

教育部 107 學年度中小學科學教育專案期中報告

計畫名稱：數學實作課程之研發實作 III

主持人：李政憲

電子信箱：jenshian@yahoo.com.tw

共同主持人：謝熹鈺、賴韻竹

執行單位：新北市林口國中

一、計畫目的：107 課綱即將上路，在數學領域的課程綱要中，提及數學是一種實用的規律科學，並且應提供每位學生有感的學習機會；有鑑當今的數學教育，強調從做中學，培養學生帶的走的能力，有些老師更是具有讓學生「動手玩數學」的教學理念（曾志華，1995）。如今教數學不一定只教會學生算出正確的答案，更重要的是幫助學生理解如何思考及解決數學問題（黃敏晃，1996）；近年來實作課程概念日益興盛，各領域強調自造的概念，期許教師研發手作課程，讓學生可以從實作中學習數學概念，進一步可帶領學生成為 Maker，創造出屬於自己獨一無二的作品；台灣科技大學的侯惠澤教授也為翻轉教學下了個特別的定義：「所謂的微翻轉，就是運用課室內 20 分鐘內經由認知設計的小遊戲化活動，來激發學生的認知衝突與探索知識的樂趣，以促進概念改變與探究的精神。」師大數學系的林福來教授主導的師大數學教育中心所開發設計「數學奠基模組」師資培訓課程以及提供培訓教師申請於假期所辦理之「好好玩數學」學生營隊，更是將數學課程與遊戲方式作翻轉。可見將數學課程與動手實作結合，並以遊戲等方式作翻轉，確是有效並且刻不容緩的。

(一)欲藉由數學活動來發展教學思維，需要在素材和解題活動難度作適當調整（鄭英豪，2000）；為避免學生在學習上的負荷過重，適當的工具、教材與呈現方式是必要且需慎重考慮的

1. AMA（Activate Mind Attention）外掛程式集結合於一般人常用的 PowerPoint 軟體中，透過簡報軟體作教材呈現讓老師較易上手
2. 多元的繪圖功能讓老師們在使用時直接且便捷，進一步透過步驟化、區塊化且結構化（Step、Block & Structure）的理念傳達，讓設計的教材更具說服力，達到有效教學的成果
3. 透過激發式動態呈現（Trigger - base Animation）的開關應用，可以讓教材的使用更加適性化，達到差異化教學的目的
4. 分段方式呈現幾何證明教材，無論對專家或對生手而言，均有助於降低其對教材所感受到的困難度及所需花費的心力（左台益等，2011）

(二)近年來筆者申請教育部辦理的科教專案計畫，陸續發展許多與課程相關的摺紙模型與教案，更有幸至各校推廣，獲得與會教師與

學生們的廣大迴響。

1. 透過相關檔案於「藝數摺學」與「林中生命藝數殿堂」等社群平台上的討論交流與無私分享，進一步讓這些老師願意在校推廣這些課程，讓更多學生得以獲益
2. 持續以數學為基礎，在前兩年已陸續發展的摺紙與藝術的課程後，進一步開發更多元且可以應用於課堂上的實作課程
3. 藉由相關資料參考與專家學者諮詢，期盼激盪出更多創意
4. 進一步完成相關教案，進一步參與教案甄選、投稿期刊或製作教具材料包，讓教師能夠順利將討論內容轉化為可行的教學活動

二、執行單位對計畫支持(援)情形與參與計畫人員

本校（新北市立林口國中）對於過去九年來筆者執行科教專案計畫，都是全力支持與協助，包含：校長與主任對教材推廣與設計時需公假外出，教學組的排課需求，出納會計的協助核銷，以及進行相關課程的學生全力配合與協助等，都是計畫推行時的最大助力。本年度計畫之參與人員及協助計畫內容如下：

1. **林口國中** 李政憲：林口國中數學科教師兼任資優班導師暨新北市數學輔導團團員，計畫主持人
2. **山腳國中** 謝熹鈴：山腳國中數學科教師兼任桃園數學輔導團專任輔導員，山腳國中 100 年「藝術社群」、101 年「摺紙藝數社群」、104「山中愛數數社群」、105 年「山中愛科數社群」暨 106 年「山中藝科數社群」教師專業學習社群主持人，計畫協同主持人，參與課程設計暨教學實施，榮獲桃園市：104 學年度教師學習社群績優團隊特優、105 學年度優良教育人員、106 年度國民教育輔導團員傑出貢獻獎、106 學年度教師優良教學示例特優、107 年度師鐸獎獎項
3. **林口國中** 賴韻竹：林口國中專任美術科教師，計畫協同主持人，參與課程與模型設計暨教學實施
4. **林口國中** 校長 徐淑芬/輔導主任 邵信慧/教務主任 黃桂玲/人事主任 連虹媚/會計主任 張芝婷/教學組長 林明慧/設備組長 羅兆晉/出納組長 張崇智：提供執行計畫相關行政支持、課程安排、經費核銷等
5. **林口國中** 葉麗珠、廖婉君、王雪芬、陳俊儒、胡勝彥、李玥瑩 / **安溪國中** 謝麗燕/ **碧華國中** 劉冠億：「玩每思，思完美」教師社群成員，協助教材施作分析暨課程設計諮詢

6. **交通大學** 陳明璋：交通大學教授，提供資訊融入教學、數位教材設計暨模型製作意見諮詢
7. **師範大學** 許志農：師範大學教授，提供平面鑲嵌教材與模型製作意見諮詢
8. **師大附中** 彭良禎：提供立體圖形與摺紙教學模型製作議題分享暨專業諮詢
9. **林口國中退休教師** 王樹文 / **江翠國中退休教師兼任新北市數學輔導團研究員暨特教輔導團團員** 陳彩鳳，參與課程設計專業諮詢
10. **林口國中** 八、九年級數理資優班 / **自然科學研究社** / **國小科學營**：教材施作對象
11. **安溪國中、碧華國中** 數理資優班：教材施作對象

三、研究方法

本計畫於新北市林口國中、桃園縣山腳國中、新北市安溪國中與碧華國中等學校，分別針對普通班及資優班學生，每次各約 20 至 40 位學生分別進行課程教學，並透過專家諮詢與社群討論，針對「藝數摺學」、「數學遊戲」、「數學魔術」等三類課程，分別設計課程簡報、學習單與相關模型教具，以利相關數學知識的理解與操作。針對以上課程，教材開發後將於部份班級試行與評量，視學生反應與社群互動調整，依時間進行部份延伸課程，以下針對課程內容、延伸課程暨評量方式分別進行說明：

課程	課程主題	主要上課內容	延伸課程內容	評量方式	備註
1	藝數摺學	三宅一生與尺規作圖 鑲嵌與對稱摺紙 巧拼連方塊與三視圖	摺紙與尺規作圖 鑲嵌作品製作 連方塊組裝與應用	學習單 作品評量	(普通班) 數學課 社團課 輔導課 科學營隊 (資優班) 數學課 專題課 個別指導
2	數學遊戲	「全等性質與邊角關係」桌遊製作 序列置換 飛鏢中的數學	三角形邊角關係探討 全等性質分類整理 序列置換組合方式 全變差極大值	學習單 遊戲計分 序列置換排序 鏢靶設計	(普通班) 數學課 輔導課 (資優班) 數學課 專題課

				個別指導 資優營隊
3 數學魔術	互納盒探索	互納盒設計原理	學習單 魔術實作 互納盒製作	(普通班) 輔導課 社團課 數學營隊 (資優班) 數學課 專題課 個別指導

以上三類共六套課程預計於今年進行教材設計、實際施作與修正回饋，持續蒐集資料且進行專家學者諮詢，並視實施結果暨學生反應，整理這三年發展的課程作為成果。

相關課程依照前幾年筆者計畫推動的經驗，將透過下列研究步驟進行設計與修正：



(一) 課前討論：

1. 教材學習單模型製作：蒐集相關資料，製作完整教學簡報與學習單、課程相關模型或進階思考題設計；
2. 專家諮詢討論與修正：藉由相關領域專家與社群互動諮詢，討論修正後實施。
3. 線上共備群組討論：透過定期固定主題的課程討論，也將使有興趣推動這些課程的老師更聚焦且容易上手，如「螺旋摺紙」課程已透過線上共備方式完成討論與課程設計。

(二) 課中實施：

1. 課堂施作攝影暨討論：協助引導學生理解，並藉由研究助理協助拍攝上課實施過程相片與攝影，彙集成光碟或上傳至網路；
2. 學習單作品完成施作：藉由學生完成的學習單回饋或所完成的作品，確認學生的接受與理解程度。
3. 線上社群交流：藉由已實施課程的老師們分享，得以讓尚未實施的老師們了解可能會遇到的困難與其解決之道，也吸引更多有興趣的老師願意投入；目前「藝數摺學」社團已累積近 8000 人加入，而實際討論的線上共備群組已逾 15 個以上。

(三) 課後分享：

1. 課後回饋分析：整理學生的學習單、回饋與作品，並根據學生的回饋再行修正教材定稿；
2. 社群分享互動：蒐集學生的回饋結果，連同教材集結成冊或數位光碟，於社群分享或投稿相關期刊暨研討會發表施作後心得。
3. 線上社團分享：待討論或施作結束，邀請有意願的老師協助整理共備討論的筆記，並且挑選適當的章節再作討論分享與課程設計，目前已完成「再見三宅一生」、「翻轉立方塊」、「A4 紙摺半四面體」、「正方形切割矩形」、「正八面體與立方體的疊合方塊」與「凹凸十二面體」等共備課程並完成筆記上傳，期中部份筆記內容已發展為課程或書寫文章投稿。另並成立了「『藝數摺學』寫作專區」社團，將所開發的課程陸續寫成文章，於出版社或期刊發表。目前已陸續完成「藝數摺學—從等腰三角形貝殼螺線談數學素養」、「從停車場難題到吹氣陀螺摺紙」暨「透視-搭組-空間大師」等文章待發表。

至於其授課方式多利用原授課時間（普通班數學課、第八節、寒暑假輔導課、社團活動或資優班數學課、個別指導及專題課）時間，或是原訂完成的活動（國中小科學營、校慶或科學園遊會等）的部份課程，並提供相關模型材料以利施作討論。

四、執行進度（請評估目前完成的百分比）

本計畫目前執行的進度如下，整體完成 50%；申請的經費十三萬元目前僅局端款項 91000 元核撥並完成核銷，下學期將依剩餘進度完成部款的核銷。

數學實作課程之研發與實作(三)	107年8月	107年9月	107年10月	107年11月	107年12月	108年1月
(一)相關資料蒐集						
(二)互動簡報製作						
(三)專家諮詢、舉辦相關講座或研習						
(四)教材學習單設計						
(五)摺紙模型設計製作印刷						
(六)互動教材施作						
(七)輔導團團內或到校分享						
(八)網頁交流互動						

另外本學期已陸續將所設計研發的課程與模型，分別於全國各縣市進行分享與實作推廣；並已藉由計畫與中研院數學所、屏東教師產業工會、愛比科技、創藝文化與洪建全等民間基金會暨澎湖縣、連江縣、金門縣輔導團的經費挹注與場地提供，陸續參與了包含桃園、台北、宜蘭與新竹夢的 n 次方分享，以及近四十場的跨校教師研習、親子講座與師資培訓（如圖一至圖十二），頗得現場教師與家長學生的好評，也陸續針對施作後的回饋作課程上的修正與再分享。

五、預期成果

針對此次計畫，筆者預期要完成的工作與達到的成果有八：

1. 研發並製作數學實作相關模型，並藉由與數學老師分享施作狀

況、心得，吸引更多老師加入實作數學設計與推動的行列。

2. 將實作數學數位教材與相關模型，於課堂、輔導課、社團或資優班施作，讓學生能從操作與討論學習到「一堂有感覺的數學課」。
3. 針對課程成立線上共備群組，邀請有意願加入推動的老師一起討論，透過雲端裨益各地的老師與學生們。
4. 透過資源分享的線上空間，整合相關成果，將數位教材檔案放置於網路平台，讓有興趣的學生或老師能方便使用與討論，達到雲端共備的效能。
5. 聘請專家學者到校、社群或輔導團，針對老師或學生作演講及研討諮詢，發展可以實際運用於課堂的教材，讓教材發展更多元。
6. 透過學生回饋單與作品實作，檢驗教材設計的適切性並了解學生學習狀況，進而修改出更適切的相關教材內容。
7. 指導有興趣的學生進行研究，發表心得或作品，並將施作與研究的心得投稿相關科學期刊，藉以驗證其專業與普及性。
8. 與相關機構與民間基金會合作，辦理更多元的工作坊，裨益更多地區的師生，培養更多的亮點教師，為台灣的教育貢獻一己之力。



六、檢討

本計畫目前遭遇困難與預定的解決之道分別如下：

1. 資料取得整合困難：由於目前國內對於數學實作教材無法有效整理，茲以底下方式進行調整：
 - (1) 藉由經費挹注，購置相關書籍教具，以利課程設計與施作；
 - (2) 經由專家諮詢提供意見，協助教材整合，並確認其正確性與實用性；
 - (3) 藉由社群教師分工合作，整理教材或團隊參與競賽以進行推廣；
2. 無法配合進度實施：雖開學已於期初預排定相關課程於各校普通班與資優班課內或外加課程實施，仍因學生實作進度與學校行事略作調整，故擬定相關配套措施如下：
 - (1) 普通班安排於輔導課與社團課施作，資優班除原本預定進行的專題課程，部份延伸內容改於個別指導選修深入討論，一方面不會耽擱原本進度，另一方面也可依照學生個別興趣，於討論完畢進行發表；
 - (2) 配合模型轉換原課程為學生較易操作課程，如「勾股收納盒」課程即透過模型設計，讓學生可以快速完成作品；(如圖十三)
 - (3) 利用社團或營隊方式實施，如「巧拼連方塊」課程即利用社團課進行課程設計、討論與施作，並後續再進行作品發表與模型製作；(如圖十四)
 - (4) 切割實作與討論課程分別實施，如「根號 n 螺線」即針對資優班先進行摺紙教學，再於第二堂課進行數學討論，並鼓勵學生接著挑戰大型作品；(如圖十五)
3. 不易同步操作學習：實作課程最擔心的就是無法跟著教學進度，按部就班完成相關作品，茲針對此問題，提供下列解決之道：
 - (1) 發展摺紙模型步驟化操作，例如「勾股收納盒」、「鑲嵌與對稱」與「三宅一生到尺規作圖」等課程即設計為將相關摺線印製於模型上，以便學生進行操作，並與學生討論相關摺線的繪製方式；另外「藝數摺學立方體」、「鑲嵌正八面體」與「乘法立方體」等作品，更是因應實際操作後修正，作二版甚至是四版以上再印刷；(如圖

十六至十八)

- (2) 設計實作教具，由自製到製模，增加實作精準度及增進學生操作，如「捕光捉影、如影隨形」的教具再進化，實際應用於課堂與教學演示，並書寫心得發表於期刊(如圖十九至二十二)。
 - (3) 搭配實物投影機、大型教具同步學習，可使老師更易講解說明，學生印象更為深刻；(如圖二十三)
 - (4) 使用網際網路預錄對照學習，如「紙環扣接四面體」、「三宅一生」與「根號 n 螺線收納盒」等作品，即透過 youtube 網站分享摺法使教師與學生可重覆學習；(如圖二十四)
 - (5) 結合其他軟體課件對照學習，如資優生可透過 GSP 或 GGB 軟體進行圖形的繪製與驗證；(如圖二十五)
 - (6) 透過小組合作學習模式進行，藉由討論與分組完成作業可增進學生互動，減輕學生完成指定作業的壓力；
 - (7) 視人數安排助教進行教學協助，並於課後進行討論共備；
4. 學生反應不如預期：部份設計內容因設計時無法確認學生接受度與延伸學習的可能性，針對此問題所採取相關措施如下：
- (1) 降低作業門檻，或以分組方式進行發表；
 - (2) 鼓勵有興趣深入研究同學於課堂或以其他形式發表，透過作品的發表可讓討論所得的結論更為具體，如「飛變不可」即指導安排校內科展與資優班成果發表；而針對本校自然科學研究社「巧拼連方塊」的課程，也設計了進階的「哥倫布方塊」實作，增加難度與趣味性；(如圖二十六)
 - (3) 設計另類作業，使學生願意投入的意願性增高，如資優班進行的「艾雪多面體」暨「碎形八面體」於資優班個別指導進行，可作為校慶佈展的作品，亦可看到學生具巧思的結果；(如圖二十七、二十八)
 - (4) 搭配活動或情境佈置，鼓勵學生創作發表：如持續進行的根號 N 螺線作品設計，與今年社團老師自行研發的「聖誕老人摺紙」學習單
5. 課間推動不易：有鑑於多數課程，無法以個人之力全面推動或於正課中實施，茲安排以底下方式進行調整：

- (1) 與其他單位合作辦理假日研習與營隊；
 - (2) 線上共備群組互動討論；
 - (3) 培訓「藝數摺學」講師群；
 - (4) 調整課程內容，從簡單作品製作討論起；
 - (5) 成立「藝數摺學」寫作專區社團，與其他教師合作產出文章。
6. 社群教師鎖課不完全：透過課程的切割與教務處的公假派代安排，使得有課務的老師也能部份或完整學習。

期待透過以上調整方式，能使接下來課程進行的更為順遂，計畫推動更加完善，為這三年畫下一個完美的句點。



圖一 創藝文化基金會澎湖縣教師研習



圖二 「藝數摺學立方體」屏東教師工會研習



圖三 素直友會「藝數翻摺六邊形」樂齡工作坊



圖四 桃園夢 n 「乘法立方體」教師研習



圖五 創藝文化基金會南投縣教師研習



圖六 嘉義大學「百轉千摺到玩立方體」工作坊



圖七 中研院「藝數摺學立方體」工作坊



圖八 連江縣數學輔導團師生工作坊



圖九 台北夢 n「立方體切割」教師研習



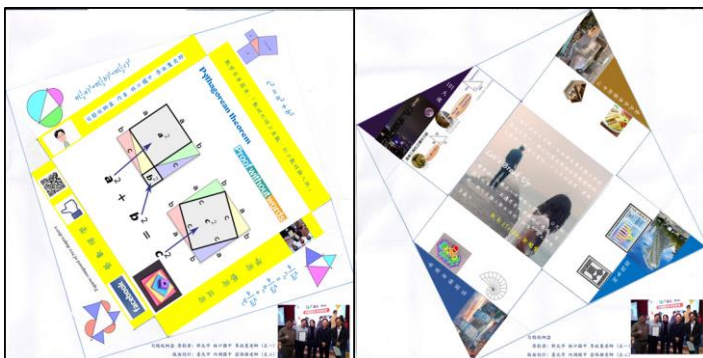
圖十 宜蘭夢 n「三角板到立體圖形」教師研習



圖十一 中華民國數學教育學會數學年會工作坊



圖十二 馬來西亞華文獨中來台教師研習



圖十三 「勾股收納盒」新版作品設計



圖十四 「巧拼連方塊」作品設計



圖十五 「根號 n 螺線」大型作品挑戰

摺紙數學
的第一堂課
鑲嵌與對稱
從摺痕符號談起

原繪出處：
Project Origami:
Activities for
Exploring
Mathematics,
Thomas Hull, HULL
second edition,
《中譯本》
數學摺紙計畫：
30個課程活動
探索，
世茂
出版

參考資料：
「藝數摺學」
網上共傳群組
《鑲嵌摺紙》筆記
常文武博士帶領
呂安寧老師
擔任

新北數輔

相關
教學與
討論內容
操作影片：
林中華老師錄影教學

Made
by
AMA

《摺紙符號說明》
山線 (Mountain Fold):
表示摺完後成山峰形
谷線 (Valley Fold):
表示摺完後成山谷形

延伸閱讀與操作：
1. 請問改變中間正方形山山谷線，共有多少種不同成品？
2. 何謂「川」定理？
3. 試完成不同摺痕符號，共有多少種不同組合方式？

圖十六 「鑲嵌對稱」摺紙模型

Issey Miyake
132 5
MODEL

協力製作：
邱國文老師
王保福老師
廖乃嘉中小學
葛金雲老師
蔡其華中
郭其美老師

課程設計及相關問題請
諮詢生命數學聯盟
http://www.life-math.org.tw

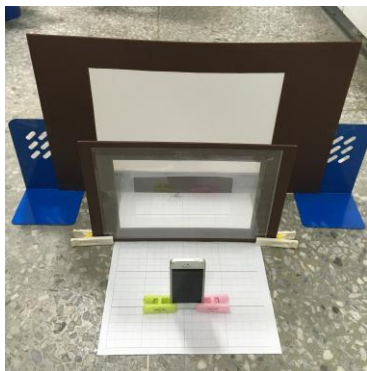
指導：上海復旦大學常文武博士
製作：新北市林口國中李政豪老師
校務顧問：羅東高中退休校長呂安寧

圖十七 「三宅一生」摺紙模型

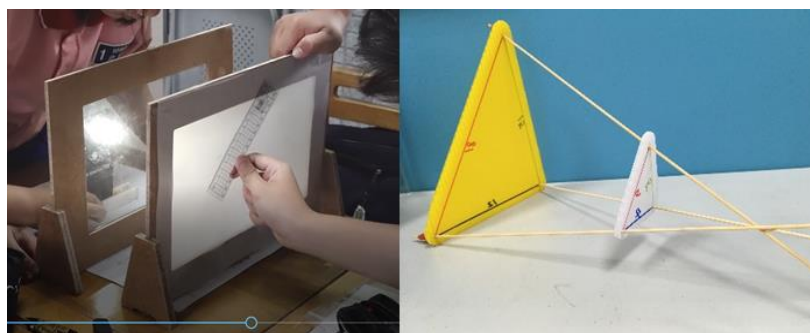
課程設計及相關問題請
諮詢生命數學聯盟
http://www.life-math.org.tw

指導：上海復旦大學常文武博士
製作：新北市林口國中李政豪老師
校務顧問：羅東高中退休校長呂安寧

圖十八 新版鑲嵌正八面體摺紙模型



圖十九 「捕光捉影、如影隨形」自製教具



圖二十 「捕光捉影、如影隨形」製模教具



圖二十一 「捕光捉影」公開教學演示

廣場：現場老師大聲說

北區座談會

國中組奠基進教室分享

模組名稱：捕光捉影、如影隨形

桃園市山腳國中 謝熾鈞老師

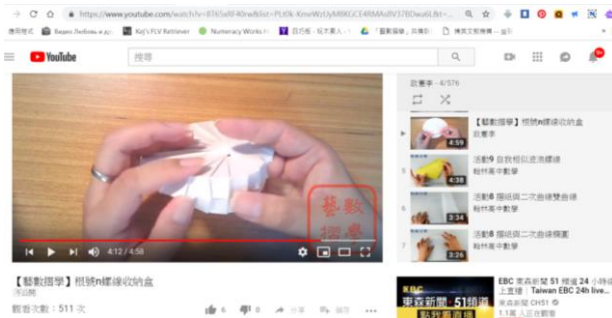
接觸奠基模組課程是從擔任訓育組時接收了「好好玩數學營」的公文開始。在辦理營隊的過程中，看到學生開心融入、熱烈討論，這樣的課堂風采深深地震撼了我，於是開始關注師大數教中心訊息，立志要讓自己也要成為活動師。當我收集完一期活動師的三張證書時，我起心動念有了想要成為模組設計師的念頭。

民國104年起，這個光影實驗從「多拉A夢幫助孫悟空西天取經」到「捕光捉影、如影隨形」到「捕光捉影、如影隨形-奠基進教室」總共

圖二十二 「捕光捉影」刊物發表



圖二十三 實物投影機/大型教具教學



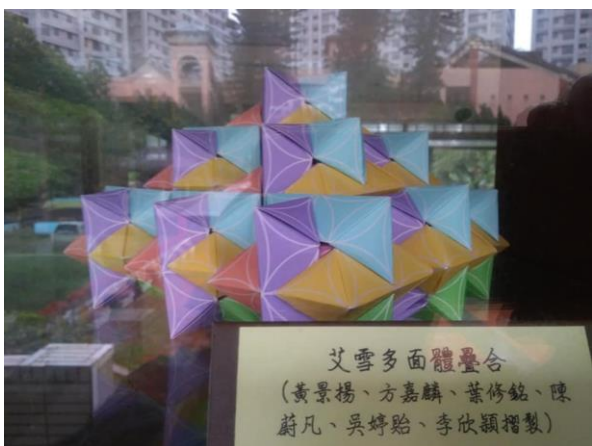
圖二十四 youtube「藝數摺學」影片播放清單



圖二十五 動態幾何軟體輔助教學



圖二十六 進階「哥倫布方塊」作品實作



圖二十七 艾雪多面體學生成品疊合



圖二十八 碎形正八面體學生作品製作