

計畫名稱：「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材建構與推廣

主持人：張政義

執行單位：台北縣中和市興南國小

### 一、計畫目的

數學為科學之母。精鍊的數學語句，是人類理性對話最精確的語言。從科學的發展史來看，數學更是理性與自然界對話時最自然的語言。數學知識，有助於形成學生更有力量的思維能力（教育部 2006）。數學知識及數學能力，已逐漸成為日常生活及職場裡應具備的基本能力。許多研究指出：透過各式電腦多媒體軟、硬體的媒介，適當利用資訊科技的優勢來輔助教學，在「數學」領域之學習成效及提昇學習動機上，可以獲得比傳統教學方式更佳的效果。

教學研究群認為資訊融入教學與電腦與電算器之使用應有限度，蓋：1. 在學生學會基本四則運算與估算後，學生面對問題時，應逐漸養成從問題研判適當計算精確度的能力。當此能力成熟，就可慢慢引入計算的輔助工具，協助解題。至於牽涉到科學記數與誤差的計算器使用，則以國中階段實施為宜。2. 學生應明白，電算器或電腦固然可以用來減低計算上的負擔，但是仍然有各種錯誤的可能，因此仍然要有好的計算、估算甚至檢查策略，來驗證計算結果的合理性。3. 學生在解決問題時，可以將其中大量重複、耗時又無意義的計算技術性處理，交給電腦來執行。

基於此種想法，教學研究群以網際網路為基礎結合數學「平面紙本教材」建構「e 學教材」，形成一種包括「教學」、「評量」、「教科書」與「電腦與電算器」四部分的「創新學習」型態，有效將「傳統紙本方式」與「資訊數位學習」融合的創新教學模式，並藉此發展創新的「創意 e 學教材」，提昇學生學習數學的樂趣，借「益智推理數學」的推展，培養學生喜歡數學並樂於學習的態度。

本計畫基於建構數學「e 學教材」，發展學生「創新學習」數學型態的理念，呈現具體目的如下：

- (一) 解決數位落差的問題，創塑創新學習數學科學模式。
- (二) 發展「創意 e 學教材」，提供創新數學教材，做為發展科學創意之基礎。

### 二、執行單位對計畫支持(援)情形與參與計畫人員

本研究在於探討『「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材建構與推廣』活動課程中有關創造力的內涵。因此，本研究以實證的行動研究方式（empirical action research），有系統的規劃與執行「教材編撰」及「創意活動」二大項目來建立研究架構及流程（如圖 5）。本研究群結合學校 1-6 年級（共 75 位）、數學學習領域專長老師（共 8 位）、加上本校行政人員（校長、四處主任、組長）所組成，除了將定期開會，分析文獻與相關檔案資料，構築本學習活動之架構與理論基礎，完成『「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材建構與推廣』課程規劃與「教材編撰」。

### 三、研究方法

在開發的『「數學王」VS 創意腦-數學 e 學』之數學教材中，研究者發現常有視覺雜訊阻礙數學內涵之呈現，無法視覺化呈現物件的關聯性，進而影響學生的學習。於是本研究將繼續針對資訊融入教學、知覺理論、視覺設計原理、雙碼理論、認知負荷理論…等文獻進行探討，並對數學課程內容、課堂情境及資訊工具進行分析，以有助於歸納出『「數學王」VS

『創意腦-數學 e 學』之數學教材之基本安排、教學靜態觀察、教學動態觀察、師生互動四大面向及視覺元素之設計原則，並製作教材案例（如附錄，中、高年級教材）：

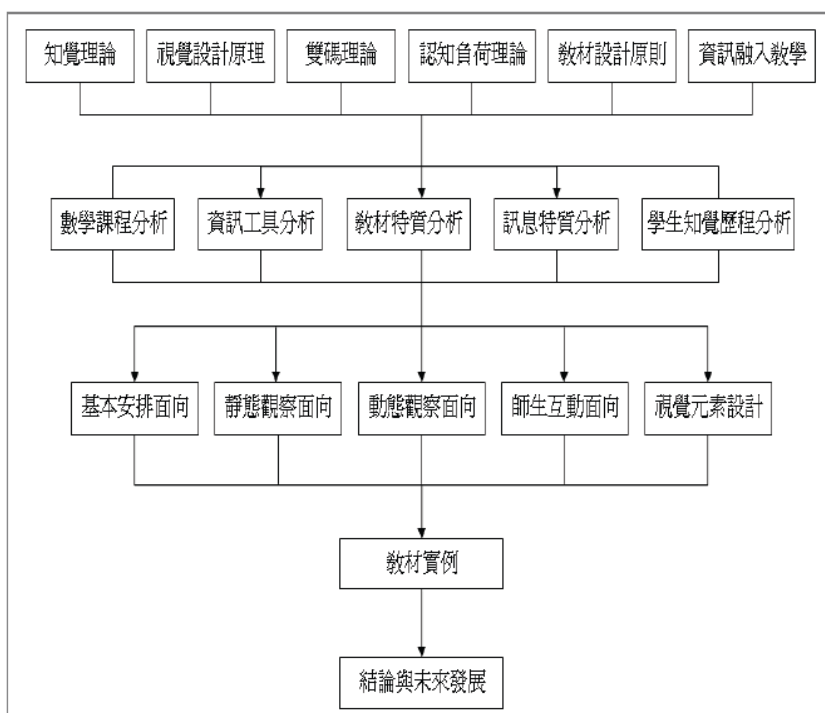


圖 1 「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材建構與推廣研究架構

#### 四、目前完成程度

本研究預計分成兩個階段完成。第一階段的目標為持續研發與推廣國小以「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材為主的數學教材，預計從九十六年一月份起開始執行，至九十六年八月三十一日截止，以半年的時間完成。第二階段的目標為擴大辦理國小「太陽能科技」創意能源營活動，預計從九十六年九月份開始執行，九十六年十二月三十一日完成本階段任務。各階段的詳細進度與重要活動內容，如實施進度及分工表（表 3）所示。

表 3 本計畫實施進度及分工表

日期	預計完成進度	主要負責人	備註
95 年 12 月	完成『「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材』計畫書	計畫主持人	完成
95 年 12 月	進行『「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材』發展準備工作。	計畫主持人、協同主持人	完成
96 年 1-2 月	繼續蒐集『「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材』之資料與文獻，進行了解增加教材編寫要點。	計畫主持人、協同主持人、五學年全體級任	完成
96 年 3-4 月	分析與決定『「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材』教材內容及編寫	計畫主持人、協同主持人、五學年	完成
96 年 3-7 月	教材實施與編修。	計畫主持人、協同主持人	完成
96 年 7-8 月	教材編修。	計畫主持人、協同主持人、五學年全體級任及實習教師	完成
96 年 9-10 月	1. 創意教材發展的檢討。	計畫主持人、協同主持人、	完成

	2. 籌備『「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材』研討會。	五學年全體級任自然科任教師及實習教師	
96 年 10-12 月	完工與結案報告的撰寫	計畫主持人、協同主持人、五學年全體級任及實習教師	籌備
96 年 12 月	舉辦『「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材』研討會與完成計畫結案報告。	計畫主持人、協同主持人	籌備

## 五、預期成果

本計畫預期之成效及其影響如下：

(一) 素質指標：要把每一位學生都帶上來，是「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材既有的理念。在「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材學習裡，強調每個學生都有權利要求受到良好的數學訓練，並充分認識重要的數學概念及提昇厚實數學能力。「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材提供學生做有意義及有效率學習的機會，使學生能學好重要的核心數學題材，因為這些重要的數學概念和精熟的演算能力，是九年一貫所強調「帶著走」的能力。

(二) 能力發展：「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材協助學生發展流利的基礎運算和推演、對數學概念的理解能力，然後懂得利用推論去解決數學問題，包括理解和解決日常問題，以及在不熟悉解答方式時，懂得自尋解決問題的途徑。：「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材啟發學生自行在不同數學概念之間做連結，並連結數學與其他學習領域，同時能將數學運用在日常生活中，學習欣賞數學、從而發展探究數學以及與數學相關學科的興趣。

(三) 能力主軸：「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材培養學生數學知識、演算能力、抽象能力及推論能力涵養整個數學教育的主軸。讓學生數學能力的深化，奠基在揉合舊有的直觀和新的觀念或題材，進而擴展成一種新的直觀。使學生能從根本上，擺脫數學形式規則的束縛，豐富學童在抽象層次上的想像力與觀察能力，這二者是兒童數學智能發展中的重要指標。

(四) 演算能力：「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材不只是機械式計算操作而已。所謂能熟練數學的運算或計算，能協助學生在理解數學概念或演算規則的情況下，進行的純熟操作。這種透過理解並能將觀念與計算結合的能力，形成創意基礎的演算能力，讓學生對數字的內在邏輯有較流暢的感覺，增強學童的自信心。

(五) 數學溝通能力：「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材包括理解與表達兩種溝通能力，所以，「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材一方面能協助學生了解別人以書寫、圖形，或口語中所傳遞的數學資訊，另一方面，也能以創意的書寫、圖形，或口語的形式，運用精確的數學語言表達自己的意思。

(六) 教材教法：「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材有效融合課程的「教學」、「評量」、「教科書」與「電腦與電算器」四部分的「創新學習」型態，有效將「傳統紙本方式」與「資訊數位學習」融合的創新教學模式。

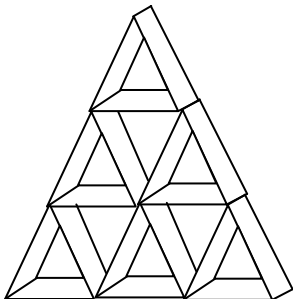
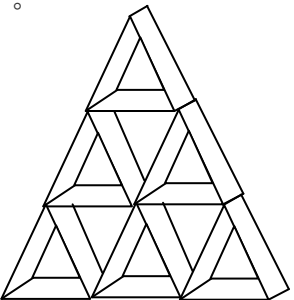
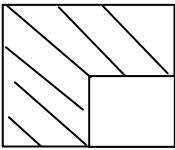
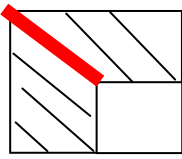
## 六、檢 討

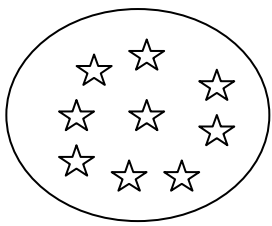
本計劃預計發展「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材，並以「台北縣、市」策略聯盟方式，評估「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材的學習成效。預期在研究完成之後，可以達成以下兩大目標：

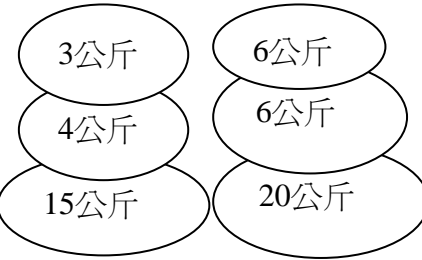
- (一) 解決數位落差的問題，創塑創新學習數學科學模式。
- (二) 發展「創意 e 學教材」，提供創新數學教材，做為發展科學創意之基礎。

為達到以上目標教學研究群以區域網路為基礎結合數學「平面紙本教材」建構「e 學教材」，形成一種包括「教學」、「評量」、「教科書」與「電腦與電算器」四部分的「創新學習」型態。研究群就以這種理念發展出六大類「e 學教材」及其變化題型（共 12 種基本題型），有：第一大類-數一數、第一大類的變化題、第二大類-切一切、第二大類的變化題、第三大類的變化題、第四大類-找一找、第三大類-搬一搬、第四大類的變化題、第五大類-配一配、第六大類-時用題、第六大類的變化題，這些基本題形若加組合變化可以有 144 種以上變化（ $12 \times 12$ ），12 種基本題型如下（表 4）：

表 4 「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材類型表

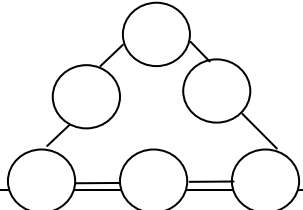
項目	例子圖形	類型	解決方法	學生先備知識
第一大類~數一數	<p>請問若是要排五層時，則需要幾張的撲克牌？</p> 	幾何圖形	<p>第一層：一個三角形，所以需要 3 張。            第二層：兩個三角形：所以需要 <math>2 \times 3 = 6</math> 張。            第三層：三個三角形，所以需要 <math>3 \times 3 = 9</math> 張。            第四層：四個三角形，所以需要 <math>4 \times 3 = 12</math> 張。            第五層：五個三角形，所需要 <math>5 \times 3 = 15</math> 張。</p>	需要知道三角形、三角形的邊，以及數數的能力。
第一大類的變化題	<p>變化的方向分成兩類：            第一類：三角形轉變到四邊型或是五邊形等，            第二類：可以把題目改成共有幾個三角形。            例如：右圖中共有幾個三角形呢？</p> 			
第二大類~切一切	<p>把斜線面積切成兩塊大小形狀相同</p> 	幾何圖形	<p>切割線是紅色線</p> 	需要知道梯形是什麼，以及等分的概念



第二大類的變化題	<p>改變的方向有兩類：</p> <p>第一類：把圖形改變成其他形狀或是把分割的數量增加或是減少</p> <p>第二類：評分數量，讓每一區的數量都一樣</p> <p>例如：把下面九個星星用四條線評分成每一區的星星各數都相同。</p> 
----------	--

第三大類—搬一搬	<p>兩推石頭中互相交換一塊，會使得兩推總重量一樣</p> 	數學邏輯	甲組移動 15 公斤的石頭到乙組，乙組移動 20 公斤的石頭到甲組，這樣甲跟乙組總重量都是 27 公斤。	要有基本的運算能力，以及了解等重的意義
----------	---	------	--	---------------------

第三大類的變化題	<p>改變的方向有兩類：第一類：改變數字</p> <p>第二類：改變</p>			
----------	--	--	--	--

第四大類~找一找	<p>每一條線的數字總合都相同，請找出適當的數字</p> <table border="1" data-bbox="375 1310 710 1635"> <tr><td>19</td><td></td><td>5</td><td>12</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>10</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td>18</td><td></td><td>6</td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>17</td><td>9</td></tr> </table>	19		5	12			10		8	18		6	3		17	9	數學邏輯	<p>從右上到左下的斜線中，我們可以知道數字總和一定要 43，所以數字分別是：</p> <table border="1" data-bbox="885 1310 1220 1635"> <tr><td>19</td><td>7</td><td>5</td><td>12</td></tr> <tr><td>13</td><td>4</td><td>10</td><td>16</td></tr> <tr><td>8</td><td>18</td><td>11</td><td>6</td></tr> <tr><td>3</td><td>14</td><td>17</td><td>9</td></tr> </table>	19	7	5	12	13	4	10	16	8	18	11	6	3	14	17	9	要有基本的運算能力，以及了解和相同的意義
19		5	12																																	
		10																																		
8	18		6																																	
3		17	9																																	
19	7	5	12																																	
13	4	10	16																																	
8	18	11	6																																	
3	14	17	9																																	

第四大類的變化題	<p>改變的方向有兩類：</p> <p>第一類：改變數字或是格子數，例如 3X3 的九宮格</p> <p>第二類：改變圖形</p> <p>例如：請把下列圓圈中的數字填入，請每一條線的數字總何都要相同</p> 		
----------	--	--	--

第五大類~配一配	<p>現在 ABC 三個人要一起去看電影，現在座位有 10 個，請問 ABC 三人坐在一起的方法有幾種呢？(順序一定要 ABC)</p> 	數學邏輯	<p>因為順序一定要是 ABC，所以我們先請 A 挑位置，A 位置有 10 個，再來請 B 去挑位置坐，乙只剩下 9 個，最後 C 只剩下 8 個位置可以挑，所以方法數有 <math>10 \times 9 \times 8 = 720</math>。</p>	<p>要有基本的運算能力，以及個別解題的能力</p>
第五大類的變化題	<p>改變的方向可以有兩種方向：          第一種：是改變人數或是順序，          第二種：是把題目改變成圖顏色的方法數有幾種。          例如：若是給你紅、黃、綠三種不同顏色的色筆，請問下圖方塊共有幾種圖色方法(每一個都要圖到顏色)？</p> 			
第六大類~實用題	<p>現在有一座天平，若是我給你 10 克 6 克 5 克的砝碼各一個，請說出天秤可以測出了質量有多少？</p>	數學邏輯	<p>依據挑選砝碼各數可以分成三大種，第一大種是挑一個砝碼，所以可以測出的直量有 10 克、6 克、5 克共三種，第二大種是挑出任兩個砝碼，所以可以測出的質量有 16 克、11 克、15 克、4 克、1 克，所以共有 5 種，第三大種是挑出三種砝碼，所以可以測出的質量有 21 克、9 克，所以共有 2 種。</p>	<p>要了解天平的用處是什麼，並了解和差的意義</p>
第六大類的變化題	<p>改變方向有很多種，例如刻意請小朋友寫出校園中有葉子是三的倍數的植物名稱，或是找出校園中有菱形、圓形的地方</p>			

教學研究群將這些教學媒材以「區域網路」(intranet)形式，融合「教學」、「評量」、「教科書」與「電腦與電算器」四部分，依據學生學習的需求與技術可行性，進行分析、設計、發展(含建立、檢視與修正教材雛形)、測試與改善、及實施與評鑑等歷程，運用「雛形法」(Prototyping)與「教學系統設計」(Instructional System Design, ISD)，結合互動性與區域網路多媒體的概念作為 e 學教材的主要教學模式，架構「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材，經由對教材不斷的檢視與修正，已發展出一個符合使用者需求的互動式多媒體區域網路視訊教材，實踐創造力融入教學之行動研究，協助學生創造力融入學習架構如下(圖 2)：

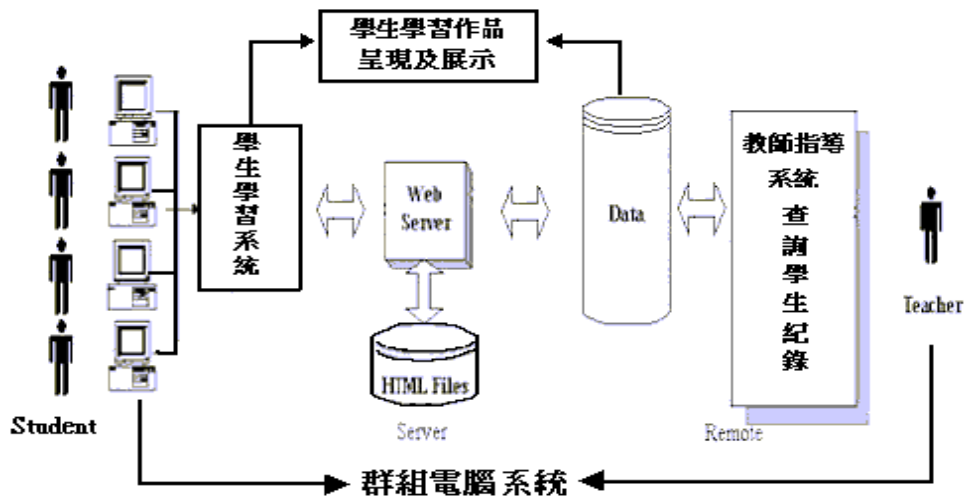


圖 2 「數學王」VS 創意腦-數學 e 學教材融入教學系統設計圖

本研究之創新數學學習型態是從認知心理學出發，探討數學知覺及認知科學在數學教學媒體上的應用；再由視覺設計領域切入，尋求數學教材畫面呈現的相關啟示；最後在教學媒體的理論中了解數學放映性視覺媒體的功能與特性，擴大學生學習的深度與層面。本研究在探討了相關的基礎理論之後，將這些理論應用到教師導向數學教學媒體上，針對媒體呈現時畫面的構圖、色彩、造形元素、文字、視覺引導策略、動態呈現、錯視現象的修正，提出了可遵循的原理原則。本研究發現數位化教學媒體的不斷推陳出新，教師得以運用不同的方式呈現教學內容。然而，不當的設計不僅對學習無助益，往往干擾學習。如何正確利用視覺元素作視覺引導，將訊息正確地傳達，是推動資訊科技融入數學教學的一個非常重要的課題。