

教育部 106 學年度中小學科學教育專案期末報告

計畫名稱：數學實作課程之研發與實作 II

主持人：李政憲 E-mail：jenshian@yahoo.com.tw

共同主持人：謝熹鈴、賴韻竹

執行單位：新北市林口國中

一、計畫執行摘要

1.是否為延續性計畫？ 是 否

2.執行重點項目：

- 環境科學教育推廣活動
- 科學課程教材、教法及評量之研究發展
- 科學資賦優異學生教育研究及輔導
- 鄉土性科學教材之研發及推廣
- 學生科學創意活動之辦理及題材研發

3.辦理活動或研習會等名稱：

- (1) 北桃區林口國中跨校「玩每思，思完美」教師共備社群工作坊
- (2) 「西方人的骰子」、「幾何進階探索」、「從螺線到多邊形鑲嵌」、「全等桌遊設計」、「資優情意教育分享」、「數學魔術」、「數學桌遊」與「數學動態幾何」等內外聘講座分享與諮詢
- (3) 「海霸」桌遊課程設計、共備與教學演示
- (4) 「鑲嵌摺紙」線上、實體暨校內外與輔導團共備與教學演示
- (5) 「藝數摺學」線上共備群組「菱形十二面體」、「平面鑲嵌」、「螺絲、螺帽與螺旋摺」、「紙摺五連方」、「紙摺機器人」、「再見金字塔」、「再見三宅一生」、「翻轉立方塊」、「A4 半正四面體」、「正方體翻轉正十二面體」與「色紙拼組多面體」等課程共備暨筆記整理分享；FB 社團「摺紙學數學」樣書暨「一張紙摺七巧板」摺紙教具包分享推廣；ATCM 國際研討會「空間大師」、「百變金塔」暨「紙摺圓錐曲線」教案入選，林口國中「從白銀比談起」全國教師研習、路竹高中「從百轉千摺到翻摺多角盒」全市教師研習、屏東教師產業工會「摺紙中的數學藝術」教師研習暨「藝數翻摺四邊形」親子工作坊、台灣摺紙協會苗北藝文中心「手摺創意-紙中盡天下」特展與實作、北門高中「摺紙與 AMA」共備社群全國教師研習、自強國中「根號 n 螺線到翻摺多角盒」全市研習、新北市輔導團分區輔導「貝殼螺線摺紙」課程分享、新北市科學園遊會「藝數摺學立方體」教師研習、新竹解題思維創藝競賽「乘法立方體」課程實作、高雄輔導團「百轉千摺與立方體切割」全國教師研習、新竹輔導

團「一刀剪摺紙與對稱」、「紙摺七巧板與解題探索」暨「魔數骰子與函數」全市研習、科工館「藝數摺學」營隊課程；南投夢 N「從螺線談起」、基隆夢 N「奇異骰子方塊到神算四面體」、雲林、屏東暨台南夢 N「藝數摺學」課程。國立臺灣圖書館「從碎形談起」分享與實作、生根計畫期末會議「藝數摺學—從重心談起」發表；「乘法立方體」課程獲遠見天下雜誌「未來教育 台灣一百」教案甄選入選。

- (6) 大勇國小「乘法立方體」、金山高中「從螺線談起」、清華大學師培生「乘法立方體」、光明國中、慈文國中暨開南商工「藝數摺學立方體」、華江高中「紙摺百變金塔」、中壢國中「藝數摺學立方體」暨「從尺規作圖到三宅一生」、南投中興國中「乘法立方體到奇異骰子方塊」、桃園中興國中「從菱形十二面體談起」、大甲國小「乘法立方體」、屏東女中「紙摺魯班鎖」暨「艾雪多面體」共備、后綜高中暨陽明高中「立體根號 N 螺線」、光德國中「從根號 n 螺線談起」、復興實驗中學、竹光國中暨內湖高中「勾股收納盒到翻摺多角盒」、楊光國中小「藝數翻摺多邊形」、明志國中「三宅一生到螺旋摺紙」、二重國中「從螺旋摺紙談起」、錦和高中「菱形十二面體到艾雪多面體」、陽明國中暨大嵙國中「平行星動到百轉千摺」、南山高中暨磐石中學「從立方體切割談起」、東大附中「平行星動與翻摺多角盒」、崇光女中「紙摺七巧板」、金門高中暨台中女中「菱形十二面體到艾雪多面體」、竹山高中「從菱形十二面體談起」、西松高中「艾雪多面體」、中原大學師培中心「鑲嵌摺紙」、山腳國中「伊斯蘭藝術」暨「對稱與藝數繪圖」，石門國小「乘法立方體」暨「紙摺立方體」課程，以及林口國中特教領域「乘法立方體」校內教師研習。
- (7) 創藝文化基金會八月份高雄場多面體工作坊、九月份台中「魔數摺學」工作坊加碼場、十月份桃園「藝數摺學與數位碎形」工作坊、十一月份新北「藝數摺學立方體」工作坊、十二月份基隆場「紙編 VS 桌遊」工作坊、一月份台南場「藝數編織暨藝數摺學立方體」工作坊、二月份高雄多面體工作坊加碼場、三月份新北「立體魔法書暨數學桌遊」工作坊加碼場、四月份新竹「藝數繪圖」工作坊、五月份彰化「數遊 VS 魔數」工作坊、六月份雲林「立體魔法書暨巧拼連方塊」工作坊、七月份花蓮「摺學 VS 魔數」工作坊，台北場「全等桌遊暨紙摺立方體」、「根號 3 摺紙談多面體疊合」全國暨全市教師工作坊。
- (8) 慈濟國小藝術玩數學「星狀多角盒」、南投竹山高中「百變金塔」、「摺出根號 n 螺線」課程、林口國中「從奇異骰子到神算四面體」、「巧拼連方塊」、「百轉千摺」、「紙編多面體」、「立體根號 N 螺線」、「一刀剪摺紙」、「藝數摺學立方體」、「藝數螺線創意畫」、「藏在正方體中的六邊形」、「黃金白銀比」，林口國小科學營「乘法立方體」暨「巧拼連方塊」課程，林中資優營「空間大師與魯班鎖」、林口國中南非 ACC 協會「摺紙一刀剪」課程，永吉國中「藝數翻摺六邊形」暨「空間大師」，員林國中「星狀多角盒」暨「摺紙一刀剪」、屏東女中「立體根號 N 螺線」、仁德文賢國中「根

號 n 螺線」、中正高中「百轉千摺」暨「立體根號 N 螺線」、中壢高商「摺出根號 N 」、東光國中「根號 n 螺線」、八卦國小「菱形十二面體」、田中高中「根號 n 螺線」、中興國中「立體根號 N 螺線」、仁武高中「百轉千摺」、永康國中「立體根號 N 螺線」、楊光國中「立體根號 N 螺線」、麗林國小「摺紙一刀剪」、中正高中「摺疊美妙的蜂巢柱」、義民國中「藝數摺學六邊形」、鳳山高中「IQ-light 多面體」、小港高中「根號 n 螺線與多面體拼組」、景女政附學生營隊「藝數摺學立方體」、文賢國中「十二生肖翻摺六邊形」、福營國中「乘法立方體到骨牌神算」、曙光女中「乘法立方體」、成功國中「藝數翻摺六邊形」課程實作

4.辦理活動或研習會對象：各縣市暨新北市國教數學輔導團以及台北市、新北市、基隆市、宜蘭縣、桃園市、新竹市、苗栗縣、台中市、彰化市、南投縣、雲林縣、嘉義縣、臺南市、高雄市、屏東市、花蓮縣、金門縣等國中小教師與學生

5.參加活動或研習會人數：每次工作坊暨講座約 8 至 120 人，共舉辦二十場研習，並對校內外教學、發表分享與帶動教師實作逾百場。

6.參加執行計畫人數：8~11 人（含計畫暨協同主持人、研究助理暨社群團隊）

7.辦理/執行成效：本計畫辦理跨校「玩每思，思完美」工作坊，於新北市林口、安溪國中與桃園山腳國中等學校進行逾二十次的課程交流，並持續於研討會與各縣市國中小進行發表與課程分享，且指導學生「一氣呵成一特立獨行的一筆畫圖形」與「東碰西撞—碰撞機器人之規律探討」科展作品分獲新北市甲等暨最佳團隊合作作品，此外也撰寫「從費氏數列到黃金矩形」與「從勾股收納盒談數學」等文章投稿科教月刊；並與莊惟棟老師開發「一張 A4 紙摺七巧板」教具包，並與連崇馨老師、常文武博士合撰「摺紙學數學」多元選修課本。目前所完成的「藝數摺學」、「數學遊戲」與「數學魔術」等課程，多數已於全國各縣市普通班與資優班課程或營隊活動進行實作；除了共備產出的「乘法立方體」課程榮獲遠見天下雜誌「未來教育 台灣一百」教案甄選入選，而「空間大師」、「百變金塔」暨「紙摺圓錐曲線」教案也獲 ATCM 國際研討會入選發表，並獲邀至大愛電視台分享「摺紙密碼」紀錄片相關作品的數學概念，於 2017 親子天下國際教育年會分享「創新教學的應用—從資源轉化到藝數摺學」主題。透過今年度眾多教授的諮詢與多方面的專家互動，使得所呈現的教材更多樣化。藉由本計畫的規劃整理、社群的成立與社群的推動，相信已使更多人看到數學透過實作課程可以達到的目標，並透過教具包、文章與課程的分享，使得更多有意延伸補充的老師容易上手，學生已有更多不一樣的收穫與感動！

二、計畫目的

人類天性好玩，教師如果能善用此種天性，把教學和遊戲加以結合，必能使學生更喜愛上學（饒見維，1996）。當今的數學教育，強調從做中學，培養學生帶的走的能力，有些老師更是具有讓學生「動手玩數學」的教學理念（曾志華，1995）。如今教數學不一定只教會學生算出正確的答案，更重要的是幫助學生理解如何思考及解決數學問題（黃敏晃，1996）。近年來實作課程概念日益興盛，各領域強調自造的概念，期許教師研發手作課程，讓學生可以從實作中學習數學概念，進一步可帶領學生成為 Maker，創造出屬於自己獨一無二的作品；台北科技大學的侯惠澤教授也為翻轉教學下了個特別的定義：「所謂的微翻轉，就是運用課室內 20 分鐘內經由認知設計的小遊戲化活動，來激發學生的認知衝突與探索知識的樂趣，以促進概念改變與探究的精神。」而師大數學系的林福來教授主導的師大數學教育中心所開發設計「數學奠基模組」師資培訓課程以及提供培訓教師申請於假期所辦理之「好好玩數學」學生營隊，更是獲得報章雜誌與網路媒體的大量關注與高度肯定，可見將數學課程與動手實作結合，並以摺紙、數學與遊戲等方式作翻轉，確是有效並且刻不容緩的。

然而數學教學研究也顯示，欲藉由數學活動來發展教學思維，可能需要在素材和解題活動的難度上作適當的調整（鄭英豪，2000）；為避免學生在學習上的負荷過重，適當的工具、教材與呈現方式是必要且需慎重考慮的。筆者於交通大學在職專班跟隨陳明璋教授開發並學習 AMA (Activate Mind Attention) 軟體，發展 AMA 外掛程式集結合於一般人常用的 PowerPoint 軟體中，透過簡報軟體作教材呈現讓老師較易上手，而多元的繪圖功能讓老師們在使用時直接且便捷，進一步透過步驟化、區塊化且結構化 (Step、Block & Structure) 的理念傳達，讓設計的教材更具說服力，達到有效教學的成果。另外透過激發式動態呈現 (Trigger - base Animation) 的開關應用，可以讓教材的使用更加適性化，達到差異化教學的目的，再者使用分段方式呈現幾何證明教材，無論對專家或對生手而言，均有助於降低其對教材所感受到的困難度及所需花費的心力（左台益等，2011）。在十二年國教因應數位時代並且鼓勵學生動手做的前提下，AMA 不啻是個極佳的演示與操作工具。從發表論文迄今，筆者一直持續產出數位教材融入數學課堂中，並與現場教師及班級學生有著密切的互

動，頗得師生好評，也帶領學校的社團學生練習與實作，每年均有不少作品的產出；由於 AMA 軟體將傳統的 PowerPoint 教材轉化程式邏輯為可程序操作的環境，具備模糊操作、準確定位與掌握大量訊息的特性，因此除了在教學上讓學生可程式學習，也讓學生在呈現歷程充滿驚喜，感受特別而無法預測之美，使其作品同時具備美學質感與數學結構，並達到因材施教的果效。近年來筆者申請教育部辦理的科教專案計畫《摺紙數學與資訊融入教學之課程研發、實作與推廣（一）、（二）》與《摺紙數學與動態幾何之資優生補充教材編輯與研發（一）、（二）》，陸續發展許多與課程相關的摺紙模型與教案，並將兩者加以結合，得以相得益彰。

而前兩年也持續以數學為基礎，整理所發展出的摺紙藝術課程，今年更進一步開發更多元且可以應用於課堂上的實作課程，並藉由相關資料參考與專家學者諮詢，期盼激盪出更多創意，使得教師與學生透過這些課程均得以受惠。如與協同主持人賴韻竹老師合作完成的「拼接禪繞多面體」、「根號 n 螺線作品發想」課程，更透過數學與藝術的巧妙結合，讓普通班的學生將頗具數學味的畫作，在數學多面體上呈現；而山腳國中的謝熹鈴老師，也設計了「補光捉影」課程，於師大數學教育中心的「數學奠基」活動中分享，今年度謝老師更榮獲桃園市的師鐸獎，社群教師同感殊榮；迄今所發展出的教案與教材，更有幸至各校推廣，獲得與會教師與學生們的廣大迴響；並且透過相關檔案於「藝數摺學」、「林中生命藝數殿堂」與「親子天下翻轉教育」等社群平台上的討論交流與無私分享，故接下來將持續以數學為基礎，在今年已陸續發展的實作課程，藉由實體社群與線上網路共備群組，開發更多元且可以應用於課堂上的實作課程，並藉由相關資料參考與專家學者諮詢，期盼激盪出更多創意，進一步完成相關教案，進一步參與教案甄選、投稿期刊或製作教具材料包，讓更多的老師願意在校推廣這些課程，使其學生得以獲益。

三、研究方法

為使學生研究與學習時更方便討論，進一步延伸學習，本計畫特別選定一般常用的 PowerPoint 簡報軟體結合 AMA 外掛程式集進行教學設計與示範演練，作為教師教學呈現與學生作業研究工具，並透過學習單回饋與作品製作等

方式，讓學生從中學習預定達到之教學目標。

本計畫除了於計畫內新北市林口國中、安溪國中與碧華國中，桃園山腳國中等學校，分別針對普通班及資優班學生，每次各約 15 至 40 位學生分別進行課程教學；今年度也透過「藝數摺學」社團的推廣，搭配國中進度分享相關摺紙實作教具包近百套，相關研習或活動資訊，並送出摺紙模型提供實作與教學逾千份。透過專家諮詢與社群討論，今年已陸續針對「藝數摺學」、「數學遊戲」與「數學魔術」等課程，設計課程簡報、學習單與摺紙模型，以利相關數學知識的理解，針對主要內容分別於不同時段進行 2~6 節，視學生反應與社群互動後作課程調整，視情況再進行部份延伸課程，以下針對課程內容、延伸課程、評量方式暨本年度的推廣狀況分別進行說明：

課程	課程主題	主要上課內容	延伸課程內容	評量方式	推廣(實作)學校
1	藝數摺學	拼組空間大師 百變金塔疊合 「藝數摺學」立方體	影印紙模板設計 體積討論與計算 方塊翻摺組裝與加磁	課間學習單 延伸問題討論發表	林口國中 內湖國中 楠梓國中 華江高中 中正高中 光明國中 慈文國中 開南商工 新北輔導團
2	數學遊戲	紙摺七巧板 海霸桌遊 補光捉影、如影隨形	巧板多邊形探討 數理邏輯訓練	自製七巧板 課間學習單 課後回饋單	林口國中 山腳國中 信義國中 新竹輔導團 崇光女中 新營國小 富世國小
3	數學魔術	奇異骰子方塊暨神算 四面體 八卦測字術 三種人變魔術	神算四面體與座標魔法 紙摺正八邊形 二進位討論 數列與序列變換	學習單 魔術演練 設計創作 實作發表	林口國中 新科國中 楠梓國中 文賢國中 田中高中 台中輔導團

至於選擇這三類課程進行施作分析的原因，除了因這三類課程配合前六年筆者的科教專案計畫已蒐集部份資料，並且設計了相關教材，今年度對其不完整處進行補強，針對社群老師或其他學校，分別進行教學或討論，並依實施後結果，再進行教材修正與調整，以確定其實用性；而這些課程也是教師與學生們，以實作來認識數學的極佳入門方式，透過筆者的教學簡報、教材與相關學習單設計，以及延伸思考題、摺紙作品設計等，使得有意使用的教師更方便上手，學生們也可以藉由實作來理解相關的數學知識應用。

此外，相關課程依照前幾年筆者計畫推動的經驗，也透過下列研究步驟進行設計與修正：

（一）課前討論：

1. 教材學習單模型製作：蒐集相關資料，製作完整教學簡報與學習單、課程相關模型或進階思考題設計。今年度迄今已經陸續完成「藝數摺學立方體」、「三宅一生」等模板，並針對「海霸桌遊」與「神算四面體」設計學習單。
2. 專家諮詢討論與修正：藉由相關領域專家與社群互動諮詢，討論修正後實施；今年度由專家諮詢，群組老師們完成的「八卦測字術」簡報，即可實際應用於教學中。
3. 線上共備群組討論：透過定期固定主題的課程討論，也將使有興趣推動這些課程的老師更聚焦且容易上手，如「空間大師」與「百變金塔」課程即透過線上共備方式完成討論與課程設計，今年度更將討論與課程設計整理為教案，投稿 ACTM 研討會進行發表。

（二）課中實施：

1. 課堂施作攝影暨討論：協助引導學生理解，並藉由研究助理協助拍攝上課實施過程相片與攝影，彙集成光碟或上傳至網路；今年度目前已陸續將實體共備、辦理全市研習影片上傳，並提供部份授課教學影片提供社團或群組教師進行參考討論。
2. 學習單作品完成施作：藉由學生完成的學習單回饋或所完成的作品，確認學生的接受與理解程度；目前所設計的「海霸桌遊」與「神算四面體」學習單已完成施作，並進行調整。

3. 線上社群交流：藉由已實施課程的老師們分享，得以讓尚未實施的老師們了解可能會遇到的困難與其解決之道，也吸引更多有興趣的老師願意投入。本年度已陸續完成「藝數摺學」共備群組計十套共備課程討論筆記並完成上傳。

(三) 課後分享：

1. 課後回饋分析：整理學生的學習單、回饋與作品，並根據學生的回饋再行修正教材定稿；
2. 社群分享互動：蒐集學生的回饋結果，連同教材集結成冊或數位光碟，於社群分享或投稿相關期刊暨研討會發表施作後心得；本年度已陸續將「紙編菱形十二面體」與「三宅一生」模板與各縣市研習暨研討會進行分享與發放，並設計「藝數摺學立方體」課程陸續針對教師與學生進行教學逾十場。
3. 線上社團分享：待討論或施作結束，邀請有意願的老師協助整理共備討論的筆記，並且挑選適當的章節再作討論分享與課程設計。其中「紙編菱形十二面體」與「再見三宅一生」等課程已陸續完成簡報、文章與模板的設計，並將針對其他課程陸續製作相關檔案供教學使用。



至於其授課方式，則視課程性質，多利用原授課時間（普通班數學課、第八節、寒暑假輔導課、社團活動或資優班數學課、個別指導及專題課）時間，或是原計畫的活動（國中小科學營、校慶或科學園遊會等）的部份課程，並提

供相關模型材料以利施作討論。而透過新北市與桃園縣輔導團到校訪視或分區座談等活動，也能適度教材推廣及模型發放製作課程；透過研習舉辦或研討會參與，讓教材與現場老師互動更深入，了解相關設計理念、實施細節與進階應用；而透過網頁分享、整理與交流，也使有意使用於教學的老師或再行複習或練習的學生們更加方便。

四、研究成果

針對此次計畫，筆者已完成的工作與達到的成果有九：

1. 研發並製作「數學藝術」相關模型，並藉由與數學老師及藝術老師分享施作狀況、心得：目前已經陸續完成「藝數摺學立方體」（新版）、「紙摺三宅一生」（新版）、「紙摺七巧板」（新版）、「空間大師」（再版）、「百變金塔」（再版）、「立體根號 n 螺線」（再版）與「艾雪多面體」（再版）等與課程相關的模型，並將相關模型陸續於本校與外校數學領域分享，並藉由數學輔導團到校訪視、分區輔導與研討會參與等方式作推廣。
2. 成立共備社群，討論相關課程：除了跨縣市、跨校性成立「玩每思，思完美」社群，邀請專家學者到校諮詢，並且討論摺紙、桌遊與魔術相關實作課程；更透過教師自願性參與認領整理筆記心得，將「藝數摺學」線上共備群組課程進行相關討論，並陸續上傳筆記至社團。目前已陸續針對部份共備筆記設計課程，以提供更多有興趣進行實作的老師與朋友們參考。
3. 與廠商合作，出版數學實作課程相關教具包：今年度陸續與莊惟棟老師，藉由康軒出版社出版了「一張 A4 紙摺七巧板」教具包，也將與復旦大學常文武博士暨鳳山高中連崇馨藉由翰林出版社出版「摺紙學數學」專書，讓實作課程得以和課程相扣，也陸續分送現場教師教具包暨樣書逾百份。
4. 將相關數位教材與相關模型，於課堂、輔導課、社團、營隊或資優班施作，並辦理跨縣市教師工作坊：目前已陸續將三套課程，除了分別於各縣市高國中小、輔導團、營隊或工作坊，分別進行完整或部份課程的實作；並且與創藝文化基金會合辦「藝數摺學」各縣市工作坊十四場，台灣摺紙協會

於苗北藝文中心辦理的「手摺創意-紙中盡天下」特展與實作工作坊；藉由民間團體的資源挹注與社團相關活動辦理，將使推動的地域更大，層面更廣，讓更多教師與孩子可以直接受惠。

5. 建置一個資源分享的線上空間，整合相關成果：上述針對學生教學或教師所分享的課程內容，已放置於本校數學科「林中生命藝數殿堂」網站。而於 2006 年所成立的「藝數摺學」網站，除了提供教學簡報、教案設計，以及共備筆記的上傳，並提供實體模型以及電子檔供教師列印教學，已獲不少好評，迄今社團累積人數逾 7000 人。
6. 透過研討會的參與、各校邀約分享與社團的建置，將相關成果推廣：除了於 ATCM 國際研討會發表「空間大師」、「百變金塔」與「紙摺圓錐曲線」等教案，也於台灣數學教育學會辦理的 EARCOME 8 的「兩岸數學教育論壇」分享與常文武博士兩年多以來的互動以及「三宅一生」模板，更於基隆、台北、新北、宜蘭、桃園、新竹、苗栗、台中、彰化、南投、雲林、嘉義、台南、高雄、屏東、金門與花蓮等縣市，陸續接受邀約，分享相關課程施作與成果。更加值得一提的是，除了計畫主持人，在雲林夢的 N 次方課程共備結束後，群組教師也分別受邀，於屏東夢 N 、台南夢 N ，以及數咖講堂、木柵高工、中山高中、文府國中、三重國中、大甲國小等場合進行分享。而透過「藝數摺學」社團的成立，已陸續於各縣市逾四十個學校，由校內老師自主實作推廣，可謂遍地開花，成果豐碩。
7. 聘請專家學者到社群，進行研討諮詢：本學年配合了教育部專業教師社群申請，已陸續邀請江翠國中陳彩鳳老師進行資優數學課程分享與教學示範兩場，中華民國遊戲教育協會主任講師劉力君老師針對桌上遊戲與自製桌遊分享與諮詢共三場；以及邀約師大數學系許志農教授分享數學遊戲融入教學，台北科技大學李家祥教授針對多角盒與鑲嵌再深入指導，文山國中蕭偉智老師分享資優生的情意教育，彰師大師培中心的莊惟棟老師分享數學魔術，並進一步至興雅國中觀課，與吳如皓老師實際互動。另並辦理全國教師研習，邀約上海復旦大學常文武博士分享「從根號 2 摺紙談起」，扶風文化洪新富老師分享「立體魔法書」，使得更多現場教師受惠；並陸續將

辦理的工作坊內容，轉換為可於課堂中實作的課程。

8. 透過學生回饋單與作品實作，檢驗教材設計的適切性並了解學生學習狀況：目前多數已配合課程設計學生學習單、回饋單與摺紙模型，而「乘法立方體」課程除了與線上共備群組實作完畢的老師們直接編寫教案參與投稿獲選，今年度更陸續將製作相關卡牌方便課程進行，並陸續針對學生施作，進一步再根據學生回饋與施作教師建議作內容的修正。
9. 指導學生研究並發表教案，投稿心得與作品：今年度除了與社群老師合作，陸續將近年推動摺紙數學的課程，書寫「從勾股收納盒談數學」、「從「摺紙算勾股」談數學素養」外，更嘗試與學生合寫「從費氏數列到黃金矩形」文章，投稿科學研習月刊，並且與常文武博士、連崇馨老師合作「摺紙學數學」特色課程選修專書，搭配模板供現場教師實作參考。此外也指導學生結合桌遊與一筆畫課程，完成了「東「碰」西「撞」—碰撞機器人之規律探討」與「一氣呵成～特立獨行的一筆畫圖形」等科展作品，分獲新北市科展最佳合作暨甲等獎作品；本年度也與彰師大師培中心莊惟棟老師合作，與廠商合作出版了「一張紙摺七巧板」教具包；而計畫協同主持人謝熹鈴老師，更與師大數教中心合作發展「補光捉影、如影隨形」課程，收錄於三期數學奠基模組課程中，由師大中心於北區(台北)、南區(高雄)培訓講師，再到全國各縣市培訓三期活動師：台南、桃園、苗栗、台中、台北、高雄、雲林、澎湖、花蓮、新竹…等，並持續培訓中；另外，熹鈴老師還將實作融入課程中，目前已有：「8下_2-2 垂直、平分與對稱圖形」、「8下_2-3 尺規作圖」-摺紙學尺規作圖、「8下_3-1 三角形的內角與外角」、「8下_3-2 三角形的全等性質」(學習單如附件)等單元，並持續發展各單元課程中。此外計畫主持人與協同主持人於生根計畫期末發表的「藝數摺學—從重心談起」與「談倍數判別與解一元一次方程式」等課程分享，更是頗受現場教師與教授好評，讓每一位現場的數學老師們都可以協助推廣這些課程。

至於本計畫目前相關工作已配合時程表完成如下，整體完成約 85%，部份工作因為社團的成立，甚至還比預期的效益為大（如課程教材施作、到校分享與網

頁交流等)；申請的經費二十萬元，目前經費核銷已近九成，與執行進度相去不大。

數學實作課程之研發與實作 II	106 年 8 月	106 年 9 月	106 年 10 月	106 年 11 月	106 年 12 月	107 年 1 月	107 年 2 月	107 年 3 月	107 年 4 月	107 年 5 月	107 年 6 月	107 年 7 月
(一)相關資料蒐集												
(二)互動簡報製作												
(三)專家諮詢、舉辦相關講座或研習												
(四)摺紙教材學習單設計												
(五)摺紙模型設計製作印刷												
(六)課程教材施作												
(七)輔導團團內或到校分享												
(八)網頁交流互動												

五、討論及建議（含遭遇之困難與解決方法）

本計畫目前遭遇困難與預定的解決之道分別如下：

1. 資料取得與整合不易：由於目前國內對於數學實作的教材缺乏整合，相關資訊無法有效整理，茲以底下方式進行調整：

- (1) 藉由專家諮詢提供意見，協助教材整合，並確認其正確性與實用性；如本學期分別邀請侯惠澤教授與劉力君老師，分別針對社群老師們所設計的「全等桌遊」進行指導改版。而上海復旦大學常文武博士的「從根號 2 談起」與「一張紙摺半正方體」課程，更是不分國界，讓師生都得以受益；至於莊惟棟老師與吳如皓老師的魔術課程，更是從理論到實作，以迄於現場教學的安排；整體延續的課程，並已陸續與共備群組的老師們，討論其發展為課程與模型的可能性。
- (2) 藉由現場分工合作，整理教材為教具包以進行推廣，今年度出版的「一張紙摺七巧板」教具包以及「摺紙學數學」專書，即是配合國高中的現行課程，發送與提供給現場教師得以實作的內容，可謂成果豐碩，推動層面更加普及。

2. 實作課程施行對象不夠全面，部份課程無法配合計畫實施：因部份課程因受升學考試與課程進度無法實施，故擬定相關配套措施如下：

- (1) 普通班安排於部份數學課或輔導課施作，或與美術老師合作授課，資優班除原本預定進行的專題課程，部份延伸內容改於個別指導深入討論，一方面不會耽擱原本進度，另一方面也可於討論完畢後進行發表；本年度計已完成「禪繞拼接多面體」與「根號 n 螺線發想」數學與藝術結合的課程；而山腳國中的「七年級畢氏樹水彩調色練習」已是常態課程，目前社群老師正在設計「禪繞與等差數列」、「相似放大圖」及「點透視圖」等數學與藝術結合的課程，不啻是跨領域結合的最佳例子。
- (2) 利用社團課或營隊方式實施，如「巧拼連方塊」、「乘法立方體」、「摺剪魔數靈」、「魔數骰子」、「藝數翻摺六邊形」與「藝數翻摺四邊形」等課程即可利用營隊方式進行課程設計、討論與施作；
- (3) 藉由先前校內即開始發行的「數理學報」，將相關課程教材藉由平面文字的敘述，得以讓更多學生理解；
- (4) 挑選部份內容，安排於九年級會考結束後辦理「畢業週」與「數學週」活動，讓學生透過實作學習數學，今年度數學週時設計了「暈頭轉向」、「謎12」、「平衡蹺蹺板」等關卡，以及結合體驗教育的「水淹立方體」關卡，都是結合實作，讓學生得以對數學更有感覺的活動；

3. 部份學生無法同步操作與學習，數學知識面過高或操作性不易：由於部份課程的數學難度較高、操作不易，調整相關施作方式如下：

- (1) 發展摺紙模型步驟化操作，例如「紙編菱形十二面體」、「藝數摺學立方體」、「三宅一生」等課程，均已設計為將相關摺線印製於模型上，以便教師們進行教學，學生進行操作，並可進一步討論相關摺線的繪製方式，或是不使用模板時如何製作的問題；
- (2) 搭配實物投影機、大型教具同步學習，使老師更易講解說明，學生印象更為深刻；
- (3) 使用網際網路預錄對照學習，如「三宅一生」、「藝數摺學立方體」、「紙編菱形十二面體」等課程均已透過 youtube 網站分享摺法，使教師與學生可重覆學習；

- (4) 結合其他軟體課件對照學習，如資優生可自行透過 GSP 或 GGB 軟體進行圖形的繪製與驗證，普通班學生則由教師示範，或是製作步驟化的檔案供學生觀察；更於社團課指導學生使用 AMA 軟體，完成連方塊組合之簡報與數學探討，一刀剪摺紙之摺序圖與 CP 圖製作；
- (5) 透過小組合作學習模式進行，藉由討論與分組完成作業，增進學生互動，減輕學生完成指定作業的壓力；本年度「GGB 進階課程」、「數學魔術」與「多面體切割」等課程即採用分組合作，讓學生得以共同完成作品，減輕作業負擔；

4. 學生反應不如預期：因設計時無法確認學生對於設計內容接受度與延伸學習的可能性，針對此問題所採取相關措施如下：

- (1) 鼓勵有興趣深入研究同學於課堂或以其他形式發表，透過作品的發表可讓討論所得的結論更為具體，如「東「碰」西「撞」—碰撞機器人之規律探討」、「一氣呵成～特立獨行的一筆畫圖形」與「拼拼湊湊---算 24 的解與結」作品安排於資優班期末或個別指導發表研究結果，並投稿林口區、新北市科展獲得不錯成績；而本校自然科學研究社持續研究的「巧拼連方塊」、「一刀剪摺紙」與「七巧板動畫製作」課程討論，也能兼顧設計感與數學性，讓我們看到學生的創意，也能設計出具個人風格的作品；
- (2) 設計另類作業，使學生願意投入的意願性增高，如今年度結合美術課所設計的「根號 n 螺線發想」作品設計，可看到學生具巧思的結果；
- (3) 好的活動要有延續性，因此我們持續透過「數學萬花筒」徵題、辦理校內數學週與畢業週活動等方式，提昇學生興趣，並鼓勵有能力的學生多參與；

5. 部份社群老師排課不易，流動度高：自 100 年迄今共累積逾二十位有意願參與的老師參與社群，然因部份教師跨時段排課與資優班鎖課，目前固定參與老師約六至八人，且部份教師因課務無法全程參與；因此於去學年起，社群活動固定於週五下午，設計以一節課為單元，且減少跨校性活動，以使更多教師可以共同參與，討論教材、進行課程分工與教案設計；

藉由上述遭遇困難的解決之道，除了讓實作課程融入數學教學，更能讓學生從中得到啟發，從討論中發現結果，從發表中提昇成就，從作品中建立美感；自己與社群教師也願意投入更多時間與心力，致力發展更多元的數學實作課程。本

計畫於今年度結案後，來年將持續針對實作中的數學進行申請，若有幸獲准，也將繼續本年度的研究，延續至其他單元與進行方式，期待在未來的執行更為順遂，裨益更多老師學生，能透過數位化彈性簡報整理與摺紙、魔術與遊戲等媒介，理解數學應用的方式，進而欣賞並愛上數學。相信藉由此專案的實施，已經給更多的老師與學生們，提供一套完整有系統的教材，藉由網路、社群平台或直接分享等方式，讓更多師生從實作中發現數學的存在與美麗。

備註 1：本校數學科網站《林中生命藝數殿堂》：

<http://163.20.9.7/dyna/menu/index.php?account=math>

親子天下「翻轉教育」網站：

<http://flipepu.parenting.com.tw/>

備註 2：摺紙數學與實作發表相關文章：

1. 《「摺紙融入數學」促進學生思考的實驗心得》，99 年上學期《促進學生主動思考》工作坊成果
2. 《「摺紙中學數學」之紅包花花》，科學教育月刊 337 期（並轉載於 HPM 通訊十四卷第十一期第四版）
3. 《「摺紙中學數學」之名片試金石》，科學教育月刊 345 期
4. 《「摺紙中學數學」社群經營與專業成長》，99 學年度數學領域輔導團永續經營論文集—分享與傳承
5. 《摺紙學勾股定理》，新北市 100 年度國中數學學習領域新教案甄選第二名
6. 《「摺紙中學數學」教學心得——從「勾股定理」證明談起》，發表於 100 學年度「數學領域輔導團永續經營 II」研討會
7. 《摺出黃金/白銀比》教案，康軒出版社「財源滾滾包」教具包
8. 《「摺紙中學數學」之社團指導篇》，HPM 通訊十六卷第二、三期合刊第十版
9. 新北市教育電子報 117 期「談摺紙融入乘法公式教學」
10. 《摺出無理數》教案，康軒出版社「摺其所好」教具包
11. 教育部《國中數學原型教材》C 冊 1-1、1-3 部份內容
12. 《淺談實作評量——從摺紙中學習數學》，科學教育月刊 367 期
13. 《長方體被平面截出三角錐各面面積間的平方關係》，科學教育月刊 369 期
14. 《從摺紙學數學—從有理數到畢氏數》，科學研習月刊 54-4 期

15. 《摺出無理數（一）》，科學教育月刊 378-379 期
16. 《從『摺紙算勾股』談數學素養》，科學教育月刊 395 期
17. 《平行星動到百轉千摺》教具包，翰林出版社
18. 《連方看視圖》奠基模組（已接受），師大數教中心
19. 《從一個摺紙問題中的有理數發現畢氏數》，科教月刊（修正後再審）
20. 《貝殼螺線摺紙暨面積探討－淺談等比級數》，泰宇出版社《發現數學》105 年第 3 期
21. 《從立方體切割尋找隱形金字塔》，泰宇出版社《發現數學》105 年第 4 期
22. 《魔數摺紙－翻摺六邊形》教具包，南一出版社
23. 《摺剪魔術靈》教具包，翰林出版社
24. 《魔術+摺紙的神奇數學課－骨牌神算》教具包，康軒出版社
25. 《從立方體切割看菱形十二面體與填充空間》，科學研習（106 年 56-5 期）
26. 《藝數摺學之鑲嵌摺紙到正多邊形應用》，科學研習（106 年 56-5 期）
27. 《不可『哆』得-哆寶之多面體結合與規律探討》，新北市 106 年數學科科展甲等暨最佳團隊獎
28. 《刀光剪影——一刀剪分析》，新北市 106 年數學科科展甲等暨最佳鄉土教學獎
29. 《從勾股收納盒談數學》，科教月刊 404 期
30. 《從費氏數列到黃金矩形》，科教月刊 405 期
31. 《藝數摺學之翻摺（變臉）六邊形規律探討》，龍騰出版社數學多元選修第四刊
32. 《一張 A4 摺七巧板》教具包，康軒出版社
33. 《摺紙學數學》專書，翰林出版社
34. 《東「碰」西「撞」—碰撞機器人之規律探討》，新北市 107 年科展數學科最佳團隊獎

35. 《一氣呵成～特立獨行的一筆畫圖形》，新北市 107 年科展數學科甲等
36. 《拼拼湊湊---算 24 的解與結》，林口區 107 年科展數學科特優