

教育部九十八年度中小學科學教育專案期中報告大綱

計 畫 名 稱：國中數學「概念啟蒙例」案例之設計與研究

主 持 人：台北市立興雅國中 林壽福老師

共 同 主 持 人：台北市立興雅國中 吳如皓老師

台北市立龍門國中 鄭勝鴻老師

參 與 人 員：台北市立天母國中 柴筱筠老師

台北市立南門國中 曾明德老師

台北市立興雅國中 孫國文老師、林俊傑老師

台北市立興雅國中 張雨子老師

台北市立龍門國中 黃斌斌老師

台北縣立三和國中 洪于雅老師

執 行 單 位：臺北市立興雅國中

一、計畫目的

提倡真實數學教育的荷蘭數學家及教育學者Freudenthal（1971），主張在數學教學中，能將數學和真實世界相連結。因此將數學與學生生活情境連結是相當重要的。所以近幾年研究者呼應教改「生活化」、「趣味化」趨勢的熱潮，不斷設計數學步道題材和相關教案，內容豐富多樣，佈題均由淺入深、循序漸進引導，可以訓練學生觀察、分析、歸納、演繹和推理的能力，並探索得到一般化的規律，除了發展學生數學化能力之外，也能培養高階的解決問題能力。

林福來等（1997）統整國內外有關數學教學的研究，認為「培養數學感」與「診斷教學」是培育數學師資的兩個主軸。從這兩個教學主軸便延伸出許多重要的教學概念，例如概念心像與概念定義、概念發展層次、概念的錯誤類型、數學概念的啟蒙例、診斷與認知衝突、引導發現式教學、探究式教學等（林福來等，1997、1998）。其中，數學概念的啟蒙例更是每堂概念教學活動課必然含有的成分，而數學教學研究也顯示，欲藉由數學活動來發展教學思維，可能需要在素材和解題活動的難度上作適當的調整（鄭英豪，2000）。

根據Worthen（1968）的實驗證實，採用「例子—規則」取向的教學較能鞏固學生所學知識，產生學習遷移的效果，同時對於解題策略的習得成效也比較好。這種教學方式是以一序列可以操作的例子作為新概念的學習素材，引導學生觀察這些例子中的內嵌抽象概念成分，進一步能將其共同特徵抽象化形成概念。這樣的例子可能很多，但基於教學考量，選擇最具代表性的例子作為概念啟蒙的例子，這個例子就稱為概念的啟蒙例（generic example；Tall，1986）。

概念啟蒙例並非只是引起動機或情境的考量而已，鄭英豪認為，一個好的啟蒙例至少要具備四種屬性：（一）樂學性——能引發學生學習動機的例子，例如荷蘭真實數學教育所主張從日常生活現象裡取材，讓學生感覺數學與生活息息相關，自然能引起主動探究和學習興趣；（二）易學性——為了銜接學生的認知層次，啟蒙活動要能接續學生的舊經驗，同時挑戰難度要適當；（三）代表性——提供的情境要能真正代表欲學的數學概念；（四）發展性——不是為了某個特定知識的孤立素材，是要具有「帶得走」和「折回參照」的概念屬性。

因此一個好的啟蒙例，不但可以讓數學與真實生活相連結，也可以幫助學生學習該啟蒙例所代表的概念，並且發展相關概念。所以教學中引入一個好的啟蒙例是相當重要的。研究者已經進行了一年的國中數學概念啟蒙例題材之研發與實作，並且完成了以下三項的工作：

1. 已完成七、八年級部分單元主題之「概念啟蒙例」。
2. 編制《國中數學科「概念啟蒙例」相關參考書籍之整理》手冊，並完成各書籍內容簡介和分類整理工作。
3. 探討教學成效，提出「概念啟蒙例」設計之省思與改進建議，進一步改良教材。

以上工作雖然已經完成，但為了更加豐富啟蒙例內容，未來這一年裡研究團隊將持續努力，除了補足七、八年級單元主題之「概念啟蒙例」之外，將增加九年級單元主題之「概念啟蒙例」設計，也會增添《國中數學科「概念啟蒙例」相關參考書籍之整理》手冊內容。另外，也將以第一年所研發的概念啟蒙例持續進行教學實驗，並做量化與質化分析，來確認所研發的概念啟蒙例與四種屬性——樂學性、易學性、代表性、發展性——的關連。

因此本計畫第二年有下列目的：

1. 完成九年級單元主題之「概念啟蒙例」，並豐富七、八年級單元主題之「概念啟蒙例」。
2. 增添《國中數學科「概念啟蒙例」相關參考書籍之整理》手冊內容。
3. 設計問卷來檢視啟蒙例的四種屬性，並對所研發的啟蒙例進行教學實驗與研究分析。

二、執行單位對計畫支持(援)情形與參與計畫人員

本學年新任校長、會計主任以及教務處同仁給予我們充分的支援和協助，成員多數利用週日下午進行讀書會討論，借用台師大數學系教室，交換所整理資料和研讀科普心得，配合實驗操作和表演活動，初步形成書面案例。另外，本校設備組長幫忙處理預算核銷手續，呈報簽呈和處理公文，相當盡責，對我們研究案的執行助益甚大。

計畫全體成員包括數學系教授、本校教師同仁以及多位校外教師伙伴，大家積極參與討論，互相腦力激盪，經常能迸出智慧的火花，過程中我們隨時記錄大家寶貴的見解與心得，截至目前為止本研究案進行順暢。

三、研究方法

本研究是一個科學教育教材研發與實驗分析活動。我們將汲取國內外優良的科普讀物、文本與教科書精華，加以分門別類，例如遊戲、魔術、教法、應用、數學史等，從中汲取設計靈感，配合研究者實作與教學經驗分享，再按教科書主題名稱和輔以分年細目內容，研發編擬數學科「概念啟蒙例」。實驗分析部分，我們將針對所設計的啟蒙例進行實驗教學，再透過質化與量化分析來修正案例。

實施的步驟為：

1. 蒐集並閱讀國內外科普讀物、文本與教科書，豐富視野。
2. 研究團隊成員按任教年級與個人專長興趣，作分工、編組，並認養單元主題、閱讀資料及書籍簡介文稿之撰寫。
3. 邀請對「概念啟蒙例」有深入研究之專家學者，座談交流與經驗分享。
4. 選定教學錄影對象與教學主題，進行教學觀察與討論、回饋與反思。
5. 延續第一年「概念啟蒙例」設計工作，除繼續豐富教學案例外，也同時設計問卷來檢視是否符合啟蒙例的四種屬性。
6. 研究資料之分析與詮釋。
7. 撰寫研究報告。

研究者在決定提出實驗計畫時，便跟本校校長報告、徵求同意，並尋求行政支援。研究進行的過程中，研究團隊成員每月至少進行3~4次專業對話與設計討論，並將於每單元主題均作教學實驗與反思討論，讓設計更為周延完備。

四、目前完成程度

（一）啟蒙例設計初稿

1. 影格預言術：讓牌影子說話，神奇預卜關鍵牌的花色、點數及其位置。（一元一次式的運算）【魔術】
2. 長方形的秘密：透過長方形狀的「翻四張」動作，進行不可思議的占卜。（奇偶數性質）【魔術】
3. 雙重默契：如何藉由提高巧遇的機率，見證「殊途同歸」的奧秘！（機率原理）【魔術】
4. 牌點預言術：撲克牌張數與牌點的對話，變與不變的藝術。（加法的表徵與轉換）【魔術】
5. 背後觀測術：算機率·變魔術。（機率原理）【魔術】
6. 減法預言術：代數符號減法表徵的奧妙。（減法的表徵與轉換）【魔術】

7. 任你洗牌預言術：質數的誘惑與威力。（互質與最小公倍數）【魔術】
8. 看透你的牌：藉由代數式的操弄，看透你的牌。（多項式運算）【魔術】
9. 不可思議的推測：借用座標方位，掌握你的牌。（座標對應）【魔術】
10. 7-11 總動員：窺探將代數符號概括和一般化的驚奇歷程。（二元一次方程式）【魔術】
11. 邊搬邊數：經歷撲克牌名號咒語與張數相應的驚奇！（一元一次式的運算）【魔術】
12. $X+1$ 預言術：代數符號的威力與神奇。（一元一次式的運算）【魔術】
13. 買保險：教你勇闖天關，處變不驚的秘訣！（負負得正）【魔術】
14. 黑與紅：彈不亂的黑與紅，神奇骨牌效應！（數學歸納法）【魔術】
15. 九宮蓋數：透視牌點，見證 pattern 的威力！（9 的倍數判別法）【魔術】

（二）啟蒙例屬性整理

	魔術名稱	數學概念	屬性			
			樂	易	代	延
1	影格預言術	一元一次式的運算	◎			◎
2	長方形的秘密	奇偶數性質	◎	◎	◎	◎
3	雙重默契	機率	◎			
4	牌點預言術	加法的表徵與轉換	◎	◎		
5	背後觀測術	機率	◎	◎	◎	◎
6	減法預言術	減法的表徵與轉換	◎	◎		
7	任你洗牌預言術	互質與最小公倍數	◎	◎		◎
8	看透你的牌	多項式運算	◎			◎

9	不可思議的推測	座標對應	◎			◎
10	7-11 總動員	二元一次方程式	◎			◎
11	邊搬邊數	一元一次式的運算	◎	◎		◎
12	X+1 預言術	一元一次式的運算	◎	◎		◎
13	買保險	負負得正	◎	◎		◎
14	黑與紅	數學歸納法	◎			
15	九宮蓋數	9 的倍數判別法	◎	◎	◎	◎

截至目前為止，已完成整體進度50%。

五、預期成果

(一) 本年度預期完成之工作項目

◎研發

1. 設計完成所有九年級單元主題，以及補充七、八年級剩餘單元主題之「概念啟蒙例」。(第二年計畫)
2. 配合「概念啟蒙例」之研發，必要時輔以GSP動態幾何的設計與教學，開拓學生對資訊工具使用的能力，進一步培養其數學感。
3. 豐富《國中數學科「概念啟蒙例」相關參考書籍之整理》手冊內容。
4. 探討教學成效，提出「概念啟蒙例」設計之省思與改進建議，進一步改良教材。

◎實驗分析

1. 完成兩學期的所有單元主題「概念啟蒙例」之教學實驗。
2. 針對教學實驗分析，了解「概念啟蒙例」所具備之屬性與反思討論。
3. 完成「概念啟蒙例」之修改。

(二) 具體成果及效益

數學教育包含了數學與教育兩者。數學教師一方面要具有一定的數學素養，另一方面也得在教學法、學習與動機理論及社群心裡學等方面充實自己。

社會上著實期待更多具有反思能力（reflective）及具備專業素養的教師（scholar-teacher）。本計畫預期成果如下：

1. 藉由「概念啟蒙例」之研發，預期能協助數學教師作有效的數學教學，並激發學生強烈之學習動機，締造一個「數學有用、有趣」的學習環境。
2. 能有效提升學生們的數學能力和解決問題能力，陶冶其正向之數學態度，激發學習潛能。
3. 數學的意義在於應用，讓學生領會到學習數學的價值，無疑對於推動數學的學習會起很大的作用。預期這些教材能幫助學生，樹立起正確的數學學習的價值觀。
4. 輔助解決目前教科書舉例，其樂學性和發展性兩個屬性不足的問題，活絡教學現場。
5. 透過一系列的研究教師專業對話討論活動，能建立數學教師專業社群，活絡校內領域教學研討會之運作功能。
6. 有助豐富教師們的教學內涵，提昇其教學品質，讓教學更多元化、趣味化，並提升參與研究教師的教學活動設計與教學專業能力。
7. 透過教師同儕的分享機制能激發教師反思課堂教學與教師專業需求。
8. 透過案例的研發與提供激發教師於教學實務現場進行教學實驗，建構以培養「數學素養」為目標的教與學。

六、檢 討

研究伙伴們執行本計畫皆全力以赴，目前進度達成率已過半，初步完成 15 個數學魔術初稿，成果豐碩！至於實驗分析的部分，研究者打算在寒假以後陸續進行。

今年在經費核撥上再度重演歷史。本計畫在教育部評審通過後，臺北市教育局來文說沒有經費，不願核撥另一半經費，要本校自行籌措另一半（10 萬元）。但申請計畫之初，教育局並沒有事先告知，等事情發生後才粗暴地「趕鴨子上架」造成事實。這是再一次的士氣打擊，讓研究者頗為沮喪！已經連續三年了，我們將不再保持緘默，在此慎重宣誓！待本計畫案執行完畢後，我們將不再續提「科教專案計畫」之申請。