

教育部 109 學年度中小學科學教育專案期中報告

計畫名稱：跨領域數學素養課程之研發與實作 II

主持人：李政憲

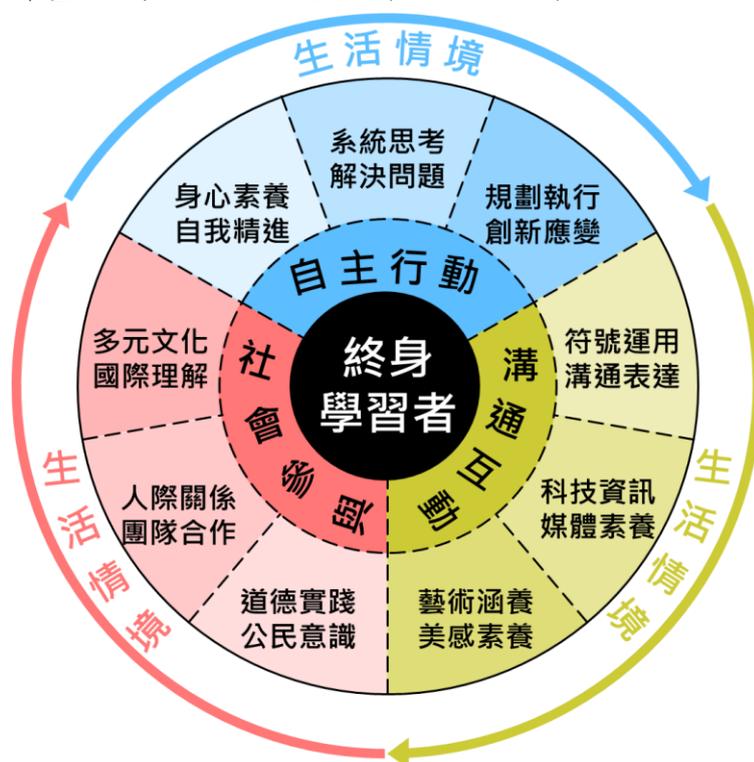
電子信箱：jenshian@yahoo.com.tw

共同主持人：謝熹鈴、賴韻竹

執行單位：新北市林口國中

一、計畫目的

108 課綱正式上路後，在數學領域的課程綱要，提及數學教學應盡可能保持學習自然語言的方式，透過實例的操作與解說，了解概念與算則之後，再逐步進入抽象理論的學習。有鑑於此，實作性的課程近年來蓬勃發展。此外由於數學是一種實用的規律科學，需要提供每位學生有感的學習機會，所以如何設計實作時要討論的課程問題與教案，更是迫切且重要的；而總綱理念所強調課程設計應以核心素養為連貫統整的主軸，秉持全人教育的理念，藉由自主行動、溝通互動與社會參與，進一步與生活情境結合，使學生能夠理解所學，進而整合和運用其解決問題、推陳出新，成為與時俱進的終身學習者，因此本計畫的需求油然而生。(如下圖一)



圖一 素養理念的課程設計 (修改自教育部「十二年國民基本教育課程綱要」)

綜觀筆者歷年來發展實作課程所接觸與諮詢的專家學者，以及共同研發課程的對象，除了數學本質的專業，更不外乎與藝術、自然、生活科技與資訊專長等學科的互動，也有機會結合語文領域發展課程。加上今年度以筆者所擅長與已開發的手作課程與各領域結合，從數學概念發展與知識應用為基礎，設計跨領域的素養導向課程，也於去年度的期中與期末報告中頗受教授好評，榮獲 108 學年度北區中小學科學教育計畫專案績優敘獎。根據李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏(2013)對於數學素養內涵的闡述：「個人的數學能力與態度，使其在學習、生活、社會、與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時，能辨識問題與數學的關聯，從而根據數學知識、運用數學技能、並藉由適當工具與資訊，去描述、模擬、解釋與預測各種現象，發揮數學思維方式的特長，做出理性反思與判斷，並在解決問題的歷程中，能有效地與他人溝通觀點。」因此本計畫延續去年度計畫的理念，除了著重於發展如何藉由實作，發展跨領域的數學課程外；也將設計以增進數學思考，問題解決導向的課程與教案，期能帶學生與教師進行數學知識的建構與應用，並針對「數學藝數」、「自然實作」與「跨域結合」三類課程，在已架構好的課程基礎上，進一步針對課程簡報、學習單與相關模型教具不足處進行設計，以利相關數學知識的理解與操作。而針對以上課程，教材開發後將進行試作與評量，並視學生反應與社群互動調整，再依時間進行部份延伸課程，且針對有意願協助實作推廣的教師們，開放線上登記，辦理實體工作坊、成立線上群組或直接於公開網路社團進行討論互動。

根據數學教學研究顯示，欲藉由數學活動來發展教學思維，需要在素材和解題活動的難度上作適當的調整（鄭英豪，2000）；為避免學生在學習上的負荷過重，適當的工具、教材與呈現方式是必要且需慎重考慮的。因此結合筆者於研究所跟隨交通大學陳明璋教授學習外掛於簡報上的 AMA (Activate Mind Attention) 軟體來呈現教材，使老師易於上手，並提供多元繪圖功能使其在使用時直接且便捷，進一步透過步驟化、區塊化且結構化 (Step、Block & Structure) 的教材設計，以及激發式動態呈現 (Trigger - base Animation) 的開關應用，讓設計的教材更具說

服力，達到有效教學與適性化的效果；此外結合動態幾何 GeoGebra 軟體，作動畫與 3D 圖像的呈現，去年度甚至結合了時下正夯的 3D 列印，作最後成品的設計與輸出，真正達到所學於所用，所想於所做的結果。

從筆者第一年度申請科教專案計畫逾十年，一直持續產出手作與數位教材融入數學課堂中，提供現場教師使用，並與班級學生有密切的互動，頗得師生好評；更帶領學校的社團學生練習與實作，每年均有不少課程、模板與作品的產出，讓這些跨領域的素養教材，使得有意願實作的老師更容易上手。去年度設計的「鑲嵌與拼貼」、「截半削稜立方體」、「正十二面體漏斗鏡」與捕光捉影到一點透視之「光影與透視」等課程，都值得再深入發展，於今年度再深化，帶給想推廣的老師們更多元的上課內容。也將於今年度研發更多元的課程內容，完成本計畫跨領域素養課程研發之目的。

二、執行單位對計畫支持(援)情形與參與計畫人員

本校（新北市立林口國中）相關行政人員與社群教師，對於計畫的執行推動與推廣，都是全力支持與協助，包含：校長與主任對教材推廣與設計時需公假外出，教學組的排課需求，出納會計的協助核銷，以及進行相關課程的學生全力配合與協助等，都是計畫推行時的最大助力。本年度計畫之參與人員及協助計畫內容如下：

1. **林口國中** 李政憲：計畫主持人，林口國中數學科教師兼任資優班導師暨新北市數學輔導團團員，交通大學 AMA 團隊講師，教育部 108 年師鐸獎得主
2. **山腳國中** 謝熹鈺：山腳國中數學科教師兼任桃園數學輔導團專任輔導員，山腳國中 100 年「藝術社群」、101 年「摺紙藝數社群」、104「山中愛數數社群」、105 年「山中愛科數社群」暨 106 年「山中藝科數社群」教師專業學習社群主持人，計畫協同主持人，參與課程設計暨教學實施，榮獲桃園市 104 學年度教師學習社群績優團隊特優、105 學年度優良教育人員、106 年度國民教育輔導團員傑出貢獻獎、106 學年度教師優良教學示例特優、107 年度桃園市師鐸獎獎項、109 年素養導向優良教學示例-特優

3. **林口國中** 賴韻竹：林口國中美術科教師兼任導師，計畫協同主持人，參與課程與模型設計暨教學實施
4. **林口國中** 校長 徐淑芬/輔導主任 邵信慧/教務主任 黃桂玲/人事主任 呂旭卿/會計主任 梁婷媛/教學組長 廖婉君/設備組長 羅兆晉/出納組長 許惠婷：提供執行計畫相關行政支持、課程安排、經費核銷等
5. **林口國中** 葉麗珠、廖婉君、王雪芬、陳俊儒/ **安溪國中** 謝麗燕/ **碧華國中** 劉冠億/ **中興國中** 李慧玲：「玩每思，思完美」教師社群成員，協助教材施作分析暨課程設計諮詢
6. **交通大學** 陳明璋：交通大學教授，提供資訊融入教學、數位教材設計暨模型製作意見諮詢
7. **師大附中** 彭良禎：提供立體圖形與摺紙教學模型製作議題分享暨專業諮詢
8. **林口國中退休教師** 王樹文，參與課程設計專業諮詢
9. **林口國中** 八、九年級數理資優班 / 自然科學研究社 / 國小科學營：教材施作對象
10. **羅東高中退休教師** 官長壽/ **泰北高中** 藍邦偉，協助動態幾何軟體製作諮詢
11. **藝數摺學社團講師群暨所屬學校班級**：含高雄鳳山高中連崇馨、台南北區文賢國中高國祥、屏東女中陳哲成、台中居仁國中游曉琦、高雄楠梓國中顏敏姿、桃園中壢高商吳淑惠、高雄路竹高中李蕙如、台南仁德文賢國中王儷娟、麗山高中洪明譽、明湖國中翁條雄（陸續增加中），協助文章編寫、課程實作與修正推廣。

三、研究方法

此次計畫除了選定一般常用的PowerPoint簡報軟體結合AMA外掛程式集進行教學設計與示範演練，搭配動態幾何與3D操作等軟體，作為教師教學呈現與學生作業研究工具，使得教師研究與學生學習時更容易上手易於討論，進一步可延伸學習或進行補救教學；此外也將透過學習單回饋與作品製作等方式，讓學生從中學習達到之教學目標。以下三類共七套課程，已陸續於今年進行教材設計、實際施作與修正回饋，並視實施結果暨學生反應，決定是否延續探索或開發其他主題的實作課程：

課程	課程主題	主要上課內容	延伸課程內容	評量方式	結合領域、議題
1	數學藝數	鑲嵌與拼貼 立體翻摺書 碎形四面體製作 藝數翻摺六邊形	立體鑲嵌製作 矩陣結構英文字母設計、林口國中校徽作品 台南美術二館公共藝數探索 三色翻摺六邊形與對稱圖形繪製	學習單 作品評量 設計發表	藝術與人文領域 生涯發展議題
2	自然實作	紙摺 DNA 螺旋 簡易畢氏螺線製作 漏斗鏡製作與正十二面體結構	DNA 螺旋模板製作 酸鹼指示螺線製作 全息投影與正立方體結構	學習單 作品評量	自然與生活科技領域
3	跨域結合	碎形風箏製作 連方塊三視圖與 3D 列印	碎形四面體風箏製作 紙編連方塊	作品評量 設計發表	科技領域

表一 跨域數學素養課程發展列表

而以上課程也依照這幾年筆者計畫推動的經驗，藉由下列研究步驟進行設計修正：

(一) 課前討論：

1. 教材學習單模型製作：蒐集相關資料，製作完整教學簡報與學習單、課程相關模型或進階思考題設計；
2. 專家諮詢討論與修正：藉由相關領域專家與社群互動諮詢，討論修正後實施。
3. 線上共備群組討論：透過定期固定主題的課程討論，也將使有興趣推動這些課程的老師更聚焦且容易上手。

(二) 課中實施：

1. 課堂施作攝影暨討論：協助引導學生理解，並藉由研究助理協助拍攝上課實施過程相片與攝影，彙集成光碟或上傳至網路；
2. 學習單作品完成施作：藉由學生完成的學習單回饋或所完

成的作品，確認學生的接受與理解程度。

3. 線上社群交流：藉由已實施課程的老師們分享，得以讓尚未實施的老師們了解可能會遇到的困難與其解決之道，也吸引更多有興趣的老師願意投入；目前「藝數摺學」社團已累積逾萬人加入，而實際討論的線上共備群組已逾 20 個以上，更因此成立線上寫作共備社團與課程推動教師群組，定期進行實體的共備課程。

(三) 課後分享：

1. 課後回饋分析：整理學生的學習單、回饋與作品，並根據學生的回饋再行修正教材定稿；
2. 社群分享互動：蒐集學生的回饋結果，連同教材集結成冊或數位光碟，於社群分享或投稿相關期刊暨研討會發表施作後心得。
3. 線上社團分享：待討論或施作結束，邀請有意願的老師協助整理共備討論的內容書寫文章，並且挑選適當的章節再作討論分享與課程設計；這半年來已陸續完成八篇以上的文章，並陸續出版或上傳至「藝數摺學」公開社團，提供更多有興趣研究的教師或同好們參考。



圖二 課程設計修正模式

四、執行進度（請評估目前完成的百分比）

以上課程授課方式多利用原授課時間（普通班數學課、美術課與自然課、第八節、寒暑假輔導課、社團活動或資優班數學課、個別指導及專題課）時間，或是原訂完成的活動（國中小科學營、校慶或科學園遊會等）的部份課程，並提供相關模型材料以利施作討論。而透過桃園縣與新北市輔導團到校訪視或分區座談等活動，也能適度作教材推廣以及模型發放製作課程；並透過研習的舉辦或研討會參與，讓教材與現場老師的互動更深入，了解相關設計理念、實施細節與進階應用；最後透過網頁分享、整理與交流，使有意使用於教學的老師或再行複習或練習的學生們更加方便。目前相關工作的時程表列舉如下，整體完成進度約 40%；申請的經費已將局端款項 60000 元完成核銷，下學期將依剩餘進度完成剩餘部款的核銷：

跨領域數學素養課程之研發與實作 II	109年8月	109年9月	109年10月	109年11月	109年12月	110年1月
(一)相關資料蒐集						
(二)互動簡報製作						
(三)專家諮詢、舉辦相關講座或研習						
(四)相關教材學習單設計						
(五)手作模型設計製作印刷						
(六)互動教材施作						
(七)輔導團團內或到校分享						
(八)網頁交流與共備群組社團互動						

表二 目前已完成工作甘特圖

以下分別針對各項課程今年度的操作與進度再作進一步的說明：數學藝數類的「鑲嵌與拼貼」延續「藝數摺學」專書的「鑲嵌與對稱」單元，進行立體的鑲嵌拼貼，可以簡化摺序與作品完成時間，頗受上課的老師與學生好評；而「立體翻摺書」則是結合本校校徽的設計作品，搭配矩陣結構的設計，藉由同樣概念完成的英文字母，可以完成延伸與設計的作品。而「碎形四面體」更是結合了跨域結合的「台南美術二館」公共建築與「碎形風箏製作」課程，讓學生們從看到、知道也玩到。

至於自然實作類的「紙摺 DNA 螺旋」課程，目前文章書寫完畢，尚待投稿與模板的製作；而「漏斗鏡製作與正十二面體結構」課程，文章已投稿接受待刊登，待確認銜接結構，即可進一步製作模板。至於新增的「簡易畢氏螺線」課程，則是結合推動已久的酸鹼指示螺線簡版課程，加上摺序圖改變的巧思，於今年搭配廠商出版的教具別冊進行推廣，讓老師們操作方便，學生們更容易上手。

最後跨域結合的「連方塊三視圖與 3D 列印」課程，今年度學生再發揮創意，延伸去年度的 ROC 作品，今年度新增更多的三視圖英文字母作品，於社團發表後，本校校慶安排展示，都是學生們創意想法的呈現。

五、預期成果

綜上所述，延續去年度計畫與今年度課程，筆者已完成成果已頗豐碩，目前已達到成果與預定完成工作為以下八點：

1. 「鑲嵌與拼貼」課程已陸續於南投夢 N、嘉義縣全縣教師研習、新北科學日、興國中學與七賢國小等工作坊，針對教師、學生直接進行操作，接下來有機會再將延伸課程寫入文章或新書發表中（圖一至圖三）；
2. 「碎形四面體」結合了跨域結合的「碎形風箏製作」課程，陸續在南投夢 N、台南夢 N、台中夢 N、雲林夢 N、藝數摺學年會、八斗高中、高雄市全市研習、自強國中、興國高中與林口國中等工作坊與課程，針對教師與學生直接進行操作，並於中華民國物理教育學會辦理的 2020 第三屆全國科學教具創意設計競賽，榮獲佳作與最佳人

氣獎的佳績；接下來將針對此模板的立體拼組課程，設計由簡至繁的多樣課程與解構（圖四至圖七）；

3. 「簡易畢氏螺線」課程今年度經由教材別冊的設計與社團的推廣，全台共計 117 位教師逾 4000 位學生直接受惠；接下來將與出版社討論，直接將此課程放入正課課本中的可能性（圖八至圖十）；
4. 「立體翻摺書」目前結合校徽的設計作品與設計好的英文字母版本，讓學員們有機會製作屬於自己學校或名字的立體書；接下來將設計完整簡報與學習單，讓老師與學生們更容易上手操作（圖十一、十二）；
5. 「漏斗鏡製作與正十二面體結構」文章已獲科教月刊接受，目前待刊登與模板製作確認（圖十三、十四）；
6. 「連方塊三視圖與 3D 列印」課程由學生設計「SCA」、「OMG」與「RNA」等作品，頗受參與校慶的佳賓好評；接下來將結合 3D 列印，試著將學生的創意更具體的呈現；此外新課程「紙環扣多面體」也預計藉由實體共備與學生實作，作為下學期的發展課程（圖十五至圖十七）；
7. 先前所設計的一刀剪課程教具包，今年直接放入課本內容，讓學生直接進行操作；而頗受好評的「摺出勾股定理」與「畢氏螺線」課程，也與美感教科書合作成書出版；（圖十八、十九）；
8. 與社群教師們一起共備產出的「截半削稜立方體」與「日曆魔方課程」，陸續產出簡報與文章，針對教師與學生進行實作，其中「截半削稜立方體」的兩篇文章已陸續於央團的數學月刊進行刊登；寫作群組中的洪明譽、常文武老師，今年度也陸續出版了「動手玩數學」與「奇妙的數學折紙 II」專書（圖二十至二十二）。

六、檢討

任何課程設計均有其侷限性，本計畫因想發展的課程不少，也因執行時的考量，對相關的進度作了微調；其中原本預計進行的「24 節氣翻摺六邊形」因考量設計與製作不易，改以「三色翻摺六邊形」模板進行，更加可以看到學生與實作老師們的創意；而原本預計進行的

「立體翻摺書」課程，考量學生多邊形的角度與邊長相關先備知識要到八年級下學期與九年級上學期才足夠，改以較簡單的矩陣結構，搭配設計的英文字母模板與本校校徽作品，降低此課程可實際操作的年齡層；此外，本計畫針對所遭遇困難與目前的解決之道分別如下：

1. 資料取得整合困難：由於目前國內對於數學實作教材無法有效整理，茲以底下方式進行調整：
 - (1) 藉由經費挹注，購置相關書籍教具，以利課程設計與施作；
 - (2) 經由專家諮詢提供意見，協助教材整合，並確認其正確性與實用性；
 - (3) 藉由社群教師分工合作，整理教材、書寫文章或出書，以及組成團隊參與競賽以加強推廣；
2. 無法配合進度實施：雖開學已於期初預排定相關課程於各校普通班與資優班課內或外加課程實施，仍因學生實作進度與學校行事略作調整，故擬定相關配套措施如下：
 - (1) 安排於輔導課與社團課施作，部份延伸內容改於個別指導選修深入討論，一方面不會耽擱原本進度，另一方面也可依照學生個別興趣，於討論完畢進行發表；
 - (2) 配合模型轉換原課程為學生較易操作課程，提昇學生動機，引發其學習興趣；
 - (3) 利用社團或營隊方式實施；
 - (4) 切割實作與討論課程分別實施；
 - (5) 搭配活動由學生設計課程、擔任關主，從分享中學習成長更迅速；
 - (6) 搭配進度或與出版社合作教具包，鼓勵教師投入實作：如今年與出版社合作出版的「畢氏螺線摺紙」，即搭配社團活動，受惠學生逾4000位。
3. 不易同步操作學習：實作課程最擔心的就是無法跟著教學進度，按部就班完成相關作品，茲針對此問題，提供下列解決之道：
 - (1) 發展摺紙模型步驟化操作；
 - (2) 設計實作教具，由自製到製模，增加實作精準度及增進學生操作；
 - (3) 搭配實物投影機、大型教具同步學習，可使老師更易講解說明，學

生印象更為深刻；

- (4) 使用網際網路預錄對照學習，透過 youtube 網站分享摺法使教師與學生可重覆學習；
 - (5) 結合其他軟體課件對照學習，如資優生可透過 GSP 或 GGB 軟體進行圖形的繪製與驗證；
 - (6) 透過小組合作學習模式進行，藉由討論與分組完成作業可增進學生互動，減輕學生完成指定作業的壓力；
 - (7) 視人數安排助教進行教學協助，並於課後進行討論共備；
4. 學生反應不如預期：部份設計內容因設計時無法確認學生接受度與延伸學習的可能性，針對此問題所採取相關措施如下：
- (1) 降低作業門檻，或以分組方式進行發表；
 - (2) 鼓勵有興趣深入研究同學於課堂或以其他形式發表，透過作品的發表可讓討論所得的結論更為具體；
 - (3) 設計另類作業，使學生願意投入的意願性增高；
5. 課間操作推動不易：有鑑於多數課程，無法以個人之力全面推動或於正課中實施，茲安排以底下方式進行調整：
- (1) 與其他單位合作辦理假日研習與營隊；
 - (2) 線上共備群組互動討論；
 - (3) 培訓「藝數摺學」講師群；
 - (4) 調整課程內容，從簡單作品製作討論起；
 - (5) 成立「藝數摺學」寫作專區社團，與其他教師合作產出文章，讓想推動的老師們更容易上手，也帶領想進步的老師們一起成長。
6. 社群教師鎖課不全：透過課程的切割與教務處的排課安排，使得有課務的老師也能部份或完整學習。

期待透過以上調整方式，能使接下來課程進行的更為順遂，計畫推動更加完善，來年持續申請第三年的課程設計與實作。

七、參考資料

1. 十二年國民基本教育課程綱要，教育部，2014年11月。
2. 十二年國民基本教育國民中小學暨普通型高級中等學校數學領域課程綱要，教育部，2018年6月。
3. 李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏(2013)。教育部提升國民素養實施方案—數學素養研究計畫結案報告。臺北市：教育部。
4. 鄭英豪(2000)：學生教師數學教學概念的學習：以「概念啟蒙例」的教學概念為例。國立台灣師範大學數學研究所。博士論文，14-17頁。



圖一 鑲嵌與拼貼（新北科學日）



圖二 鑲嵌到碎形（南投夢N）



圖三 螺線到鑲嵌（嘉義全市）



圖四 碎形四面體（林口國中）



圖五 碎形四面體（永康國中）



圖六 碎形四面體（雲林夢N）



圖七 碎形四面體全國科學教具參賽



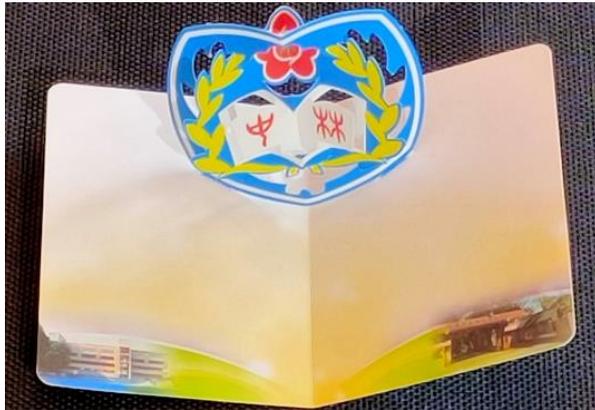
圖八 簡易螺線課程（林口國中）



圖九 簡易螺線課程（楠梓國中）



圖十 簡易螺線課程（八斗高中）



圖十一 立體翻摺書林中校徽製作



圖十二 立體翻摺書英文模板製作

從漏斗鏡看到正多面體結構

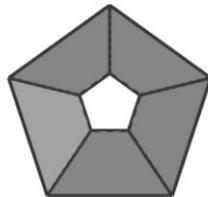
李政憲^{1*} 王儷娟² 袁靜娟³
¹ 新北市林口國民中學
² 臺南市立仁德文賢國民中學
³ 臺中市立光榮國民中學

壹、前言

德國古森的數學博物館的網頁[1]資料中看見一個令人感興趣的體驗活動(圖一), 形狀是一個被截了尖角的五角錐漏斗鏡如圖二

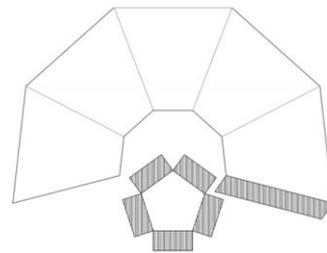
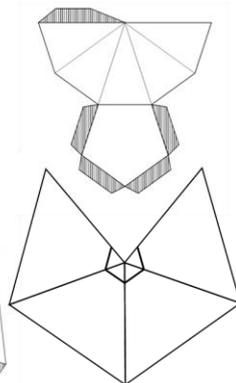
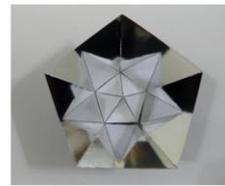


圖一



圖二

圖十三 漏斗鏡與正十二面體文章



圖十四 漏斗鏡模板設計



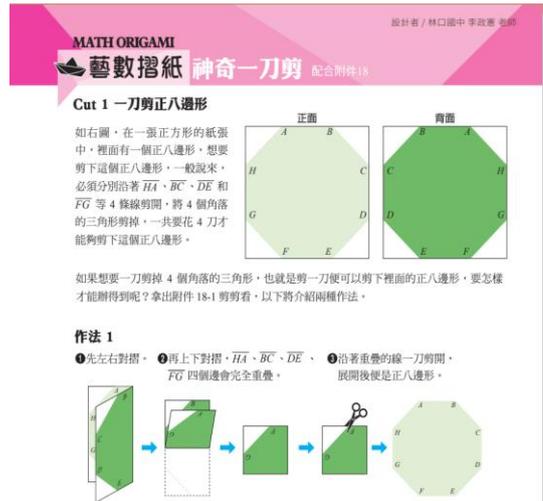
圖十五 三視圖學生作品(馬克杯、OMG)



圖十六 三視圖學生作品(SCA、RNA)



圖十七 紙環扣多面體作品參展



圖十八 一刀剪紙摺課本內容



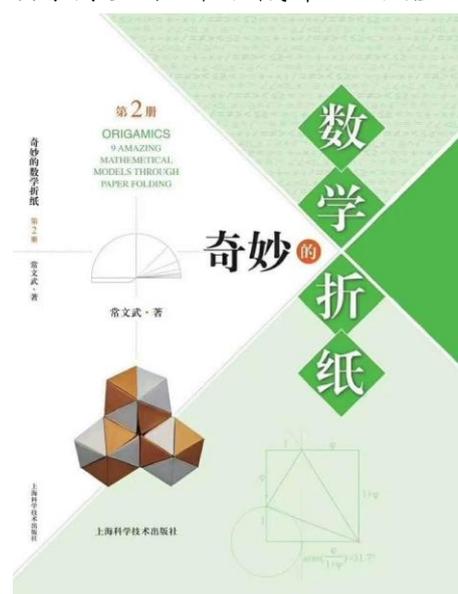
圖十九 美感教科書出版品



圖二十 央團刊登小斜方截半立方體文章



圖二十一 洪明譽老師「動手玩數學」專書



圖二十二 常文武老師「奇妙的數學折紙 II」專書