

教育部 107 學年度中小學科學教育專案期末報告

計畫名稱：數學實作課程之研發與實作 III

主持人：李政憲

E-mail：jenshian@yahoo.com.tw

共同主持人：謝熹鈴、賴韻竹

執行單位：新北市林口國中

一、計畫執行摘要

1. 是否為延續性計畫？ 是 否

2. 執行重點項目：

- 環境科學教育推廣活動
- 科學課程教材、教法及評量之研究發展
- 科學資賦優異學生教育研究及輔導
- 鄉土性科學教材之研發及推廣
- 學生科學創意活動之辦理及題材研發

3. 辦理活動或研習會等名稱：

- (1) 北桃區林口國中跨校「玩每思，思完美」教師共備社群工作坊
- (2) 「達文西的雙耳細頸壺」、「空間中的交線展開」、「繡曲線與多角星魔術」、「桌遊中的數學」、「動態幾何探索」與「資優數學探索」等內外聘講座分享與諮詢
- (3) 「立方體拼組」摺紙課程設計、共備與教學演示
- (4) 「全等桌遊」實體暨校內外與輔導團共備與課程分享
- (5) 「藝數摺學」線上共備群組「HALF Z CUBE」、「正八面體與立方體疊合方塊」、「正方形切割與面積」、「凹凸十二面體」等課程共備暨筆記整理分享；FB 社團「摺紙學數學」樣書、「停不下來的歡樂摺紙書」、「翻折六邊形」科學少年手作專刊暨「藝數摺學」教具包分享推廣；遠見未來教育「摺剪魔翻」專案投稿，林口國中「數學與文學的交織」暨「數學的魅力課堂」全國教師研習
- (6) 屏東教師職業工會「藝數摺學立方體」暨「藝數摺學—從正四面體談起」、台北忠孝國中「素養導向研習—從遊戲與摺紙談起」、嘉義大學「從立方體到正四面體切割」、「從根號 n 螺線到百轉千摺」、苗栗照南國中「藝數摺學—從勾股定理談起」、華盛頓中學「奇異骰子到神算四面體」、永年中學、卓蘭高中、永慶高中、中正高中「藝數摺學—從立方體切割談起」、鹿港高中「藝數摺學—從立方體切割談起」暨「從艾雪多面體談起」、台北夢的 n 次方國中組「再探無理數與勾股定理：從螺線到面積切補」、台北夢 n 國高中組課程「藝數摺學：從立方體到四面體切割」、連江縣數學輔導團「紙摺七巧板」、「翻摺多角盒暨延伸內容」暨「藝數摺學—從正四

面體切割談起」、大同高中「從立方體切割到多面體疊合」、日新國小「乘法立方體到骨牌神算」暨「從數學魔術到摺紙一刀剪、宜蘭夢的 n 次方「紙摺三角板與立體圖形」、和美高中、光復高中「從艾雪多面體談起」、中壢國中「動手開啟思考的學習-從摺紙談數學藝術」、「藝數摺學：從等比談起」、「星狀多角盒到多面體氣球」暨「平行星動到百轉千摺」、第三屆台灣創客論壇「動手開啟思考的學習-從摺紙談數學藝術」、彰安國中「巧拼連方塊與索碼立方體」、天母國中「藝數翻摺六邊形—兼談艾雪的數學藝術」、居仁國中「乘法立方體到序列置換」、馬來西亞華文獨立中學數學科教師研習班「摺紙中的數學藝術—從立方體切割談起」、南光高中、台中明德高中「從四面體切割談起」、立人國中「從三宅一生到尺規作圖」、永吉國中「巧拼連方塊與索碼立方體」、新竹二重國中、彰化精誠高中、桃園同德國中「奇異骰子方塊到神算四面體」、新竹夢共備「藝數摺學：從等差到等比」、南投國姓國中「從相似形到螺線摺紙」、屏東美和中學「藝數摺學：從鑲嵌與對稱談起」、雲林縣國教輔導團「藝數摺學—從四面體切割談起」暨「平行星動到百轉千摺」、翰林出版社、海山高中、江翠國中、新埔國中「從一刀剪摺紙談對稱」、新竹市國小輔導團「從一刀剪摺紙談對稱」暨「藝數翻摺六邊形」、嘉義新港國中「從對稱到相似」、同德國中「從乘法立方體談起」、安溪國中「從平行星動到四面體切割」、苗栗高商「藝數摺學—從等比談起」、義學國中「從尺規作圖到三宅一生」、大林國中「從平行星動到三宅一生」、新北市蘆洲國中「紙摺截半立方體」、八斗高中、彰化成功高中「平行星動到百轉千摺」、屏東夢的 n 次方國中組（楠梓國中顏敏姿老師、仁德文賢國中王儷娟老師）「藝數摺學之空間中的線與平面」、大德國中「平行星動與全等桌遊」、台中后綜高中「平行星動到百轉千摺」暨「藝數摺學—從勾股定理談起」、東安國中「勾股收納盒與紙摺七巧板」、高雄光華國中「平行星動與一刀剪摺紙」各地教師研習共備。

- (7) 林口國中「紙摺截半立方體」、「拼組菱形十二面體」、「碎形剪紙與AMA實作」、「全等桌遊」、「一刀剪摺紙」、「哥倫布方塊堆疊」、「數學燈謎」、「根號 N 螺線」、「藝數翻摺四邊形」、「飛鏢中的數學」、「勾股收納盒」、「巧拼連方塊」、「摺出畢氏數」暨「奇異骰子方塊到神算四面體」、林口國小科學營「乘法立方體」、「巧拼連方塊」、「紙的可能」暨「立體魔法書」、麗林國小「拼組菱形十二面體」、勤益科技大學「乘法立方體到骨牌神算」、屏東教師職業工會「乘法立方體到骨牌神算」暨「奇異骰子方塊到神算四面體」、台北市民生國中「奇異骰子方塊到神算四面體」、連江縣中正國中小、新竹光華國中數資班「乘法立方體到骨牌神算」、東興國中「勾股收納盒到翻摺多角盒」、光武國中「奇異骰子方塊到神算四面體」、數感嘉年華「一刀剪愛心延伸討論」等學生、親子暨一般民眾營隊與工作坊。
- (8) 洪建全基金會素直友會「藝數翻摺六邊形」、中央科學研究院「藝數摺學立方體」、創藝文化基金會八月份澎湖文光國小「乘法立方體 & 飛鏢與數學燈謎」工作坊、

九月份南投草屯國中「藝數摺學與魔數的饗宴」工作坊、十月份桃園「藝數摺學與數位碎形」工作坊、十一月份連江縣輔導團「探究教學藝數摺學」工作坊、金門輔導團「乘法立方體與骨牌神算&一刀剪到星狀多角盒」工作坊、十二月份苗栗頭份國中場「藝數 vs 美數」工作坊、一月份台北永吉國中「巧拼連方塊與索碼立方體」工作坊、四月份桃園山腳國中「紙的可能+數學好好玩」工作坊、新北市數學輔導團「藝數摺學-從對稱談起」工作坊、五月份基隆中山高中「魔音高手 vs 動態幾何」工作坊、六月份台中居仁國中「魔數 vs 摺學 I」工作坊。

(9) 課程實作登記 I：**藝數摺學新竹夢共備「等差與等比」課程登記**

累積登記基隆市立八斗高中等 23 校實作人數 1243 人次

(10) 課程實作登記 III：**「全等叢林」桌遊課程登記**

創藝文化基金會 + 林口國中「玩每思，思完美」教師團隊全等桌遊推廣，總計
東引國中等 40 校 49 師 5309 人

(11) 課程實作登記 IV：**「數學燈謎」實作登記**，合計基隆女中等 372 師逾 10000 位師生！！

4.辦理活動或研習會對象：各縣市暨新北市國教數學輔導團以及國高中小教師學生暨一般民眾與親子工作坊

5.參加活動或研習會人數：每次工作坊暨講座約 8 至 120 人，對校內外教學、發表分享與帶動教師實作逾五十場。

6.參加執行計畫人數：8~11 人（含計畫暨協同主持人、研究助理暨社群團隊）

7.辦理/執行成效：本計畫辦理跨校「玩每思，思完美」工作坊，於新北市林口國中、桃園山腳國中等學校進行逾二十次的課程交流，並持續於各縣市國高中小進行發表與課程分享，並與民間基金會合作辦理近十場的教師與親子工作坊，獲得現場老師高度肯定並實作，今年度的「從等差到等比」、「一刀剪與對稱」、「全等桌遊」暨「數學燈謎」等課程，多數已於全國各縣市進行實作，目前已逾萬名學生受惠，更積極培訓種子教師進行分享課程。延續去年度編寫的「摺紙學數學」專書，今年除了與出版社合作的文章「從等腰三角形貝殼螺線談數學素養」與輔導團、社群合力完成的「截半立方體」教案，也與群組老師合寫「透視-搭組-空間大師」，並鼓勵群組老師們書寫「三宅一生的服裝設計與扭稜摺疊」、「七巧板與 A4 影印紙」、「從停車場難題到吹氣陀螺摺紙」、「編織的藝數 I」、「編織的藝數 II」、「正立方體與正八面體的疊合方塊」、「多元選修課程『摺紙藝數』經驗分享」、「摺紙學數學——根號 N 螺線：從簡化到立體螺線」、「來摺一組五合一柏拉圖立體」與「歐洲麥桿星初探」等文章進行投稿與發表，計畫於下個學年度出版結合國中課程共十八個單元的「藝數摺學」專書。而本年度除了受邀於中央科學研

究院進行「藝數摺學立方體」工作坊，於第三屆台灣創客論壇分享「動手開啟思考的學習-從摺紙談數學藝術」，也帶領學生設計新北科學園遊會闖關活動計三個攤位，更累積歷年成果榮獲新北市特殊優良教師殊榮。透過今年度眾多教授的諮詢與多方面的專家互動，使得所呈現的教材更多樣化。藉由本計畫這三年的規劃整理、社團的互動與社群的共備，相信已使更多人看到數學透過實作課程可以達到的果效，並透過文章與課程的無私分享，使得更多有意推動的老師容易上手並樂於推廣，學生已有更多不一樣的收穫與感動！

二、計畫目的

人類天性好玩，教師如果能善用此種天性，把教學和遊戲加以結合，必能使學生更喜愛上學（饒見維，1996）。如今教數學不一定只教會學生算出正確的答案，更重要的是幫助學生理解如何思考及解決數學問題（黃敏晃，1996）。當今的數學教育，強調從做中學，培養學生帶的走的能力，有些老師更是具有讓學生「動手玩數學」的教學理念（曾志華，1995）。近年來實作課程概念日益興盛，各領域強調自造的概念，期許教師研發手作課程，讓學生可以從實作中學習數學概念，進一步可帶領學生成為 Maker，創造出屬於自己獨一無二的作品。師大數學系的林福來教授主導的師大數學教育中心所開發設計「數學奠基模組」師資培訓課程以及提供培訓教師申請於假期所辦理之「好好玩數學」學生營隊，獲得報章雜誌與網路媒體的大量關注與高度肯定，可見將數學課程與動手實作結合，並以摺紙、數學與遊戲等方式作翻轉，確是有效並且刻不容緩的。而台北科技大學的侯惠澤教授也為翻轉教學下了個特別的定義：「所謂的微翻轉，就是運用課室內 20 分鐘內經由認知設計的小遊戲化活動，來激發學生的認知衝突與探索知識的樂趣，以促進概念改變與探究的精神。」所以若要以實作課程融入教學，一開始的活動不宜過長，綜觀我們目前所設計的摺紙、魔術與桌遊等課程恰好都具有這些特性。

然而數學教學研究也顯示，欲藉由數學活動來發展教學思維，必須在素材和解題活動的難度上作適當的調整（鄭英豪，2000）；為避免學生在學習上的負荷過重，適當的工具、教材與呈現方式是必要且需慎重考慮的。筆者於交通大學在職專班跟隨陳明璋教授開發並學習 AMA（Activate Mind Attention）軟體，發展 AMA 外掛程式集結合於一般人常用的 PowerPoint 軟體中，透過簡報

軟體作教材呈現讓老師較易上手，而多元的繪圖功能讓老師們在使用時直接且便捷，進一步透過步驟化、區塊化且結構化（Step、Block & Structure）的理念傳達，讓設計的教材更具說服力，達到有效教學的成果。另外透過激發式動態呈現（Trigger-base Animation）的開關應用，可以讓教材的使用更加適性化，達到差異化教學的目的，再者使用分段方式呈現幾何證明教材，無論對專家或對生手而言，均有助於降低其對教材所感受到的困難度及所需花費的心力（左台益等，2011）。在十二年國教因應數位時代並且鼓勵學生動手做的前提下，AMA 不啻是個極佳的演示與操作工具。從發表論文迄今，筆者一直持續產出數位教材融入數學課堂中，並與現場教師及班級學生有著密切的互動，頗得師生好評，也帶領學校的社團學生練習與實作，每年均有不少作品的產出；由於 AMA 軟體將傳統的 PowerPoint 教材轉化程式邏輯為可程序操作的環境，具備模糊操作、準確定位與掌握大量訊息的特性，因此除了在教學上讓學生可程序式學習，也讓學生在呈現歷程充滿驚喜，感受特別而無法預測之美，使其作品同時具備美學質感與數學結構，並達到因材施教的果效。近年來筆者申請教育部辦理的科教專案計畫《摺紙數學與資訊融入教學之課程研發、實作與推廣（一）、（二）》與《摺紙數學與動態幾何之資優生補充教材編輯與研發（一）、（二）》，陸續發展許多與課程相關的摺紙模型與教案，並將兩者加以結合，得以相得益彰。

今年度計畫延續前兩年所開發的課程，進一步開發了更多元且可以應用於課堂上的實作課程，並藉由相關資料參考與專家學者諮詢，激盪出更多創意，使得教師與學生透過這些課程均得以受惠。而與協同主持人賴韻竹老師合作完成的「書法年曆與勾股收納盒」課程，透過數學與藝術的巧妙結合，讓普通班的學生深具藝數味的畫作，在數學作品上呈現；而山腳國中的謝熹鈺老師，也設計了「捕光捉影、如影隨形」課程，於師大數學教育中心的「數學奠基」活動中分享；社群中興國中的李慧玲老師所設計的「脫胎換骨 原形畢露」課程更是獲得中央輔導團的高度肯定，於各場次奠基進教室研習中進行分享；迄今所發展出的教案與教材，有幸至各校推廣，獲得與會教師與學生們的廣大迴響；並且透過相關檔案於「藝數摺學」、「林中生命藝數殿堂」等社群平台上的討論交流與無私分享與線

上群組的共備，讓檔案更加完備與多元，並藉由相關資料參考與專家學者諮詢，期盼激盪出更多創意，在完成文章後，進一步可以完成教案並參與甄選、投稿期刊或製作教具材料包，讓更多的老師願意在校推廣這些課程，使其學生得以獲益。

三、研究方法

為使學生研究與學習時更方便討論，進一步延伸學習，本計畫特別選定一般常用的PowerPoint簡報軟體結合AMA外掛程式集進行教學設計與示範演練，作為教師教學呈現與學生作業研究工具，並透過學習單回饋與作品製作等方式，讓學生從中學習預定達到之教學目標。

本計畫除了於計畫內新北市林口國中、安溪國中與碧華國中，桃園山腳國中等學校，分別針對普通班及資優班學生，每次各約15至40位學生分別進行課程教學；今年度也透過「藝數摺學」社團的推廣，搭配國中進度分享相關摺紙實作教具包近百套，相關研習或活動資訊，並送出摺紙模型提供實作與教學逾千份。透過專家諮詢與社群討論，今年已陸續針對「藝數摺學」、「數學遊戲」與「數學魔術」等課程，設計課程簡報、學習單與摺紙模型，以利相關數學知識的理解，針對主要內容分別於不同時段進行2~6節，視學生反應與社群互動後作課程調整，視情況再進行部份延伸課程，以下針對課程內容、延伸課程、評量方式暨本年度的推廣狀況分別進行說明：

課程	課程主題	主要上課內容	延伸課程內容	評量方式	推廣(實作)方式
1	藝數摺學	三宅一生與尺規作圖 鑲嵌與對稱摺紙 巧拼連方塊與三視圖 截半正四面體拼組	摺紙與尺規作圖 鑲嵌作品製作 連方塊組裝與應用 紙環編截半正四面體	學習單 作品評量	(普通班) 數學課 社團課 輔導課 科學營隊 科學圓遊會 (資優班) 數學課 專題課 個別指導
2	數學遊戲	「全等性質與邊角關係」桌遊製作 序列置換	三角形邊角關係探討 全等性質分類整理 序列置換組合方式	學習單 遊戲計分 序列置換排	(普通班) 數學課 輔導課

		飛鏢中的數學 脫胎換骨 原形畢露	全變差極大值 多邊形包含關係不同 方式比較	序 鏢靶設計	(資優班) 數學課 專題課 個別指導 資優營隊
3	數學魔術	魔數翻轉多邊形	正多邊形摺製方式	學習單 魔術實作 魔數翻轉多 邊形製作	(普通班) 輔導課 社團課 數學營隊 (資優班) 數學課 專題課 個別指導

至於選擇這三類課程進行施作分析的原因，除了因這三類課程配合前六年筆者的科教專案計畫已蒐集部份資料，並且設計了相關教材，今年度對其不完整處進行補強，針對社群老師或其他學校，分別進行教學或討論，並依實施後結果，再進行教材修正與調整，以確定其實用性，其中更結合「鑲嵌與對稱摺紙」與「魔數翻摺多邊形」的部份內容，並結合生命教育，發展出「生命藝數·摺剪魔翻」課程，預定投稿今年度的「遠見未來教育·台灣100」專案甄選；而這些課程也是教師與學生們，以實作來認識數學的極佳入門方式，透過筆者的教學簡報、教材與相關學習單設計，以及延伸思考題、摺紙作品設計等，使得有意使用的教師更方便上手，學生們也可以藉由實作來理解相關的數學知識應用。

此外，相關課程依照前幾年筆者計畫推動的經驗，也透過下列研究步驟進行設計與修正：

(一) 課前討論：

1. 教材學習單模型製作：蒐集相關資料，製作完整教學簡報與學習單、課程相關模型或進階思考題設計；今年度合計完成「鑲嵌與對稱」、「序列置換」與「半正四面體」模板開發，並且完成「截半立方體」教案與學習單編寫暨「紙摺鯨鱗」學習單；
2. 專家諮詢討論與修正：藉由相關領域專家與社群互動諮詢，討論修正後實施。本年度陸續與李國偉教授、陳明璋教授持續進行互動，並邀約謝佳叡教授、陳彩鳳老師、何鳳珠老師、吳寬瀛老師與劉力

君老師至社群分享討論課程內容，進一步應用於教學上；

3. 線上共備群組討論：透過定期固定主題的課程討論，也將使有興趣推動這些課程的老師更聚焦且容易上手，如「等差到等比」課程已透過線上共備方式完成討論與課程設計，並完成了六項課程的學習單與參考解答，提供預定實施的老師們參考使用。

(二) 課中實施：

1. 課堂施作攝影暨討論：協助引導學生理解，並藉由研究助理協助拍攝上課實施過程相片與攝影上傳至網路；本年度已陸續完成「藝數摺學平面方塊」、「紙環扣接截半立方體」、「畢氏鎖」與「根號 N 螺線收納盒」等實作影片上傳網路並分享至社團，使得想操作的老師更加方便上手；
2. 學習單作品完成施作：藉由學生完成的學習單回饋或所完成的作品，確認學生的接受與理解程度。本年度「截半立方體」與「紙摺鯨鱗」學習單搭配教學演示與課程進度，已陸續完成實作，其中「紙摺鯨鱗」與「徐氏針線匣」更結合了數學史與多元文化，並接受台北教育大學的英家銘教授指導修正；
3. 線上社群交流：藉由已實施課程的老師們分享，得以讓尚未實施的老師們了解可能會遇到的困難與其解決之道，也吸引更多有興趣的老師願意投入；目前「藝數摺學」社團已累積逾 9000 人加入，而實際討論的線上共備群組已逾 20 個以上，並不時有實際課程產出；今年度陸續完成了「新竹夢 n 」、「屏東夢 n 」與「台中居仁國中工作坊」、「遠哲基金會雲林偏鄉營隊」的線上共備與產出實作，並且藉由新成立的「藝數摺學」寫作社團，按月有文章的產出。

(三) 課後分享：

1. 課後回饋分析：整理學生的學習單、回饋與作品，並根據學生的回饋再行修正教材定稿，進一步依需求再分享至線上共備群組或社團；
2. 社群分享互動：蒐集學生的回饋結果，連同教材集結成冊或數位光碟，於社群分享或投稿相關期刊暨研討會發表施作後心得。本年度於第三屆台灣創客論壇所分享的「動手開啟思考的學習-從摺

紙談數學藝術」內容，即是將這幾年產出的課程作了整理，跨領域分享給其他科目的老師或一般民眾理解；

3. 線上社團分享：待討論或施作結束，邀請有意願的老師協助整理共備討論的筆記，並且挑選適當的章節再作討論分享與課程設計，今年度陸續完成了「HALF Z CUBE」、「正八面體與立方體疊合方塊」等共備課程筆記並上傳，並分別發展為課程分享與書寫文章投稿。另「『藝數摺學』寫作專區」社團中所書寫的「藝數摺學—從等腰三角形貝殼螺線談數學素養」、「從停車場難題到吹氣陀螺摺紙」、「透視-搭組-空間大師」與「來摺一組五合一柏拉圖立體」等文章已陸續定稿發表，其餘文章目前待審或安排校稿中。



至於其授課方式多利用原授課時間（普通班數學課、第八節、寒暑假輔導課、社團活動或資優班數學課、個別指導及專題課）時間，或是原訂完成的活動（國中小科學營、校慶或科學園遊會等）的部份課程，並提供相關模型材料或以色紙、影印紙等容易取得的紙張，方便施作討論。

四、研究成果

針對此次計畫，筆者已完成的工作與達到的成果有八：

1. 研發並製作數學實作相關模型，並藉由與數學老師分享施作狀況、心

得，吸引更多老師加入實作數學設計與推動的行列。

2. 將實作數學數位教材與相關模型，於課堂、輔導課、社團或資優班施作，讓學生能從操作與討論學習到「一堂有感覺的數學課」。
3. 針對課程成立線上共備群組，邀請有意願加入推動的老師一起討論，透過雲端裨益各地的老師與學生們。
4. 透過資源分享的線上空間，整合相關成果，將數位教材檔案放置於網路平台，讓有興趣的學生或老師能方便使用與討論，達到雲端共備的效能。
5. 聘請專家學者到校、社群或輔導團，針對老師或學生作演講及研討諮詢，發展可以實際運用於課堂的教材，讓教材發展更多元。
6. 透過學生回饋單與作品實作，檢驗教材設計的適切性並了解學生學習狀況，進而修改出更適切的相關教材內容。
7. 指導有興趣的學生進行研究，發表心得或作品，並將施作與研究的心得投稿相關科學期刊，藉以驗證其專業與普及性。
8. 與相關機構與民間基金會合作，辦理更多元的工作坊，裨益更多地區的師生，培養更多的亮點教師，為台灣的教育貢獻一己之力。



至於本計畫目前相關工作已配合時程表完成如下，整體完成約 90%，部份工作因為社團的成立，甚至還比預期的效益為大；申請的經費十三萬元，目前經費核銷已近九成，與執行進度相去不大。

數學實作課程之研發與實作 III	107年8月	107年9月	107年10月	107年11月	107年12月	108年1月	108年2月	108年3月	108年4月	108年5月	108年6月	108年7月
(一)相關資料蒐集												
(二)互動簡報製作												
(三)專家諮詢、舉辦相關講座或研習												
(四)摺紙教材學習單設計												
(五)摺紙模型設計製作印刷												
(六)互動教材施作												
(七)輔導團團內或到校分享												
(八)網頁交流互動												

五、討論及建議（含遭遇之困難與解決方法）

本計畫目前遭遇困難與預定的解決之道分別如下：

- 資料取得與整合不易：由於目前國內對於數學實作的教材缺乏整合，相關資訊無法有效整理，茲以底下方式進行調整：
 - 藉由專家諮詢提供意見，協助教材整合，並確認其正確性與實用性；如結合高雄女中退休的林義強老師、上海復旦大學常文武博士合力開發的「半正四面體拼組截半立方體」課程；以及結合興雅國中吳如皓老師、繆儀萍老師、高雄數學輔導團顏敏姿老師與台南仁德文賢國中王儷娟老師合力開發的「生命藝數·摺剪魔翻」課程，更是從生命教育引入，結合了摺紙與魔術，進行對稱概念引導的綜合性課程，陸續對教師或直接對學生進行分享實作。而去年度開發的「全等叢林—三角等不等」桌遊今年度更是承蒙創藝文化基金會的贊助，提供現場教師給逾 5000 位學生進行實作。
 - 延續去年出版搭配高中課程的「摺紙學數學」共九個單元的專書，今年度即將推出結合國中課程共十八個單元的「藝數摺學」專書，並且已與遠流

出版社《科學少年》出版「我的酷手作」摺紙專欄「六面翻折六邊形」，可謂成果豐碩，推動層面更加普及。

2. 實作課程施行對象不夠全面，部份課程無法配合計畫實施：因部份課程因受升學考試與課程進度無法實施，故擬定相關配套措施如下：

- (1) 普通班安排於部份數學課或輔導課施作，或與美術老師合作授課，資優班除原本預定進行的專題課程，部份延伸內容改於個別指導深入討論，一方面不會耽擱原本進度，另一方面也可於討論完畢後進行發表；山腳國中的「七年級畢氏樹水彩調色練習」已是常態課程，目前社群老師正在設計「禪繞與等差數列」、「相似放大圖」及「點透視圖」等數學與藝術結合的課程，不啻是跨領域結合的最佳例子。而今年度於專題課進行的「飛鏢中的數學」課程即有學生討論全變差的內容，於林口區與新北市科展分獲優等與甲等的佳績；
- (2) 利用社團課或營隊方式實施，如「巧拼連方塊」與「乘法立方體」目前為社團與營隊的固定課程，而「巧拼連方塊」今年度更加入「哥倫布方塊」的元素，增加課程的趣味性與挑戰；
- (3) 藉由陸續發行的「數理學報」，將相關課程教材藉由平面文字的敘述，得以讓更多學生理解，今年度也結合何鳳珠老師分享「完美搶數」課程，整理了「決戰魔因數」的內容，提供有興趣的同學深入研究；
- (4) 挑選部份內容，安排於九年級會考結束後辦理「畢業週」與「數學週」活動，讓學生透過實作學習數學，今年度數學週時設計了「小小兵點點名」、「瘋狂科學家」、「拼磚救公主」與「太空探險」等關卡，除了修正前幾年不易操作的問題，也新增了不一樣的關卡，都是結合實作，讓學生得以對數學更有感覺的活動；

3. 部份學生無法同步操作與學習，數學知識面過高或操作性不易：由於部份課程的數學難度較高、操作不易，調整相關施作方式如下：

- (1) 發展摺紙模型步驟化操作，例如「鑲嵌與對稱」、「序列置換」與「半正四面體拼組截半立方體」等課程，均已設計為將相關摺線印製於模型上，以便教師們進行教學，學生進行操作，並可進一步討論相關摺線的繪製方式，或是不使用模板時如何製作的問題；

- (2) 搭配實物投影機、大型教具同步學習，使老師更易講解說明，學生印象更為深刻；
 - (3) 使用網際網路預錄對照學習，如「藝數摺學平面方塊」、「紙環扣接截半立方體」與「根號 N 螺線收納盒」等課程均已透過 youtube 網站分享摺法，並於教師分享或學生實作場合搭配行動載具，提供反覆操作的可能性；
 - (4) 結合其他軟體課件對照學習，如資優生可自行透過 GSP 或 GGB 軟體進行圖形的繪製與驗證，普通班學生則由教師示範，或是製作步驟化的檔案供學生觀察；更於社團課指導學生使用 AMA 軟體，完成連方塊組合之簡報與數學探討，以及使用 GGB 軟體進行正方體展開與收合的動畫製作；
 - (5) 透過小組合作學習模式進行，藉由討論與分組完成作業，增進學生互動，減輕學生完成指定作業的壓力；本年度「根號 N 螺線」、「奇異骰子方塊與神算四面體」與「碎形正四面體」等課程即採用分組合作，讓學生得以共同完成作品，減輕作業負擔；
4. 學生反應不如預期：因設計時無法確認學生對於設計內容接受度與延伸學習的可能性，針對此問題所採取相關措施如下：
- (1) 鼓勵有興趣深入研究同學於課堂或以其他形式發表，透過作品的發表可讓討論所得的結論更為具體，如「飛變不可一飛鏢全變差探討及研究」作品安排於資優班期末或個別指導發表研究結果，並投稿林口區、新北市科展獲得不錯成績；而本校自然科學研究社持續研究的「巧拼連方塊」與「立方體展開」課程討論，也能兼顧設計感與數學性，讓我們看到學生的創意，也能設計出具個人風格的作品；
 - (2) 設計另類作業，使學生願意投入的意願性增高，如今年度結合紙編課程所設計的「哥倫布方塊組合」，可增加作品的穩定性，也減少材料上的浪費；
 - (3) 好的活動要有延續性，因此我們持續透過校內數學週與畢業週活動等方式，提昇學生興趣，並鼓勵有能力的學生多參與；
5. 部份社群老師排課不易，流動度高：自 100 年迄今共累積逾二十位有意願參與的老師參與社群，然因部份教師跨時段排課與資優班鎖課，目前固定參與老師約六至八人，且部份教師因課務無法全程參與；因此於去學年起，社群活動固定於週五下午，設計以一節課為單元，且減少跨校性活動，以使更多

教師可以共同參與，討論教材、進行課程分工與教案設計，並透過校方的經費挹注，協助有興趣參與研習的社群老師調整課程或提供費用代課；

藉由上述遭遇困難的解決之道，除了讓實作課程融入數學教學，更能讓學生從中得到啟發，從討論中發現結果，從發表中提昇成就，從作品中建立美感；自己與社群教師也願意投入更多時間與心力，致力發展更多元的數學實作課程。本計畫於今年度結案後，來年將針對新課綱強調的素養課程進行申請，嘗試數學與其他科目跨領域的結合，若有幸獲准，期待可以裨益更多老師學生，透過目前已累積的相關資源，理解數學應用的方式，進而欣賞並肯定數學的存在性。而藉由此專案的實施，已經給更多的老師與學生們，提供一套完整有系統的教材，藉由網路、社群平台或直接分享等方式，讓更多師生從實作中發現數學的存在與美麗。

備註 1：本校數學科網站《林中生命藝數殿堂》：

<http://163.20.9.7/dyna/menu/index.php?account=math>

「藝數摺學」FB 社團：

<https://www.facebook.com/groups/108923286120994/>

備註 2：實作數學發表相關文章：

1. 《「摺紙融入數學」促進學生思考的實驗心得》，99 年上學期《促進學生主動思考》工作坊成果
2. 《「摺紙中學數學」之紅包花花》，科學教育月刊 337 期（並轉載於 HPM 通訊十四卷第十一期第四版）
3. 《「摺紙中學數學」之名片試金石》，科學教育月刊 345 期
4. 《「摺紙中學數學」社群經營與專業成長》，99 學年度數學領域輔導團永續經營論文集—分享與傳承
5. 《摺紙學勾股定理》，新北市 100 年度國中數學學習領域新教案甄選第二名
6. 《「摺紙中學數學」教學心得——從「勾股定理」證明談起》，發表於 100 學年度「數學領域輔導團永續經營 II」研討會
7. 《摺出黃金/白銀比》教案，康軒出版社「財源滾滾包」教具包
8. 《「摺紙中學數學」之社團指導篇》，HPM 通訊十六卷第二、三期合刊第十版
9. 新北市教育電子報 117 期「談摺紙融入乘法公式教學」
10. 《摺出無理數》教案，康軒出版社「摺其所好」教具包

11. 教育部《國中數學原型教材》C冊 1-1、1-3 部份內容
12. 《淺談實作評量——從摺紙中學習數學》，科學教育月刊 367 期
13. 《長方體被平面截出三角錐各面面積間的平方關係》，科學教育月刊 369 期
14. 《從摺紙學數學—從有理數到畢氏數》，科學研習月刊 54-4 期
15. 《摺出無理數（一）》，科學教育月刊 378-379 期
16. 《從『摺紙算勾股』談數學素養》，科學教育月刊 395 期
17. 《平行星動到百轉千摺》教具包，翰林出版社
18. 《連方看視圖》奠基模組，師大數教中心
19. 《貝殼螺線摺紙暨面積探討—淺談等比級數》，泰宇出版社《發現數學》105 年第 3 期
20. 《從立方體切割尋找隱形金字塔》，泰宇出版社《發現數學》105 年第 4 期
21. 《魔數摺紙—翻摺六邊形》教具包，南一出版社
22. 《摺剪魔術靈》教具包，翰林出版社
23. 《魔術+摺紙的神奇數學課—骨牌神算》教具包，康軒出版社
24. 《從立方體切割看菱形十二面體與填充空間》，科學研習（106 年 56-5 期）
25. 《藝數摺學之鑲嵌摺紙到正多邊形應用》，科學研習（106 年 56-5 期）
26. 《不可『哆』得-哆寶之多面體結合與規律探討》，新北市 106 年數學科科展甲等暨最佳團隊獎
27. 《刀光剪影——刀剪分析》，新北市 106 年數學科科展甲等暨最佳鄉土教學獎
28. 《從勾股收納盒談數學》，科教月刊 404 期
29. 《從費氏數列到黃金矩形》，科教月刊 405 期
30. 《藝數摺學之翻摺（變臉）六邊形規律探討》，龍騰出版社數學多元選修第四刊
31. 《一張 A4 摺七巧板》教具包，康軒出版社
32. 《摺紙學數學》專書，翰林出版社

33. 《東「碰」西「撞」－碰撞機器人之規律探討》，新北市 107 年科展數學科最佳團隊獎
34. 《一氣呵成～特立獨行的一筆畫圖形》，新北市 107 年科展數學科甲等
35. 《拼拼湊湊---算 24 的解與結》，林口區 107 年科展數學科特優
36. 《飛變不可－飛鏢全變差探討及研究》，新北市 108 年科展數學科甲等
37. 《藝數摺學－從等腰三角形貝殼螺線談數學素養》，翰林出版社
38. 《透視-搭組-空間大師》，翰林出版社
39. 《六面翻折六邊形》，遠流出版社《科學少年》第 53 期「我的酷手作」專欄
40. 《生命藝數·摺剪魔翻》課程（投稿「遠見未來教育·台灣 100」專案中）