學生對數運算概念的能力，不需要以計算機情境來進行包裝。大考中心受限於不開放計算機使用，又想設計出符合 108 課綱核心精神的正確使用工具素養的試題，而設計出此情境題，但事實上在現行常用的計算機並不會有類似的操作按鍵。筆者認為，只要開放計算機使用於考試中，就可以使用真實情境來進行題目設計，不僅解決此困境，同時也能落實課綱精神。

【第二題】

計算機操作並非評量目標，而過度強調計算機操作，造成學生在學習上的負擔。

【○○高中 110 學年度上學期高二數學 A 第二次段考題目】

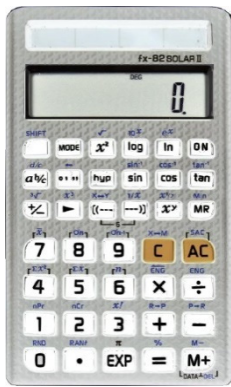
(1) 解方程式 $3^{3x+2} = 6^x$ ，若欲求得解的近似值，請寫下：

- ① 預計按壓的解之數學答案型式。(3 分)
- ② 操作計算機的按鍵順序。(10 鍵內操作完畢得 5 分，每多一鍵少 1 分，若按鍵按完無

法得到答案，不計分)

- (2) 小銘存入陽明銀行 100 萬元，約定年利率 3%，每 4 個月一期複利計息，預計 4 年後領回，欲求得 4 年後領回的本利和，請寫下：

- ① 預期要按壓的本利和之數學答案型式。(3 分)
- ② 操作計算機的按鍵順序。
(10 鍵內操作完畢得 5 分，每多一鍵少 1 分，若按鍵按完無法得到答案，不計分)



1. 本題(1)評量的核心為解指數方程式，解出的答案的常見形式為：

- a. 沒有對數表、計算機的狀況下

$$x = \frac{-2}{3 - \log_3 6}$$

- b. 有對數表、計算機的狀況下

$$x = \frac{-2 \log 3}{2 \log 3 - \log 2}$$

- c. 要使計算機操作的按鍵數最少

$$x = \frac{-\log 9}{\log 4.5}$$

2. 在 108 課綱下，答案的形式以 b 表示即可，要求計算機的最少鍵數，並不是正確使用工具素養的目標，學生只要能依照答案的形式按出最終的數值解即可，過度的強調計算機的操作，造成學生在學習上的負擔並不是 108 課綱所樂見的。

【第三題】

原以紙筆計算就可以快速解決的問題，命題時強迫學生操作計算機解題，扭曲評量的核心目標。

有一特製的計算機遊戲規則如下：

- 先在鍵盤上輸入一數值 a 。
- 在螢幕上點一下會顯示 a ，之後每點一次螢幕就會將螢幕上原來的數值乘 a 倍後顯示出來。

- 小明說他鍵盤上輸入完數值後，立即去螢幕上點了 3 次，螢幕上顯示的數值為 512，請問小明在鍵盤上輸入的數值為何？
- 請說明如何操作計算機，可以很快的推算出小明在鍵盤上輸入的數值。

本題學生能答出正確答案即可，是否使用計算機並不是評量的重點。解題過程中使用計算機應是順勢而為，題目不應為了突顯計算機也可以用來解題，反過來要求答題者使用，這樣是本末倒置的做法。

此題可作如下修改後，即可達到評量的目標：

有一特製的計算機遊戲規則如下：

1. 先在鍵盤上輸入一數值 a 。
2. 在螢幕上點一下會顯示 a ，之後每點一次螢幕就會將螢幕上原來的數值乘 a 倍後顯示出來。

若小明在鍵盤上輸入了一個正整數 N 後，立即去螢幕上點了15次，螢幕上顯示的數值約為 3.05×10^{10} ，則 N 的數值為何？

另外與會的老師也挑出一些其他定期考範圍有趣的題目進行分享。

■ 單選題第一題

坐標平面上，已知 A 、 B 兩點坐標分別為 $A(6\cos 98^\circ, 6\sin 98^\circ)$ 、

$$B(7\cos 218^\circ, 7\sin 218^\circ)，$$

則 \overline{AB} 的值最接近下列何者？

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

這題原本的測驗目標應該是了解極坐標，並使用餘弦定理來找出 \overline{AB} 的近似值。如果可以使用計算機的話，除了原本的解法，因為是選擇題，所以也可以使用計算機直接得到 A 、 B 兩點的近似值，再用兩點間的距離公式求得答案。如此一來，使用計算機便有可能影響原來的測驗目標，但卻多了利用工具解決問題的多元解題方法。另一方面，檢視整張考卷，我們又發現填充題第六題也是餘弦定理的概念，因此這題其實無須作修改，這也印證了計算機的引入反而增加了更多元、更開放的解法與解題策略。

■ 單選題第二題

某人在 A 處見建築物 C 在其北 60° 東；另一建築物 D 在其北 15° 東，此人向北前進 2 公里至 B 處後，見 C 在其東邊； D 在其東 60° 南，則 $\overline{AC} =$
(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{2}$ (E) 4 公里。

這題是我們常見的題目，過去都只能使用特殊角，很多學生都已經寫到會背了。有了計算機的引入，同樣也是加分的效果，可以使用更貼近真實的角度，建議可再使用近似值作為答案選項。

■ 單選題第三題

若 $60^\circ \leq \theta \leq 225^\circ$ ，則 $\sin \theta$ 的範圍為下列何者？

- (A) $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin \theta \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$
(B) $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin \theta \leq \frac{1}{2}$
(C) $-1 \leq \sin \theta \leq 1$
(D) $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin \theta \leq 1$
(E) $0 \leq \sin \theta \leq \frac{1}{2}$

這題同樣也不需要修改，如果直接使用計算機求得 $\sin 60^\circ$ 和 $\sin 225^\circ$ 的值，並不能選出正確答案，計算機的引入反而更能突顯學習數學知識的重要性。

■ 填充題第一題

計算

$$\sin 240^\circ \times \tan 300^\circ + \cos 120^\circ \times \tan 225^\circ = \underline{\hspace{2cm}}。$$

這題因為答案設計為 1，所以使用計算機的話可以直接按出答案，影響原來的測驗目標。但這種題目其實還是可以考的，只要將題目數字修改一下，例如改成：

$\sin 30^\circ \times \tan 300^\circ + \cos 120^\circ \times \tan 225^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$,

並要求將答案表達成根式 $\frac{-\sqrt{3}-1}{2}$ 的形式，

而非近似值 (-1.366)，如此一來就不會受到計算機引入的影響。

伍、結語

面對計算機融入，我們合理推想，大部分數學老師的疑慮與不安，主要並不是在數學課堂教學活動中是否可用計算機（或是其他更高階的計算工具，例如 Excel、GeoGebra、Desmos 等），而是在考試能不能使用計算機。搜尋了一下網路上對於計算機融入大考的評論，其中聲量最大的反對意見就是，擔心學生使用計算機暴力破解，導致計算能力退化。常常聽到學生問，「學數學能做什麼？去菜市場買菜又不會用到三角函數！我只需要會加減乘除就好了！」。我都會告訴他們，「我們學習數學不是只為了應付考試，而是培養邏輯思考與解決問題的能力，面對日常生活的各種事情，能夠有系統、有條理的處理與面對，學會用科學的角度明辨是非。不是數學沒有用，只是你還不會用而已。沒有數學我們當然也可以過生活，但是學好數學，我們可以做更好的決定，過更好的生活。」身為數學老師的我們，一定都同意，數學和算術是不一樣的，中學數學教育的目的不在訓練學生的計算能力，有了計算機的幫助，能讓大部分的學生，在處理問題時，把注意力放在我們想給他們的概念上，不會被繁雜的計算影響。

另一方面，如果一個學生到了高中，四

則運算的能力仍有問題，那一定是在其他地方出了問題，不會是禁止使用計算機就能解決的。至於面對這樣的學生，我們不是更應該提供計算機作為輔助工具，補足他們計算能力的缺失，讓他們仍然能夠跟上大家一起學習數學（不是算術）嗎？或者我們講遠一點，未來一定是大數據遍佈的時代，如果高中數學教學評量甚至是大學入學考試不開放使用計算機，忽略學生工具素養的培育，我們其實怎麼也算不贏 AI，那我們到底要如何比 AI 更有價值？中學數學教育該如何與時俱進，聰明使用數學力，值得我們這一代數學教學者的深思。

參考文獻

1. 計算機進階回流與焦點評量工作坊研習手冊 (2022)。臺北市:教育部國教署普通高中數學學科中心。
2. 教育部 (2014)。十二年國民基本教育課程綱要總綱。臺北市:教育部。
3. 國家教育研究院 (2018)。十二年國民基本教育 108 數學領域綱要 (教育部課審會通過)。臺北市:行政院公告。
4. 單維彰 (2019)。科技都進步成這樣了，是否該讓計算機融入數學課程。2019 年張昭鼎紀念研討會專輯。
5. 衛生福利部 (2003)。電子顯微鏡下的 SARS 病毒。衛福部疫情報導第 19 卷第 10 期 (頁 540-545)。臺北市:衛生福利部。