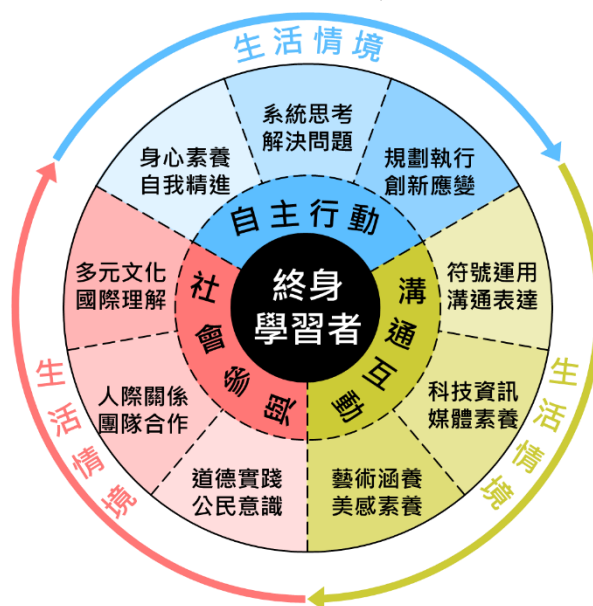


## 教育部111學年度中小學科學教育專案期中報告

計畫名稱：	數學手作問題導向課程與科普閱讀寫作設計之研發與實作 I		
主持人：	李政憲	電子信箱：	<a href="mailto:jenshian@yahoo.com.tw">jenshian@yahoo.com.tw</a>
共同主持人：	謝熹鈺、賴韻竹		
執行單位：	新北市林口國中		

### 一、計畫目的

十二年國教總綱強調課程設計應以核心素養為連貫統整的主軸，秉持全人教育的理念，藉由自主行動、溝通互動與社會參與，進一步與生活情境結合，使學生能夠理解所學知識，跨領域整合運用以解決問題、推陳出新，成為與時俱進的終身學習者（如下圖一）。



圖一 素養理念的課程設計（修改自教育部「十二年國民基本教育課程綱要」）

本計畫建立於結合手作課程透過問題導向學習進行課程設計，與數學科普閱讀進行寫作，進一步應用於課堂。期待現場教師與課堂內的學生透過實作與文字，便於上手、容易理解並設計延伸挑戰，對數學學習更正向且積極。所設計的手作課程不但可增加自主行動中的身心素養自我精進，更可以透過團隊合作加強學生的社會

參與程度；至於科普閱讀寫作，則是溝通互動的良好表徵，可以藉由文字，達到溝通表達與增進媒體素養能力的目的。而經由問題導向學習 (Problem-based learning) 設計的課程內容與教案，則是透過系統思考解決問題的最佳方式，進一步並進行創新應變的執行規劃。

數學教學研究顯示，欲藉由數學活動來發展教學思維，需要在素材和解題活動的難度上作適當的調整 (鄭英豪, 2000)；為避免學生在學習上的負荷過重，適當的工具、教材與呈現方式是必要且需慎重考慮的。選擇筆者發展逾十年的數學手作課程，並結合陽明交通大學陳明璋教授開發的AMA (Activate Mind Attention) 軟體來呈現教材，將使老師易於上手、學生樂於學習。進一步並透過教材步驟化、區塊化且結構化 (Step、Block & Structure) 的設計，以及激發式動態呈現 (Trigger-base Animation) 的開關應用，可增加教學成效並且適性化學習；此外結合動態幾何 GeoGebra 軟體，除了作動畫與3D圖像的呈現，進一步可利用所學，應用於時下正夯的3D列印、雷射切割或紙雕設計，作成品的設計與輸出，更可達到所學於所用的目的。

至於選擇問題導向學習來設計課程，其原因在問題解決的過程中，將著重與他人合作時，可以激發出自己建構的知識與技能 (計惠卿、張杏妃, 2001)，恰與數學寫作預定發展概念理解與程序性技能精熟的成效不謀而合。且 Barrett et al. (2011)認為問題導向學習法的方式，應該是以學生為設計問題的中心，而教師或是助教(Tutor)通當只在討論的過程，扮演引導者(Facilitator)的角色，而並不積極的介入討論的過程當中；這種精神也與十二年國教所希望讓學生的學習「自發、互動、共好」的理念完全相符。

美國數學教師協會 (National Council of Teachers of Mathematics) 所出版之「學校數學課程與評量標準」一書中已建議把數學寫作融入數學教學中，並且強調二十一世紀的數學教育將特別強調溝通的能力，主張學生應藉由數學寫作的溝通方式來幫助

他們釐清自己的想法，加深他們既有的數學概念，以及協助他們連結新舊概念（NCTM, 1989）。

因此針對上述數學手作設計合適問題製作教材，與結合科普閱讀進行寫作，進一步發展課程及教案，將是今年度本計畫的主要目的，並視完成狀況決定來年是否持續申請。而數學手作與科普閱讀寫作目前看來似乎關聯性不大，也期待透過本計畫的執行，找到兩者的互通性，進一步可以互相結合，以數學寫作撰寫手作課程，透過發表確認其專業性，再導入科普閱讀與實作，進行問題導向課程設計。

## 二、執行單位對計畫支持(援)情形與參與計畫人員

本校（新北市立林口國中）相關行政人員與社群教師，對於計畫的執行推動與推廣，都是全力支持與協助，包含：校長與主任對教材推廣與設計時需公假外出，教學組的排課需求，出納會計的協助核銷，以及進行相關課程的學生全力配合與協助等，都是計畫推行時的最大助力。本年度計畫之參與人員及協助計畫內容如下：

1. **林口國中** 李政憲：計畫主持人，林口國中數學科教師兼任資優班導師暨新北市數學輔導團團員，交通大學 AMA 團隊講師，教育部108年師鐸獎得主
2. **山腳國中** 謝熹鈴：山腳國中數學科教師兼任桃園數學輔導團專任輔導員，106~110年「山中藝科數社群」教師專業學習社群主持人，計畫協同主持人，參與課程設計暨教學實施，榮獲桃園市109及110學年度教師專業學習社群-進階社群甲等獎、桃園市107及104學年度教師學習社群績優團隊特優、桃園市105學年度教師學習社群績優團隊優等、桃園市109及106學年度教師優良教學示例特優、107年度桃園市師鐸獎獎項、桃園市105學年度優良教育人員、桃園市106年度國民教育輔導團員傑出貢獻獎。
3. **林口國中** 賴韻竹：林口國中美術科教師兼任導師，計畫協同主持人，參與課程與模型設計暨教學實施
4. **林口國中** 校長 徐淑芬/輔導主任 邵信慧/教務主任 黃桂玲/人事主

任 呂旭卿/會計主任 梁婷媛/教學組長 廖婉君/設備組長 羅兆晉/  
出納組長 許惠婷：提供執行計畫相關行政支持、課程安排、經費核  
銷等

5. **林口國中** 葉麗珠、廖婉君、王雪芬、陳俊儒/ **安溪國中** 謝麗燕/ **碧華國中** 張簡定易/ **中興國中** 李慧玲、陳怡雯：「玩每思，思完美」教師社群成員，協助教材施作分析暨課程設計諮詢
6. **交通大學** 陳明璋：交通大學教授，提供資訊融入教學、數位教材設計暨模型製作意見諮詢
7. **師大附中** 彭良禎：提供立體圖形與摺紙教學模型製作議題分享暨專業諮詢
8. **林口國中退休教師** 王樹文，參與課程設計專業諮詢
9. **林口國中** 八、九年級數理資優班 / 自然科學研究社 / 國小科學營：教材施作對象
10. **羅東高中退休教師** 官長壽，協助動態幾何軟體製作諮詢
11. **藝數摺學講師群暨所屬學校**：含高雄鳳山高中連崇馨、台南北區文賢國中高國祥、屏東女中陳哲成、台中居仁國中游曉琦、高雄楠梓國中顏敏姿、桃園中壢高商吳淑惠、高雄路竹高中李蕙如、台南仁德文賢國中王儷娟、苗栗高商蔣小娃（陸續增加中），協助文章編寫、課程實作與修正推廣。

### 三、研究方法

「工欲善其事，必先利其器」，此次計畫除了選定一般授課常用的 PowerPoint 簡報軟體結合 AMA 外掛程式集製作課程簡報，進行教學設計與示範演練外，也將搭配動態幾何軟體，作為教師教學呈現與學生作業研究工具，使得教師研究與學生學習時更容易上手易於討論，進一步可延伸學習或進行補救教學；更將透過提問討論、問題解決、學習單撰寫與作品製作等方式，讓學生從中學習預定達到之教學目標，也透過文章的投稿與教具包的出版，讓老師們更容易上手。

底下再針對預定發展的兩類課程列表說明如下：

課程	課程主題	主要上課內容	課程設計結合數學概念	評量方式	結合領域
1	數學手作	N 軸星組木製作 翻轉方塊製作 平面鑲嵌圖形探究	N 軸星組木結合相似形、立體圖形 翻轉方塊結合四邊形性質暨三視圖 鑲嵌圖形結合多邊形平鋪、圖形解構創作	問題導向 課程提問與 作品設計 發表評量 學習單	藝術與人文 領域 科技領域
2	科普閱讀寫作	科普閱讀心得發表 科普文章寫作投稿	依指定科普書籍製作 相關簡報 文章整合數學概念	學習單 文章撰寫 簡報製作	語文領域

表1 111學年度計畫發展課程列表

至於選擇這五類課程進行施作分析的原因，其中數學手作課程中，N 軸星組木製作課程目前已完成圖形解構，需針對其不完整處討論補強（模板、動畫製作與提問），另翻轉方塊製作目前僅完成課程架構，仍需針對內容簡化與深化、設計關鍵提問與待解問題；而平面鑲嵌圖形探究則是延續今年度「 $1-\pi$ 即合」動畫製作，預設計完整教案、學習單，並尋求廠商合作出版教具包；若時間上有所不足，相關的課程內容完成後，其施作也將視進度與執行狀況微調，至明後年持續完成。

而科普閱讀心得發表的課程中，將針對指定的科普書籍製作完整討論簡報，將於課堂中施作簡報，由學生進行討論書寫學習單後，再調整課程與學習單內容。為使這些書籍的推動更順利，校內教師與預推動老師更容易上手，將設計完整課程討論簡報與學習單供老師們參考使用。

而以上課程也將依照近年筆者計畫推動的經驗，藉由下列研究步驟進行設計修正：

（一）課前討論：

1. 教材學習單模型製作：蒐集相關資料，製作完整教學簡報與學習單、課程相關模型或進階思考題設計；
2. 專家諮詢討論與修正：藉由相關領域專家與社群互動諮詢，討論修正後實施。

3. 線上共備群組討論：透過定期固定主題的課程討論，也將使有興趣推動這些課程的老師更聚焦且容易上手。

(二) 課中實施：

1. 課堂施作攝影暨討論：協助引導學生理解，並藉由研究助理協助拍攝上課實施過程相片與攝影，彙集成冊或上傳至網路；
2. 學習單作品完成施作：藉由學生完成的學習單回饋或所完成的作品，確認學生的接受與理解程度。
3. 線上社群交流：藉由已實施課程的老師們分享，得以讓尚未實施的老師們了解可能會遇到的困難與其解決之道，也吸引更多有興趣的老師願意投入；目前「藝數摺學」社團已累積逾兩萬人加入，而實際討論的線上共備群組已達20個以上，所成立線上寫作共備社團與課程推動教師群組，也會定期進行實體與線上共備課程。

(三) 課後分享：

1. 課後回饋分析：整理學生的學習單、回饋與作品，並根據學生的回饋再行修正教材定稿；
2. 社群分享互動：蒐集學生的回饋結果，連同教材集結成冊或上傳網站，於社群分享或投稿相關期刊暨研討會發表施作後心得。
3. 線上社團分享：待討論或施作結束，邀請有意願的老師協助整理共備討論的內容書寫文章，並且挑選適當的章節再作討論分享與課程設計；藉由去年度設立的「藝數摺學」協作平台，讓想要下載相關檔案學習的老師與學生們更加便利與完整。



圖二 課程設計修正模式

#### 四、執行進度（請評估目前完成的百分比）

這半年多以來，除了與廠商合作完成的「勾股收納盒」、「碎形四面體」教具包再版（圖1），且新完成「星球魔數」的教具包，也恰為這學期要發展的N軸星組木手作課程作奠基（圖2）。而與興雅國中吳如皓老師合作完成的「用一把尺變魔術」、「從圖形魔術中發現數學」、「用撲克牌五分鐘學方程式」等教具包（圖3至5），更是前後辦理了三場的線上+實體研習，廣獲現場老師們好評。此外寫作社團老師們迄今已陸續完成了「前川淳的雙重螺旋」、「正四面體風箏手作趣」、「摺紙學數學之黑白天鵝」、「平面鑲嵌串珠」、「從賴禎祥老師『鑽面體』的摺紙實作到數學探究」、「藝數摺學-一個可以從小玩到大的活動：哥倫布方塊」等文章（平均一個月一篇，如圖6至9），其中幾篇已陸續完成投稿與修正，正安排審稿與準備刊登。而自八月份迄今，主持人陸續完成近四十場的課程對外分享，也將相關課程檔案上傳平台供參與老師與家長學生們下載（圖10至14），也藉此將發展中與已發展的課程再作調整與修正；而社團老師們也陸續於課堂完成實作並將成果回傳（如圖15-18）。與數



教中心合作拍攝的「勾股摺學」影片，亦於上個月完成21世紀素養教學的共備研習（如圖19、20）；綜上所述，所發展的課程中，N軸星組木製作目前已完整製作簡報，並針對基礎概念與廠商合作出版教具包，結合模板讓實作的老師學生們容易上手。而翻轉方塊製作則已搭配簡報設計模板操作，並已針對教師、學生分別進行教學實作（如圖21、22）。至於數學科普心得寫作，除了上述寫作社團老師們完成的文章陸續投稿外，今年度指導學生進行數感盃寫作競賽的投稿，也投稿逾20篇的文章，期待能有佳績。這半年來可謂是成果豐碩，讓現場教師與實作的學生都能從實作中獲得知識與成就感。



圖1



圖2



圖3



圖4





圖5

從四軸星組木摺紙談起 新北市林口國中李政憲/台南市仁德文賢國中王儂娟

一、前言：

2021年10月17日，承蒙中興大學暨財團法人創藝文化基金會的贊助支持，藝數摺學社團在中興大學辦理了第三屆的年會，而此次年會邀請到高雄女中退休的林義強老師針對組木與摺紙間的關聯性作了開場演講(如下圖1)，介紹了Stewart Coffin對於Diagonal Burr的作品介紹，引發了我們在群組中的熱烈討論，除了研究如何以摺紙方式完成同樣比例零件以組裝，甚至延伸開發了新的模板與組裝方式，因此特撰此文以作紀錄。

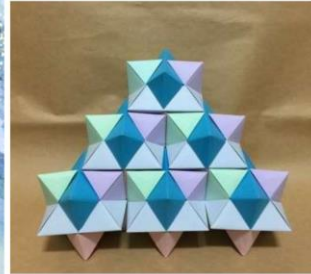


圖6

摺紙學數學之黑白天鵝

屏東女中 陳哲成  
興國高中 吳佳興

關於黑白天鵝這個作品，是當文武老師所著的趣味數學摺紙教學案例集裡面的一個例子，經由常老師分享網路共備學得，常老師書中說明了原作者為Jeremy Shafer，黑白天鵝原來的英文名稱是Iso-Area Swan。作品中體現了常用的對摺方式，有摺出一個角的角平分線或一個線段的垂直平分線等方式，以下就摺法來實作與探討。

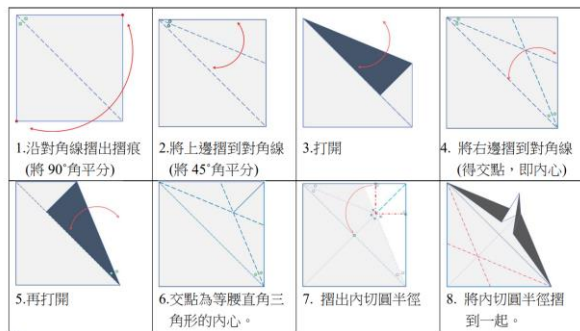
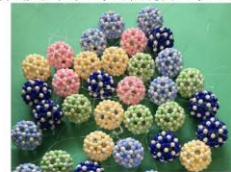


圖7

平面鑲嵌串珠

一、前言

幾年前在臉書看到雙色巴克球串珠模型，深深被吸引，於是展開串珠自學之旅。第一次嘗試是參考網路資料的串珠方式，教學說明大多是採左線加球，右線加球，兩線交叉方式。就在一邊對照著圖表一邊串珠的重複動作下，完成了作品，也因為對它的喜愛，還將此作成那年畢業班每位學生的畢業禮物，如圖(一)。印象中每個作品約花費50分鐘，有時看錯表格還得拆掉重做，每一個作品都代表著老師對數學的熱愛與給學生的滿滿祝福。



圖(一)

再次串珠，是指導國中學生營隊活動。方式是參考麗山高中洪明聲老師編寫的動手玩數學中的「柏拉圖多面體串珠」的方法，因為有詳細的步驟分解圖，跟著圖就可以完成作品。

兩次串珠的經驗都是參閱說明書的分解圖，逐步完成。不禁興起個念頭，如果沒有現成的分解圖，要如何完成呢?更希望能找出每一種通用方式，能把自己喜歡的數學結構，都用串珠展現出來。

圖8

從賴禎祥老師「鑽面體」的摺紙實作到數學探究

彭良楨  
國立臺灣師範大學附屬高級中學數學科教師

一、緣起

2022年11月19日(星期六)，由林口國中李政憲老師所號召，臉書社群夥伴共同支援籌辦的第四屆「藝數摺學年會」(圖1)，在成大數學系舒宇宸教授團隊的大力支援下順利舉辦。活動一早請來理學院院長開幕致詞，物理系的蔡錦復教授以「社會責任」與大家共勉，接下來便是1+4場緊鑼密鼓的開幕演講與短講。鳴謝開場的是吳寬誠老師的〈立體圖形平面展開圖〉，前半段介紹在高職金工科的傳統製圖課程中，面對幾何物件展開時的三種呈現手法：平行線法、放射線法與三角形法。前兩種展開法處理的物件還算容易理解與直觀想像，第三種則因大家較為陌生，故需好一番的實務經驗與想像畫面；後半段分享吳老師早期開發的金工鑲嵌品，以及近期的新創研發。吳老師以截角的正方體積木，搭組出各式以正多面體為核心的立體樣貌，再次令人大開眼界。



圖9



圖10





圖 11



圖 12



圖 13



圖 14



圖 15



圖 16



圖 17



圖 18





圖19



圖20



圖21



圖22

至於以上課程於校內授課方式多利用原授課時間（普通班彈性課程、第八節、寒暑假輔導課、社團活動或資優班數學課、個別指導及專題課）時間，或是原訂完成的活動（國中小科學營或寒暑假營隊）的部份課程，並提供相關模型材料以利施作討論。而透過桃園市與新北市輔導團到校訪視或分區座談等活動，也能適度作教材推廣以及模型發放製作課程；並透過研習的舉辦或研討會參與，讓教材與現場老師的互動更深入，了解相關設計理念、實施細節與進階應用；最後透過網頁分享、整理與交流，使有意使用於教學的老師或再行複習或練習的學生們更加方便。目前相關工作的時程表列舉如下，整體完成進度約40%；與申請的經費比例使用額度大致符合，接下來幾個月將依剩餘進度完成剩餘款項的核銷：

數學手作問題導向課程與科普閱讀寫作設計之研發與實作 I	111年 8月	111年 9月	111年 10月	111年 11月	111年 12月
(一)相關資料蒐集					
(二)互動簡報製作					
(三)專家諮詢、舉辦相關講座或研習					
(四)相關教材學習單設計					
(五)手作模型設計印刷、教具包製作					
(六)互動教材施作					
(七)輔導團團內或到校分享					
(八)網頁交流與共備群組社團互動					

表二 目前已完成工作甘特圖

## 五、預期成果

綜上所述，筆者目前成果已頗豐碩，已達成效與接下來預定完成工作為以下九點：

1. 「勾股摺學」影片已於師大數教中心帶領現場老師完成素養包的共備，並與廠商合作進階版「兩全其美」教具包的出（再）版，預計於寒假連同之前已發展的「碎形四面體」辦理南北各一場教師研習進行推廣；
2. 「N軸星組木」課程已完成簡報與課程實作，並搭配廠商「星球魔數」教具包出版進行基礎學習單的設計。接下來將思考如何以更容易上手的方式進行作品的完成，以及相關延伸的作品討論與提問設計。其中南、北部已辦理大型教師研習場共三場，預計寒假辦理中部教師研習場次。
3. 「翻轉方塊」課程已完成簡報暨模板設計，並分別針對學生、教師暨親子場進行課程，接下來將設計相關提問與學習單，使課程得以更聚焦學習；
4. 科普閱讀心得發表已設計公版閱讀學習單，接下來將針對預定討論書籍進行簡報製作、個別學習單的設計與實作；
5. 科普文章寫作投稿今年度目前除了老師們陸續完成的文章寫作八篇，也指導學生進行數學寫作，並投稿數感盃數學競賽共計二十五篇，目前靜

候出版社審稿與競賽結果通知；

6. 「圓切球」課程目前已分別設計三軸、六軸、八軸至二十四軸球，並邀請專家協助設計動態 GGB 圖檔協助理解相關結構，並藉以製作相關模型參考使用。預計期末視進度與「雷切鑰匙圈」與「對稱字設計」課程合併為一新增課程，來年持續研究與推廣。
7. 之前已發展的「立體書」與「乘法立方體」課程，有廠商詢問合作出版教具包，將視下半年的時間再行安排合作事宜。
8. 今年度與興雅國中吳如皓老師合作一系列「魔幻數學」教具包將課程切割為15-20分鐘可操作的活動，讓教師容易上手，廣獲與會教師好評。
9. 帶動社群老師專業成長：如桃園中興國中李慧玲、張怡雯老師延續社群這幾年發展出來的課程與獲得的資源，自111年起申請區域性多元資優充實方案，透過辦理與立體結構相關的教學課程，讓學生從中觀察數學與科學的原理依據；並透過創意設計製作、成果發表等活動，增進學生應用與創新思考的能力。最後可經由實作、調整的過程訓練解決問題的策略與方法，並在小組任務中發揮團隊合作、人文關懷的精神。

## 六、檢討

本計畫因想發展的課程不少，也因執行時的考量，對相關的進度作了微調；針對這半年來所遭遇困難與目前的解決之道分別如下：

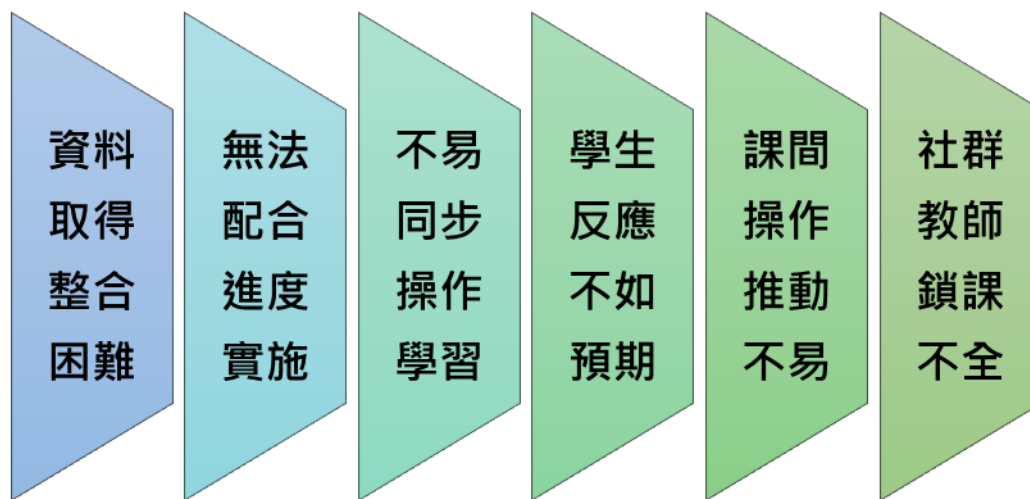
1. 資料取得整合困難，茲以底下方式進行調整：
  - (1) 藉由經費挹注，購置相關書籍教具，以利課程設計與施作；
  - (2) 經由專家諮詢提供意見，協助教材整合，並確認其正確性與實用性；
  - (3) 藉由社群教師分工合作，整理教材、書寫文章或出書，以及組成團隊參與競賽以加強推廣；
  - (4) 課程微調或延後實作。
2. 無法配合進度實施，茲擬定相關配套措施如下：
  - (1) 安排於輔導課與社團課施作，部份延伸內容改於個別指導選修深入討論，一方面不會耽擱原本進度，另一方面也可依照學生個別

- 興趣，於討論完畢進行發表；
- (2) 配合模型轉換原課程為學生較易操作課程，提昇學生動機，引發其學習興趣，如今年度發展的N軸星組木暨翻轉方塊模板，都是讓現場教師與學生更容易上手的良好課程，也獲得參與師生的一致好評；
  - (3) 利用營隊方式實施；
  - (4) 切割實作與討論課程分別實施；
  - (5) 可搭配活動由學生設計課程、擔任關主，從分享中學習成長更迅速；
  - (6) 搭配進度與出版社合作教具包，鼓勵教師投入實作：如今年與出版社合作出版的「星球魔數」、「兩全其美」與「魔幻數學」等教具包，即搭配社團活動，受惠學生逾5000位。
3. 不易同步操作學習：實作課程最擔心的就是無法跟著教學進度，按部就班完成相關作品，茲針對此問題，提供下列解決之道：
- (1) 發展摺紙模型步驟化操作，設計實作教具，由自製到製模，增加實作精準度及增進學生操作；
  - (2) 搭配實物投影機、大型教具同步學習，可使老師更易講解說明，學生印象更為深刻；
  - (3) 使用網際網路預錄對照學習，透過 youtube 網站分享摺法使教師與學生可重覆學習；
  - (4) 結合其他軟體或實體課件對照學習，如透過 GGB 動態軟體進行圖形的繪製與動畫展示、使用扣條針對移動方塊的平面結構進行理解；
  - (5) 透過小組合作學習模式進行，藉由討論與分組完成作業可增進學生互動，減輕學生完成指定作業的壓力；
  - (6) 視人數安排助教進行教學協助，並於課後進行討論共備；
4. 學生反應不如預期：部份設計內容因設計時無法確認學生接受度與延伸學習的可能性，針對此問題所採取相關措施如下：
- (1) 降低作業門檻，或以分組方式進行發表；



- (2) 鼓勵有興趣深入研究同學於課堂或以其他形式發表，透過作品的發表可讓討論所得的結論更為具體；
  - (3) 設計另類作業，使學生願意投入的意願性增高；
5. 課間操作推動不易：有鑑於多數課程，無法以個人之力全面推動或於正課中實施，茲安排以底下方式進行調整：
- (1) 與其他單位合作辦理假日研習與營隊；
  - (2) 線上共備群組互動討論；
  - (3) 培訓「藝數摺學」講師群；
  - (4) 調整課程內容，從簡單作品製作討論起；
  - (5) 成立「藝數摺學」寫作專區社團，與其他教師合作產出文章，讓想推動的老師們更容易上手，也帶領想進步的老師們一起成長。
6. 社群教師鎖課不全：透過課程的切割與教務處的排課安排，使得有課務的老師也能部份或完整學習。

期待透過以上調整方式，使接下來課程進行更為順遂，計畫推動更完善。



## 七、參考資料

1. 十二年國民基本教育課程綱要，教育部，2014年11月。
2. 十二年國民基本教育國民中小學暨普通型高級中等學校數學領域課程綱要，教育部，2018年6月。
3. 鄭英豪(2000)：學生教師數學教學概念的學習：以「概念啟蒙例」的教學概念為例。國立台灣師範大學數學研究所。博士論文，14-17頁。
4. 計惠卿、張杏妃 (2001)。全方位的學習策略－問題導向學習的教學設計模式。教

學 科技與媒體，55，58-71。

5. National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM.
6. Barrett, Terry, Cashman, Diane, & Moore, Sarah. (2011). Designing problems and triggers in different media. In T. Barrett & S. Moore (Eds.), *New approaches to problem-based learning : revitalising your practice in higher education* (pp. 18-35). London: Routledge.