

教育部 108 學年度中小學科學教育專案期末報告大綱

計畫名稱：跨領域數學素養課程之研發與實作 I

主持人：李政憲 電子信箱：jenshian@yahoo.com.tw

共同主持人：謝熹鈞、賴韻竹

執行單位：新北市林口國中

一、計畫執行摘要

1. 是否為延續性計畫？是 否

2. 執行重點項目：

- 環境科學教育推廣活動
- 科學課程教材、教法及評量之研究發展
- 科學資賦優異學生教育研究及輔導
- 鄉土性科學教材之研發及推廣
- 學生科學創意活動之辦理及題材研發

3. 辦理活動或研習會等名稱：

(1) 林口國中跨縣市「玩每思·思完美」工作坊

「桌遊中的數學」、「數學遊戲」、「魔數術學」等外聘講座 分享與諮詢

「旋風魔方陣」與「莫比烏斯手環」數學活化教學設計分享

「等差數列」摺紙骨牌、資優銜接課程、「串珠中的數學」共備

林口國中「動手玩數學」全國教師研習

「書說父母恩」摺紙課程設計、共備與教學演示

林中數學週活動設計、「立體幾何」彈性課程分享

(2) 山腳國中跨領域「山中藝科數」社群

「旋風魔方陣的數學」、108 課綱增能「計算機的使用」與「三視圖共備」、

「科學營活動體驗」、「數學闖關活動體驗」、「立體圖形摺紙數學」、

素養教學「奠基進教室-地毯工廠」備觀議課、

探究教學「熱限你和我-體溫恆定性的探究」與「大象牙膏-「酵」母菌的探究」

跨領域課程「色塊塗層之畢氏樹到畢氏定理證明」共備、

捕光捉影到一點透視之「光影與透視」課程備觀議課

(3) 藝數摺學 FB 社團人數破萬留言好禮相送！

(4) 創藝多腦河「第 857 集-紙雕藝術家 / 洪新富」心得分享推廣

(5) 藝數摺學 FB 社團「藝數摺學」摺紙數學專書宣傳、《親子天下一天地方程式》、

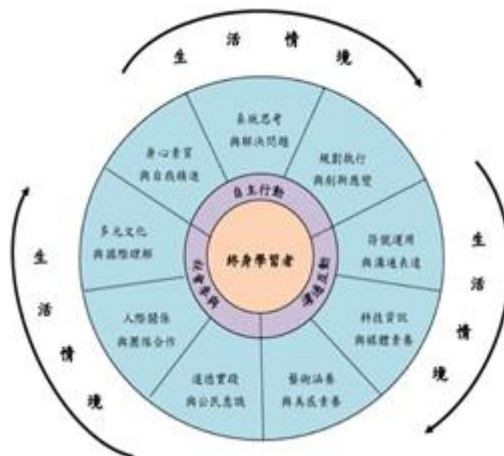
臉譜出版社《塗鴉學數學》書評、《藝數摺學》新書心得分享

- (6) 於全台各縣市分享摺紙相關實作教學計 58 場，相關檔案均上傳至本校「林中生
命藝數殿堂」網站，並於「藝數摺學」FB 社團持續互動
4. 辦理活動或研習會對象：各縣市暨新北市國教數學輔導團以及國高中小教師學生暨一般民眾與親子工作坊。
 5. 參加活動或研習會人數：每次工作坊暨講座約 8 至 120 人，對校內外教學、發表分享與帶動教師實作逾五十場。
 6. 參加執行計畫人數：8~11 人（含計畫暨協同主持人、研究助理暨社群團隊）。
 7. 辦理/執行成效：

本學年集結近幾年課程，順利出版「藝數摺學」專書；設計「勾股收納框」、「生命藝數：摺剪魔翻」與「書說父母恩」等教案，並於學生實作後修正；與廠商合作完成「聖誕樹摺紙」專刊，也將群組教師討論的「從漏斗鏡看到正多面體結構」與「從謝爾賓斯基碎形談摺紙」等課程書寫文章進行投稿並設計模板。此外計畫協同主持人、研究助理的捕光捉影到一點透視之「光影與透視」、「脫形換骨原形畢露」課程，已書寫教案拍攝影片投稿；除了群組教師們陸續完成逾十篇文章進行投稿，麗山高中洪明譽老師也與出版社合作出版「動手玩數學」專書。相關文章並持續發展課程，於各縣市教師工作坊或課堂直接進行課程教學，可謂成果豐碩，也為來年持續申請計畫的精彩度預留伏筆。

二、計畫目的

108 各科領綱正式上路，在數學領域的課程綱要中，提及數學是一種實用的規律科學，並應提供每位學生有感的學習機會；搭配之前已發佈的總綱理念，目前的課程設計強調以核心素養為連貫統整的主軸，秉持全人教育的理念，藉由自主行動、溝通互動與社會參與，進一步與生活情境結合，使學生能夠理解所學，進而整合和運用其解決問題、推陳出新，成為與時俱進的終身學習者。（如下圖）



素養理念的課程設計（引自教育部「十二年國民基本教育課程綱要」）

有鑑於此，跨領域課程的發展確是重要且刻不容緩的；因此，綜觀筆者歷年來所

發展的實作課程，所接觸與諮詢的專家學者，以及共同研發課程的對象，除了數學本質的專業，更不外乎與藝術、自然、生活科技與資訊專長等學科的互動，更有機會與語文領域進行結合發展課程。於是今年度將以筆者所擅長與已開發的手作課程，與各領域結合後，從數學概念發展與知識應用為基礎，設計跨領域的素養導向課程。然而根據李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏(2013)對於數學素養內涵的闡述：「個人的數學能力與態度，使其在學習、生活、社會、與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時，能辨識問題與數學的關聯，從而根據數學知識、運用數學技能、並藉由適當工具與資訊，去描述、模擬、解釋與預測各種現象，發揮數學思維方式的特長，做出理性反思與判斷，並在解決問題的歷程中，能有效地與他人溝通觀點。」因此本計畫將著重於發展如何藉由實作，發展跨領域的數學課程，藉以增進數學思考，進而解決問題，進行數學知識的建構與應用，並特別針對「數學藝數」、「自然實作」與「跨域結合」等三類課程，分別設計課程簡報、學習單與相關模型教具，以利相關數學知識的理解與操作。而針對以上課程，教材開發後將進行試作與評量，並視學生反應與社群互動調整，再依時間進行部份延伸課程，且針對有意願協助實作推廣的教師們，開放線上登記，辦理實體工作坊或成立線上群組討論互動。

根據數學教學研究顯示，欲藉由數學活動來發展教學思維，可能需要在素材和解題活動的難度上作適當的調整（鄭英豪，2000）；為避免學生在學習上的負荷過重，適當的工具、教材與呈現方式是必要且需慎重考慮的。因此結合筆者於研究所跟隨交通大學陳明璋教授學習外掛於簡報上的 AMA (Activate Mind Attention) 軟體來呈現教材，使老師易於上手，並提供多元繪圖功能使其在使用時直接且便捷，進一步透過步驟化、區塊化且結構化 (Step、Block & Structure) 的教材設計，以及激發式動態呈現 (Trigger - base Animation) 的開關應用，讓設計的教材更具說服力，達到有效教學與適性化的效果；此外並可與近年來發展日益成熟的動態幾何 GeoGebra 軟體結合，作動畫與 3D 圖像的呈現。甚至還可結合時下正夯的 3D 列印相關軟體，作最後成品的設計與輸出，真正達到所學於所用，所想於所做的最終目的。

三、研究方法

此次計畫除了選定一般常用的 PowerPoint 簡報軟體結合 AMA 外掛程式集進行教學設計與示範演練，搭配動態幾何與 3D 操作等軟體，作為教師教學呈現與學生作業研究工具，使得教師研究與學生學習時更容易上手易於討論，進一步可延伸學習或進行補救教學；此外也將透過學習單回饋與作品製作等方式，讓學生從中學習預定達到之教學目標。底下是此次計畫目前已完成的課程說明：

課程	課程主題	主要上課內容	延伸課程內容	評量方式	結合領域
1	數學藝數	鑲嵌與拼貼 勾股收納盒 截半削稜立方體 捕光捉影到三點透視	對稱結構探討與設計 立體鑲嵌作品製作 勾股收納框製作 風燈結構探討與製作 三點透視作品創作	學習單 作品評量 設計發表	藝術與人文領域
2	自然實作	簡易版/完整版立體 根號N螺線製作 正十二面體漏斗鏡	酸鹼指示辨識/螺線 收納盒數學原理 正多面體兩面角計算	學習單 作品評量 設計發表	自然與生活科技領域
3	跨域結合	「易位棋」與團體效能活動設計 生命藝數摺剪魔翻 書說父母恩 捕光捉影到一點透視之「光影與透視」	團隊合作共識方式、最少步數探討 一刀剪與數學魔術創意應用 母親節小書製作與數學概念應用 運用數學協助學生創作一點透視圖形	學習單 作品評量	綜合領域、輔導領域、科技領域、生命教育、藝術與人文領域

108 年期中報告實作課程總覽

其中「鑲嵌與拼貼」、「根號N螺線」、「巧拼連方塊」為之前發展課程，搭配共備後更新內容的增加、經費的持續挹注、文章與專書的撰寫，讓整體課程更完整；而「勾股收納盒」則是藉由文章的書寫、新書的出版與教案的設計，讓課程操作更容易，也新增了「勾股收納框」簡化版的設計製作，讓數學知識更聚焦，並書寫教案投稿師大數教中心奠基進教室模組獲選，預計下學期正式拍攝影片；至於「正十二面體漏斗鏡」與「易位棋」的活動設計，則是結合共備與主持人參與的研習活動，作新課程的嘗試設計，也陸續寫成文章進行投稿。而「書說父母恩」與「捕光捉影到單點透視」課程，則分別為主持人與協同主持人與校內美術老師跨領域共備實作的課程，也分別寫成教案進行教學與投稿。

而以上課程也依照這幾年筆者計畫推動的經驗，藉由下列研究步驟進行設計修正：

(一) 課前討論：

1. 教材學習單模型製作：蒐集相關資料，製作完整教學簡報與學習單、課程相關模型或進階思考題設計；
2. 專家諮詢討論與修正：藉由相關領域專家與社群互動諮詢，討論修正後實施。
3. 線上共備群組討論：透過定期固定主題的課程討論，也將使有興趣

推動這些課程的老師更聚焦且容易上手。

(二) 課中實施：

1. 課堂施作攝影暨討論：協助引導學生理解，並藉由研究助理協助拍攝上課實施過程相片與攝影，彙集成光碟或上傳至網路；
2. 學習單作品完成施作：藉由學生完成的學習單回饋或所完成的作品，確認學生的接受與理解程度。
3. 線上社群交流：藉由已實施課程的老師們分享，得以讓尚未實施的老師們了解可能會遇到的困難與其解決之道，也吸引更多有興趣的老師願意投入；目前「藝數摺學」社團已累積逾萬人加入，而實際討論的線上共備群組已逾 20 個以上，更因此成立線上寫作共備社團與課程推動教師群組，定期進行實體的共備課程。

(三) 課後分享：

1. 課後回饋分析：整理學生的學習單、回饋與作品，並根據學生的回饋再行修正教材定稿；
2. 社群分享互動：蒐集學生的回饋結果，連同教材集結成冊或數位光碟，於社群分享或投稿相關期刊暨研討會發表施作後心得。
3. 線上社團分享：待討論或施作結束，邀請有意願的老師協助整理共備討論的內容書寫文章，並且挑選適當的章節再作討論分享與課程設計；本年度陸續完成近二十篇文章，並陸續出版或上傳至「藝數摺學」公開社團，提供更多有興趣研究的教師或同好們參考。



課程設計修正模式

至於其授課方式多利用原授課時間（普通班數學課、第八節、寒暑假輔導課、社團活動或資優班數學課、個別指導及專題課）時間，或是原訂完成的活動（國中小科學營、

校慶或科學園遊會等)的部份課程，並提供相關模型材料或以色紙、影印紙等容易取得的紙張，方便施作討論。

此外跨校社群中興國中李慧玲老師也將研習與社團、共備所學應用於課堂中，除了帶領孩子們從紙剪飛鳥、連方塊、紙摺骨牌等作品設計中看出數學結構與創意，進一步設計奠基教案「脫形換骨、原形畢露」並發表，甚至與自然科教師合作進行跨校觀議課、課程設計與成果呈現，都是我們樂於見到老師們成長的樣貌。

四、研究方法

針對此次計畫，筆者已完成的工作與達到的成果有八：

1. 發展更多元的教材，讓數學與其他領域作結合，輔助相關知識的理解與應用，目前已陸續完成藝術與人文、自然科學、生活科技與綜合活動等跨域課程，今年度的「藝數摺學—勾股收納框」、「生命藝數摺剪魔翻」、「書說父母恩」、「脫形換骨原形畢露」、捕光捉影到一點透視之「光影與透視」等教案已陸續進行教學、拍攝影片與投稿；
2. 研發並製作數學與素養實作相關模型，並藉由與現場老師分享施作狀況、心得，吸引更多老師加入數學素養課程設計與推動的行列；本年度陸續至全省十六縣市逾五十所學校分享相關主題。
3. 將數學素養數位教材與相關模型，於課堂、輔導課、社團或資優班施作，除了讓學生能從操作與討論中學習到「有感覺的數學課」，更能運用所學，將知識應用於解決問題的能力上，理解數學與生活結合的適切性；本年度於本校陸續自行或與社群教師合作實施了「勾股收納框」、「根號N螺線」、「巧拼連方塊」、「易位棋」、「生命藝數摺剪魔翻」、「書說父母恩」等跨域課程。
4. 針對課程成立線上共備群組與寫作社團，邀請有意願加入推動的老師一起討論參與課程寫作或教案投稿；並指導有興趣的學生進行研究，發表心得或作品，並將施作與研究的心得投稿相關科學期刊，藉以驗證其專業與普及性；本年度陸續完成「摺紙學數學—根號N螺線：從簡化到立體螺線收納盒」、「歐洲麥桿星初探」、「組合摺紙_鏤空立方體」、「哥倫布方塊與費氏花」、「從聖誕樹摺紙談對稱」、「淺談臺南市美術館二館的謝爾賓斯基三角形屋頂」、「從摺紙談謝爾賓斯基三角形」、「利用摺紙探討畢氏定理」、「用摺紙來學等比與圖形的旋轉及伸縮」、「摺紙學數學之八角箱」、「藝數摺學—從勾股收納盒到收納框」、「正立方體的切割、晶狀、星狀，融入編織之美」、「La La Lab_數學與音樂特展」、「從漏斗鏡Funnel-Mirrors看到正多面體結構」、「用摺紙來學等比與圖形的旋轉及伸縮」、「再探百轉千摺」、「百變色紙變變變」、「兒童攀爬遊樂設施的幾何探討」、「長尾夾的藝數細胞」等文章，持續修改並陸續投稿相關期刊；而群組的麗山高中洪明譽老師更與南一出版社合作出版了「動手玩數學」一書，並將於本校進行新書發表。

5. 透過資源分享的線上空間，整合相關成果，將數位教材檔案放置於網路平台，讓有興趣的學生或老師能方便使用與討論，達到雲端共備的效能，進一步透過平台分享，裨益各地的老師與學生們。本年度計有逾八十所學校協助實作課程，並上傳相片與心得至社團網站中。
6. 聘請專家學者到校、社群或輔導團，針對老師或學生作演講及研討諮詢，發展可以實際運用於課堂的教材，讓教材發展更多元。本年度陸續邀約至社群或自行前往諮詢專家教授逾十位以上。
7. 透過學生回饋單與作品實作，檢驗教材設計的適切性並了解學生學習狀況，進而修改出更適切的相關教材內容。目前已設計「勾股美學—全等等不等」完整教案暨學習單、「聖誕樹摺紙」專文暨學習單與「鑲嵌拼貼」、「根號N螺線」與「易位棋」活動學習單，並持續依教授建議與學生回饋修正中。
8. 與相關機構與民間基金會合作，辦理更多元的工作坊，裨益更多地區的師生，培養更多的亮點教師，為台灣的教育貢獻一己之力。除了2019年與民間「創藝文化基金會」完成十二場全國教師研習與第一屆「藝數摺學」年會，預計於今年舉辦十場教師研習（目前計完成三場研習與實體共備課程）、五場親子工作坊，並擴大辦理第二屆「藝數摺學」年會，期待除了教師與學生之外，得以讓更多朋友一起從實作中享受數學的樂趣。



五、討論及建議（含遭遇之困難與解決方法）

本計畫目前遭遇困難與預定的解決之道分別如下：

1. 資料取得整合困難：由於目前國內對於數學實作教材無法有效整理，茲以底下方式進行調整：
 - (1) 經由專家諮詢提供意見，協助教材整合，並確認其正確性與實用性；
 - (2) 透過「摺紙學數學」、「藝數摺學」、「動手玩數學」等專書陸續出版，讓實作與數學的討論更容易上手；
 - (3) 經由「藝數摺學」社團的互動暨「藝數摺學寫作專區」社團的集思廣益，讓討論與課程更聚焦；
2. 無法配合進度實施：雖開學已於期初預排定相關課程於各校普通班與資優班課內或外加課程實施，仍因學生實作進度與學校行事略作調整，故擬定相關配套措施如下：
 - (1) 普通班安排於美術課、輔導課與社團課施作
 - (2) 資優班除原本預定進行的專題課程，部份延伸內容改於個別指導選修深入討論，一方面不會耽擱原本進度，另一方面也可依照學生個別興趣，於討論完畢進行發表；
 - (3) 利用社團或營隊方式實施；
 - (4) 切割實作與討論課程分別實施；
 - (5) 搭配活動或情境佈置，鼓勵教師投入實作：如今年與出版社合作出版的「聖誕樹摺紙」，即搭配社團活動，實作教師逾 50 位，受惠學生逾 1000 位；此外本校持續辦理的「數學週」活動，更是全校數學教師共同參與投入
3. 不易同步操作學習：實作課程最擔心的就是無法跟著教學進度，按步就班完成相關作品，茲針對此問題，提供下列解決之道：
 - (1) 設計實作簡報步驟化操作；
 - (2) 發展實作教具，由自製到製模，增加實作精準度及增進學生操作；
 - (3) 搭配實物投影機、大型教具同步學習，可使老師更易講解說明，學生印象更為深刻；
 - (4) 使用網際網路預錄對照學習，透過 youtube 網站分享摺法使教師與學生可重覆學習；
 - (5) 結合其他軟體課件對照學習，如資優生可透過 GSP 或 GGB 軟體進行圖形的繪製與驗證；
 - (6) 透過小組合作學習模式進行，藉由討論與分組完成作業可增進學生互動，減輕學生完成指定作業的壓力；
 - (7) 視人數安排助教進行教學協助，課前進行共備並於課後進行討論；
4. 學生反應不如預期：部份設計內容因設計時無法確認學生接受度與延伸學習的可能性，針對此問題所採取相關措施如下：

- (1) 降低作業門檻，或以分組方式進行發表；
 - (2) 鼓勵有興趣深入研究同學於課堂或以其他形式發表，透過作品的發表可讓討論所得的結論更為具體；
 - (3) 持續透過校內數學週與畢業週等活動提昇學生興趣
5. 課間推動不易：有鑑於多數課程，無法以個人之力全面推動或於正課中實施，茲安排以底下方式進行調整：
- (1) 與其他單位合作辦理假日研習與營隊；
 - (2) 線上共備群組互動討論；
 - (3) 培訓「藝數摺學」講師群；
 - (4) 調整課程內容，從簡單作品製作討論起；
 - (5) 透過「藝數摺學」寫作專區社團，與其他教師合作產出文章。
6. 部份社群老師排課不易，流動度高：透過課程的切割，鼓勵社群教師輪流發表，使得有課務的老師也能部份或完整學習，並發展個人特色課程。
7. 線上社群的互動度小：雖然成立線上共備社團，但互動度不高；可透過固定進度繳交文章的安排，以及各主題專屬群組的成立，發表各亮點課程。
- 相信透過以上調整方式，將使得接下來課程進行的更為順遂，計畫推動更加完善，來年有機會持續申請，完成更多元且實用的跨領域素養課程，裨益更多教師與學生。

六、參考資料

1. 十二年國民基本教育課程綱要，教育部，2014年11月。
2. 十二年國民基本教育國民中小學暨普通型高級中等學校數學領域課程綱要，教育部，2018年6月。
3. 李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏(2013)。教育部提升國民素養實施方案—數學素養研究計畫結案報告。臺北市：教育部。
4. 鄭英豪(2000)：學生教師數學教學概念的學習：以「概念啟蒙例」的教學概念為例。國立台灣師範大學數學研究所。博士論文，14-17頁。