

## 教育部九十七年度中小學科學教育專案期中報告大綱

計 畫 名 稱：國中數學「概念啟蒙例」題材之研發與實作  
主 持 人：台北市立興雅國中 林壽福老師  
共 同 主 持 人：台北市立興雅國中 吳如皓老師  
                  台北市立龍門國中 鄭勝鴻老師  
參 與 人 員：台北市立龍門國中 黃斌斌老師、孫震驥老師  
                  台北市立南門國中 曾明德老師  
                  台北市立興雅國中 孫國文老師  
                  台北市立瑠公國中 莊國彰老師  
執 行 單 位：臺北市立興雅國中

### 一、計畫目的

林福來等(1997)統整國內外有關數學教學的研究，認為「培養數學感」與「診斷教學」是培育數學師資的兩個主軸。從這兩個教學主軸便延伸出許多重要的教學概念，例如概念心像與概念定義、概念發展層次、概念的錯誤類型、數學概念的啟蒙例、診斷與認知衝突、引導發現式教學、探究式教學等(林福來等，1997、1998)。其中，數學概念的啟蒙例更是每堂概念教學活動課必然含有的成分，而數學教學研究也顯示，欲藉由數學活動來發展教學思維，可能需要在素材和解題活動的難度上作適當的調整(鄭英豪，2000)。

根據Worthen(1968)的實驗證實，採用「例子—規則」取向的教學較能鞏固學生所學知識，產生學習遷移的效果，同時對於解題策略的習得成效也比較好。這種教學方式是以一序列可以操作的例子作為新概念的學習素材，引導學生觀察這些例子中的內嵌抽象概念成分，進一步能將其共同特徵抽象化形成概念。這樣的例子可能很多，但基於教學考量，選擇最具代表性的例子作為概念啟蒙的例子，這個例子就稱為概念的啟蒙例(generic example; Tall, 1986)。

概念啟蒙例並非只是引起動機或情境的考量而已，鄭英豪認為，一個好的啟蒙例至少要具備四種屬性：(一)樂學性——能引發學生學習動機的例子，例如荷蘭真實數學教育所主張從日常生活現象裡取材，讓學生感覺數學與生活息息相關，自然能引起主動探究和學習興趣；(二)易學性——為了銜接學生的認知層次，啟蒙活動要能接續學生的舊經驗，同時挑戰難度要適當；(三)代表性——提供的情境要能真正代表欲學的數學概念；(四)發展性——不是為了某個特定知識的孤立素材，是要具有「帶得走」和「折回參照」的概念屬性。

台灣的學生近幾年來，在國際評量成就測驗的表現上均相當亮眼，2003年TIMSS及2006年PISA分別獲得數學能力第四名和第一名成績。但與前者測驗有關

的研究調查顯示，對於是否喜歡數學的看法，台灣學生有偏向負面的趨勢。台灣學生對於數學學習相當缺乏自信心——高自信人數百分比（26%）遠小於國際平均（40%），排名倒數第二；低自信人數百分比（44%）卻遠高於國際平均（22%），排名高居第二。台灣學生對於數學的評價與國際平均的差異甚大，其高、中、低評價分別為25%、50%、24%和55%、35%、10%。顯然成績好並不與「喜歡學數學」成正比。（曹博盛，2005）這是很值得我們深思的警訊！

究其原因，雖然目前教科書多數非常重視選用生活情境來進行數學概念的引入，但可能受限於篇幅和體例的關係，還留有很大的進步空間。它們仍然以公式的推導與套用為主軸，接著透過反覆強化不同類型例題的練習，來達到所謂「精熟學習」的目的。因為有考試和進度的壓力，老師大多使用「題海戰術」來加強學生實戰的操練，造成了多數學生對於數學學習的刻板印象——數學＝「考試」＋「解題」——，因此，如果學生沒有真心投入，他們會越來越覺得數學學習的『苦』與『煩』，提不起學習興致，甚且會對數學學習產生極端的厭惡感。我們認為改善之道為，多開發具備易學性、樂學性、代表性和發展性的教學啟蒙例，這是一條可行的有效的途徑。鄭英豪指出，啟蒙例為學生構築了一個學習抽象數學知識的具體媒介，讓學生能順利建立概念心物（mental object），以作為學習新概念的參照對象；也是引動瞭解、形成直觀的主要依據；它同時扮演引導教師在其教學脈絡中反思、探究教學問題並持續發展教學思維的重要角色（鄭英豪，2000）。若再輔以優良的教學方法，將可以改變學生對於數學課的看法，以及提升數學教師受歡迎的程度。

總之，生活情境與數學之間的關係，並非只是單向的應用數學解決生活問題，恰當的選用可以促進學生思維的發展，引動其學習興趣與動機；數學學習成就不應只看重成績的表現，至少還包括數學學習信心、態度與價值觀的建立等。因此設計切合教學目標與評量目標的生活情境應用活動，會讓學生覺得數學很有用並能維持其學習動機，同時提高成績；而引導學生嘗試應用數學來解決生活問題或察覺數學的存在，會讓學生覺得數學很有威力具有學習價值，同時也是立足社會的一種利器。

本計畫有下列目的：

- （一）收集國內外優良科普讀物與教科書，建立每本書籍之身份與簡介資料，分類建檔，提供編擬「概念啟蒙例」參考之用。
- （二）透過生活情境、遊戲、魔術、故事、數學史等數學素材之收集，配合教師們的實作經驗分享，編擬各主題單元之「概念啟蒙例」。
- （三）「概念啟蒙例」會結合分年細目與重要數學學習內容，讓教師們能放心使用，並適度解除其對進度與成績的壓力。
- （四）藉由分析基測中具有生活情境的試題與學習國際評量PISA命題內容，作為設計「概念啟蒙例」之參照，精緻教師教學的視野。

## 二、執行單位對計畫支持(援)情形與參與計畫人員

本學年校長、教務處，以及總務處都給予我們充分的支援和協助。我們多數利用週六早上開研討會，需要借用教師休息室、導師辦公室，以及電腦設備，行政及保全人員均能給予充分配合與支援。另外，設備組長幫忙處理預算核銷手續，呈報簽呈和處理公文，相當盡責，對我們研究案的執行助益很大。

我們的計畫全體成員積極參與討論，互相腦力激盪，經常能迸出智慧的火花，尤其在挑選的啟蒙例進入教案設計，以及實驗教學階段時，伙伴們都能充分發揮所長，貢獻個人才識，提供相當寶貴的見解與建議，所以本研究案進行順暢。

## 三、研究方法

本研究是一個科學教育教材研發與實作活動。我們將汲取國內外優良的科普讀物、文本與教科書精華，按主題分類研發「概念啟蒙例」。實作部分，我們挑選部分啟蒙例設計成完整教案，進行實驗教學，再透過反思來修正案例。

預定實施的步驟為：

1. 邀請對於本研究計畫、目的有共識與願景的教師，共同組成研究團隊。
2. 蒐集並閱讀國內外科普讀物、文本與教科書，豐富視野。
3. 進行文獻內容之研析，討論與確認文獻資料內容之分類標準，並加以分門別類，建立初步之資料庫。
4. 研究團隊成員按任教年級與個人專長興趣，作分工、編組，並認養單元主題、閱讀資料及書籍簡介文稿之撰寫。
5. 研究團隊成員閱讀有關「概念啟蒙例」之研究資料，瞭解其真正意涵。
6. 邀請對「概念啟蒙例」有深入研究之專家學者，座談交流與經驗分享。
7. 選定教學錄影對象與教學主題，進行教學觀察與討論、回饋與反思。
8. 完成第一年「概念啟蒙例」設計工作，涵蓋：七上、七下、八上、八下等課程主題範圍。
9. 研究資料之分析與詮釋。
10. 撰寫研究報告。

研究者在決定提出實驗計畫時，便跟本校校長報告、徵求同意，並尋求行政支援和經費協助。研究進行的過程中，為求詳實，研究團隊成員平均每月進行兩次專業對話與設計討論，未來計畫將作每單元主題之教學錄影與反思討論，讓設計更為完備，對教學之助益提升至最大。

## 四、目前完成程度

(一) 進行中啟蒙例設計初稿

1. 因數與倍數：爬樓梯競賽（因數、倍數判別）【遊戲】；找數字間諜、九宮蓋數、鼓勵、簡單的把 MM 術、牌歸原主、瞭若指掌（舉一反三、舉一反三）、蓋住一張牌（9 的倍數判別法）【魔術】。
2. 直角座標：知道你（妳）的生肖、猜姓氏（東方命理）、師徒合作飆演技、一箭中的（座標對應 27 張、表格方法）【魔術】。
3. 一元一次不等式：心想事成（妙用不等式）【魔術】。
4. 等差數列：計算機預測術【魔術】。
5. 相似形：神奇黑桃 A（放大縮小術、紙張的學問）【魔術】。
6. 多項式加減法（或代數式運算）：未卜先知（完美 13 點、十全十美）、預言牌、神奇占卜術、神奇估牌術（我懂你（妳）的心）、明察秋毫、時鐘預言【魔術】；神機妙算（諸葛神算、奇異的骰子）、巧問電話號碼【遊戲】。
7. 等量公理：神奇分牌術（暗夜分牌、等量公理妙處多）【魔術】。
8. 代表數符號：猜數遊戲、猜生日（生辰八字）【魔術】。
9. 一元一次方程：賽過天平（手秤撲克牌）【魔術】。
10. 二元一次方程：洞識牌點（玩撲克學代數）【魔術】。
11. 找 pattern：信封預言（乘積早知道、神奇數字妙體驗）、物以類聚【魔術】。
12. 鏡反數：數卡接龍（從已知推未知）【遊戲】。
13. 逼近法：直指核心（21 張）、猜中你（妳）的生肖（二分逼近法）【魔術】。
14. 二進位原理：數字魔卡（知道你（妳）是誰、來自何方、猜中死黨暗戀誰）、魔孔（測知你（妳）的生肖與星座）【魔術】；不可捉摸的「南無阿彌陀佛」（密碼遊戲）【遊戲】。
15. 四則運算：唯一的工作天（挑戰你（妳）的智商）、畫中有數（神童的隱喻、湊 100）【遊戲】。
16. 中位數：一箭中的（逼近法、圖示法）【魔術】。
17. 分類與推理：巧猜藏物【魔術】。
18. 奇偶數原理：消失的牌、摸牌術【魔術】。
19. 函數：指示變換【魔術】。
20. 窮舉法：三選一【魔術】。
21. 負負得正：命運交會點（翻倒牌兩次）【魔術】。

22. 線對稱：捉摸不定的方向【魔術】。

(二) 已完成啟蒙例

1. 數字神跡. (代表數符號引入)【魔術】
2. 神秘水晶球(9的倍數應用原理)【魔術】
3. 射門較佳位置(圓周角概念)【生活應用】
4. 畫蛇添足的經理(最小公倍數應用)【生活應用】
5. 直角三角形洩罪行(三角形性質)【生活應用】

(三) 完整教案

1. 數列魔法【魔術】【遊戲】

截至目前為止，已完成整體進度 85%。

## 五、預期成果

(一) 本年度預期完成之工作項目

◎研發

1. 設計完成所有七、八年級單元主題之「概念啟蒙例」。(第一年計畫)
2. 配合「概念啟蒙例」之研發，必要時輔以GSP動態幾何的設計與教學，開拓學生對資訊工具使用的能力，進一步培養其數學感。
3. 編制《國中數學科「概念啟蒙例」相關參考書籍之整理》手冊，並完成各書籍內容簡介和分類整理工作。
4. 探討教學成效，提出「概念啟蒙例」設計之省思與改進建議，進一步改良教材。

◎實作

1. 完成兩學期部分單元主題「概念啟蒙例」之教學重點錄影。
2. 針對影帶及案例設計內容，進行教學觀察與反思討論。。
3. 完成「概念啟蒙例」之修改與回饋。

(二) 具體成果及效益

1. 藉由「概念啟蒙例」之研發，預期能協助數學教師作有效的數學教學，並激發學生強烈之學習動機，締造一個「數學有用、有趣」的學習環境。
2. 能有效提升學生們的數學能力和解決問題能力，陶冶其正向之數學態度，激發學習潛能。
3. 數學的意義在於應用，讓學生領會到學習數學的價值，無疑對於推動數學的學習會起很大的作用。預期這些教材能幫助學生，樹立起正確的數學學習的價值觀。

4. 輔助解決目前教科書舉例，其代表性和發展性兩個屬性不足的問題，活化教學現場。
5. 透過一系列的研究教師專業對話討論活動，能建立數學教師專業社群，活絡校內領域教學研討會之運作功能。
6. 有助豐富教師們的教學內涵，提昇其教學品質，讓教學更多元化、趣味化，並提升參與研究教師的教學活動設計與教學專業能力。
7. 透過教師同儕的分享機制能激發教師反思課堂教學與教師專業需求。
8. 透過案例的研發與提供激發教師於教學實務現場進行教學實驗，建構以培養「數學素養」為目標的教與學。

## 六、檢 討

啟蒙例不是很容易開發，因為要創造或找尋完全符合四個屬性的例子，其挑戰難度很高。主持人原先的參考文獻資料是經過長期（將近 10 年）累積的結果，也因為平時教學時經常在使用，同時覺得這些資料內容很豐富、多元，並且對教學活動設計幫助很大，因而升起了想加以發揚光大的念頭，希望可以讓更多老師和學生受益。主持人原先規劃讓每位參與成員，能比照已有資料，個別再行建立新的資料庫與案例，然後加以彙整，如此內容將更行豐富、紮實。不過，一起研究的伙伴們多數是第一次接觸這些資料，欠缺熟悉度與詮釋經驗，所以要加以轉化並不容易；另外已有的資料已經很多，部分伙伴在教學和處理個人事物之餘，留下的時間原本不多，要他們傾全力付出有實際的困難。而要再建立新的資料庫，也需要花費比較多時間，短時間不易達成，加上我們分佈在各校，每個月約 1~2 次的聚會，能討論的內容實在有限。

因此，我們打算本年度剩餘兩個多月時間，先集中火力將原有資料作一些消化解讀，讓成員對文獻資料比較能掌握和有感覺後，要進一步激盪出一些新的想法自然水到渠成。至於新資料庫與案例的建立，則留待在未來接續的兩年計畫，再陸續完成，這樣伙伴們的壓力也會比較小。