

台北市立興雅國中科教專案計畫

數學步道之主題式探究學習對國中資優學生 學習的影響之研究

主 持 人： 台北市立興雅國中 林壽福老師

共同主持人： 台北市立興雅國中 吳如皓老師

台北市立龍門國中 鄭勝鴻老師

參與人員： 台北市立興雅國中 劉奕漢老師

張雨子老師 林俊傑老師

指導教授： 洪萬生 博士

洪有情 博士

中華民國九十五年十二月

目錄

第壹章 緒論	1
第一節 問題背景及重要性	1
第二節 研究目的	2
第三節 研究問題	3
第四節 名詞釋義	3
第貳章 文獻探討	5
第一節 數學步道	5
第二節 數學能力	5
第三節 數學態度	9
第參章 研究方法	10
第一節 研究架構	10
第二節 研究步驟	11
第三節 研究工具	11
第四節 研究者	26
第五節 研究對象	27
第六節 研究限制	28
第肆章 資料分析與結果討論	29
第一節 學生數學能力分析	29
第二節 學生數學態度分析	31
第三節 學生數學日記分析	36
第四節 綜合討論	41
第伍章 結論與建議	43
第一節 結論	43
第二節 建議	43
參考文獻	45
附錄	
附錄一、數學能力測驗試卷	47
附錄二、數學態度量表①	50
附錄三、數學態度量表②	52
附錄四、數學態度量表③	54
附錄五、對「數學步道實驗班教學」看法問卷	56
附錄六、數學日記書寫內容規範	57
附錄七、學生數學日記作品	59

第壹章 緒論

第一節 問題背景及重要性

目前學校實施常態編班，對於某些資優學生提供之訓練機會不足，若沒有適當的輔導管道，很容易淹沒在制式化的學習模式中。爲了應付考試和課程時數不足問題，教學現場多數老師仍以傳統的講述方式教學，經常在趕進度、重複練習中度過；老師習慣於知識的提供，卻忽略了發展學生的思考和解決問題的能力。長此以往，不只是對學生能力的折傷，也同時在消耗他們的學習動機和能量，連帶對數學學習價值觀的建立是相當不利的。

資優學生由於學習能力優異、學習快速，加以學習方式及學習風格有其偏好，需要適合其能力、速度、方式、風格的安置方式及教材教法，以滿足其學習需求。上述學習需求如未能獲得滿足，資優生會因爲課程過於簡單、缺乏挑戰性而覺得枯燥、無聊、課堂學習動機低落，有時甚且因爲不專心上課，而與教學者間產生不良的互動。因之，要教導資優生，教學者必須提供適合的學習經驗及內容。(郭靜姿，2005)

資優課程設計強調的是「質的提昇」而非「量的增多」，同時應兼顧其個別差異因素的存在。目前國內資優教育方式大致包括：(郭靜姿，2005)

1. 增加一般探索的機會，以能擴展學習經驗，發現學習興趣。
2. 採用多樣化的教學方式，以提高學習動機與學習效果。
3. 實施啓發式的教學方法，以培養創造思考的能力。
4. 鼓勵自動學習，以建立自己的學習目標。
5. 適應兒童個別差異，採用分組或個別化教學。
6. 重視研究態度的培養，提供方法的訓練。
7. 注重閱讀習慣的養成，訓練發表及報告能力。
8. 鼓勵發問，培養探究的精神及能力。
9. 鼓勵合作學習，提供良好的人際互動。
10. 提供加深加廣的教材，以充實專門知識。

上述這些教育方式，也呼應了九年一貫課程總體目標。事實上，這一總目標也強調能力的開拓，除了重視數學領域內部的連結，更重視與其他領域的連結。一旦具備這些能力，學生的數學素養可以提升，從而在日常生活中能廣泛應用數學，以提高生活品質，還能利用數學的思維方法，促進生涯發展。總之，此一課程主要原則，就是以能力取代知識，著眼於生活經驗的強調，以及國民基本素質的提升。

基於此一精神，本研究擬以數學步道爲教學題材，提供資優學生周遭生活經驗的素材，應用多樣化的學習內容及學習方式，以充實、擴展其學習經驗，而促進其才能發展。

本校呼應教改「生活化」、趣味化」趨勢的熱潮，也於2003年6月出版數

學步道手冊，其內容豐富多樣，既深且廣。不過，其佈題均由淺入深、循序漸進引導，可以訓練學生觀察、分析、歸納和推理的能力，並啟發他（她）們探索得到一般化的規律，進而培養高階的解決問題能力，因此，相當適合於能力殊異的學生。研究者近兩年陸續將此數學步道手冊內容，按主題設計成教學活動教材，再挑選本校學生作教學實驗，然後，將成果整理成一篇篇教案，參加地方性和全國性教學設計競賽，榮獲不少的獎項。底下是近兩年的得獎記錄：

1. 臺北市第四屆教育專業創新與行動研究教材教具實物展示類特優獎（92年9月）作品：《胚騰（pattern）就在您身邊——不一樣的數學步道》
2. 臺北市九十二學年度中等學校教育叢書暨校刊競賽國中組教育叢書類優等（主編）獎（93年5月）作品：《胚騰（pattern）就在您身邊——不一樣的數學步道》
3. 臺北市第五屆教育專業創新與行動研究教材教具實物展示類特優獎（93年9月）作品：《一次函數》
4. 臺北市立師院課程與教學研究所『學校課程計畫暨教師創新教學論壇』教師教案優等獎（第一名）（93年11月）作品：《數形迪士尼樂園》（涵蓋北部五縣市國中、小所有領域之比賽）
5. 臺師大特殊教育中心舉辦『全國中學科學教學設計競賽』金牌獎（獎金20萬元）（94年6月）作品：《一筆畫之生存遊戲》（國科會經費提供）
6. 國立臺灣科學教育館『中華民國94年中小學教師自然科學與數學教學設計競賽』優等獎（獎金5萬元）作品：《磚瓦（鑲嵌）飾的奧妙》（94年9月）

其中除了第3項作品外，其餘均為數學步道主題式探究學習之題材。研究者認為這些設計能提升學生數學能力，強化其學習動機，提高學習興致，進而改變他們對數學的價值觀。但因國內還缺乏本土研究的相關佐證文獻，所以，研究者打算開風氣之先，試圖為此等題材設計建立理論基礎，以作為繼續探究的參考依據。

第二節 研究目的

本研究持續研發、編制數學步道主題式教案設計，探討數學步道之主題式探究學習，對於學生能力及態度上的影響，以及學生對於各種數學步道題材的看法與態度。具體而言，本研究有下列目的：

- (一) 探討數學步道之主題式探究學習，對於學生態度上的影響。
- (二) 探討數學步道之主題式探究學習，對於學生數學探究動機及數學焦慮上的影響。
- (三) 探討學生對於各種數學步道題材的看法與態度。
- (四) 針對上述研究之分析，提出數學步道設計省思與改進之道，使這項教材設計更符合實際需求，更能提升學生能力，引發高度學習動機，也讓學生更熱愛數學解題活動。(本研究為持續性研究，這是第一年計畫)

第三節 研究問題

針對研究目的，本研究主要探討的研究問題如下：

1. 數學步道之主題式探究學習，對於學生何種數學能力有影響？
2. 數學步道之主題式探究學習，對於學生數學探究動機及數學焦慮有何影響？
3. 學生對於各種數學步道題材的評價如何？是否有性別差異？是否有不同起始成就組（高、中、低）間的差異？
4. 學生對於各種數學步道題材有何看法？
5. 對於各種數學步道題材評價不同（高評價、中評價、低評價）的學生，其數學能力、數學探究動機及數學焦慮的改變，是否有差異？
6. 不同的探究動機組（高、中、低）學生，對於各種數學步道題材評價，是否有差異？
7. 如何設計符合學生需求之數學步道主題式探究題材？（未來持續研究之主題）

第四節 名詞釋義

1. 資優學生

本研究之研究對象—資優學生，是指常態編班中學業成績表現在班上前 1/6 的學生，並且經導師或數學老師推薦，有意願參與實驗教學者。事實上，這些學生並非透過特殊教育管道所鑑定的資優學生，精確而言是為成績表現較優異之學生。

2. 數學步道

數學步道是利用校園或公園等之事物與環境—有形的或無形的一來作教學佈題，也可以是教學的應用和延伸；目的在能引發學生探究的活動，讓學生體驗數學的有用、有趣，因此，它重在解題策略，引發概念，而非標準答案的獲得。（鍾靜，2005）

3. 數學能力

本研究採用數學教育學者黃志賢之分析，他認為功能上顯示有兩種數學能力：一為提問問題與解決問題的能力群，另一為語言與工具的能力群。他進一步以丹麥數學家 Niss (2003)研究結果，將數學能力結構分成兩群—解題與工具的觀點，包括：數學思維、擬題與解題、數學建模、數學推理、數學表徵、符號化與形式化、數學溝通、工具的使用。(黃志賢，2003) 在本研究中，學生在數學能力測驗中的得分越高，代表其數學能力越高，反之則越低。

4. 數學態度

數學態度可由對數學的見解、信念，對數學的好惡感情，及對數學所持有的行動傾向三個分項來定義。

5. 數學探究動機

指學生主動探究數學的程度。本研究是指學生在數學態度量表中，數學探究動機分項的得分，得分越高代表其數學探究動機越高，反之，在數學探究動機的程度越低。

6. 數學焦慮

指學生學習數學所產生緊張不安的感覺。本研究是指學生在數學態度量表中，數學焦慮分項的得分，得分越高代表其數學焦慮越低，反之，則數學焦慮越高。

7. 對數學步道題材的評價

本研究是對於數學步道題材的看法問卷，將每個學生在每個評量看法選項中，勾選正面意見的個數除以正面選項總個數，及勾選負面意見的個數除以負面選項總個數。前者減後者若為正數，則稱為這個學生對於該數學步道題材評價為正面，反之則為負面；最大值為+1，最小值為-1。全體對於該數學步道題材的評價，為全班學生的評價平均值。個人對於該數學步道題材的總評價，為個人對個別數學步道題材評價的總和。

第貳章 文獻探討

基於本研究想探究數學步道之主題式探究學習對於學生的數學能力、數學態度的影響，所以將文獻探討分為三節，分別論述數學步道、數學能力、數學態度。因此，在第一節論述數學步道的緣起，藉此了解研究數學步道的重要性；第二節論述數學能力，藉此作為研究學生數學能力的成長的工具；第三節論述數學態度，除了探究數學態度的種類外，也期望研究者更可以掌握學生在實驗教學的過程中，情意方面的變化。

第一節 數學步道

數學步道源自於澳洲墨爾本市，自開發後，即獲全世界數學教育界的讚許與模仿。國內數學步道最早於 1993 年年由台大數學系黃敏晃和朱建正兩位教授引進。兩位教授係於西元 1992 年夏天，參加加拿大魁北克市舉辦的國際數學教育大會，大會邀請在澳洲墨爾本市公園指導設計數學步道的布雷因博士，為魁北克省省會的殖民時期古建築群佈題，再由與會人士解題，自此引起廣泛迴響（朱建正，？）。

這幾年來，由於教育部深耕種子教師團隊的推廣（鍾靜教授帶領），全國各地熱絡響應，已有不少的國中、小學、甚至高中，在他們校園中提供數學步道之佈題。這是很可喜的現象，因為它提供一個多樣化的學習素材，讓學生可以感受到數學的用途，數學與生活周遭環境的密切關連，對於引動其學習動機應有正面功能。根據黃敏晃的看法，老師帶學生到課堂外面走數學步道，平日教學的習慣性制約就會鬆弛，加上沒有了黑板或白板可用，師生的互動就會增加，這是數學步道的第一項好處。此外，數學步道讓學生體會身處的環境充滿著與數學有關的題材，這樣的感悟，不但有助於提升學生的學習數學動機，也可以看到數學在相異的情境（不同的表徵）中呈現的數學實質。還有，數學步道多從具體實例出發，有助於學生從具體操作期到形式操作期間的認知轉換，而彰顯學習成效。再有，正如皮亞傑所說的，沒有『認知衝突』（Cognitive conflict），學習就不會發生，數學步道題材常製造許多認知衝突的情境，而提供老師進行討論教學的機會，這對學生數學概念的形成很有助益。最後，數學步道的佈題可以充滿人文關懷，讓數學的學習最後能回歸人間世而變得更有意義。

第二節 數學能力

國外許多數學教育研究者與數學家針對其國內的數學教育目標，提出不同的數學能力結構。其中 Krutetskii (1976) 從數學思考的基本特質，提出九項數學能力的因子包括：形成問題、一般化的能力、以數字與文字符號運算的能力、邏輯推理、簡捷思考的能力、逆向思考、彈性思考的能力、數學記憶、空間概念的能力。NAEP(1999)在 1996 年所進行的數學科評量中，將數學能力分為：概念的瞭

解、程序性的知識、解題、推理、連結及溝通。NCTM(1989)在"Principles and Standards for School Mathematics"的"Curriculum & Evaluation"中指出數學的學習應強調：解題、溝通、推理與證明、連結。近年來美國國家研究院(National Research Council,2001)的研究報告指出，學生的數學能力就如同五股相互交織的繩索，五種能力必須同時地、統整地發展，方能成就其功能。這五股數學能力包括：概念的理解、流暢的運算能力、選擇策略的能力、適當的推理能力、具生產力的數學性向。(黃志賢，2003)

而丹麥數學家 Niss (2003) 主持的一項研究計畫「能力與數學學習」目的是為丹麥數學教育的改革創造一個平台，其研究結果將數學能力結構分成兩群——解題與工具的觀點，包括八種能力：

一、數學思維

1. 能提問有數學意義的問題，並能辨識何種答案為數學答案
2. 對於給定的概念，能清楚掌握其適用範疇
3. 透過抽象化與類化擴展數學概念的範圍
4. 辨識各類數學敘述（條件、定義、定理、假設、臆測、數量值的敘述、案例）

二、擬題與解題

1. 確認、提出及詳細說明不同類型的數學問題(純數的或應數的；開放的或封閉的)
2. 能解自己或別人提問的不同類型數學問題
3. 如果合適，能以不同方法解題

三、數學建模

1. 分析既有數學模式的性質與屬性，並評估該模式適用的範疇及其效度
2. 轉化或解讀既有數學模式在現實問題中的意義
3. 在給定情境中建立數學模型
 - (1) 結構場域
 - (2) 數學化
 - (3) 在模型裡工作，包括解決模型所產生的問題
 - (4) 模型內外的有效性
 - (5) 分析和批判模型
 - (6) 對模型及其結果進行溝通
 - (7) 監控整個建模過程

四、數學推理

1. 能理解別人論證的條理，並能評估該論證是否有效
2. 知道什麼是數學證明，並能區分數學證明與直觀的不同

3. 能從論證的條理中找到基本的想法
4. 能將直觀論證轉化成有效的證明

五、數學表徵

1. 能解讀、詮釋及辨識數學物件、現象、情境的各類表徵
2. 瞭解相同數學物件不同表徵間的關係，並掌握不同表徵的優勢與限制
3. 可以在表徵之間進行選擇與轉化

六、符號化與形式化

1. 解讀與詮釋符號的形式數學語言，並瞭解他們與日常語言的關係
2. 瞭解數學語言的語意及語法
3. 日常語言與數學正式/符號語言間的轉換
4. 處理和操弄包含符號與公式的敘述與表示式

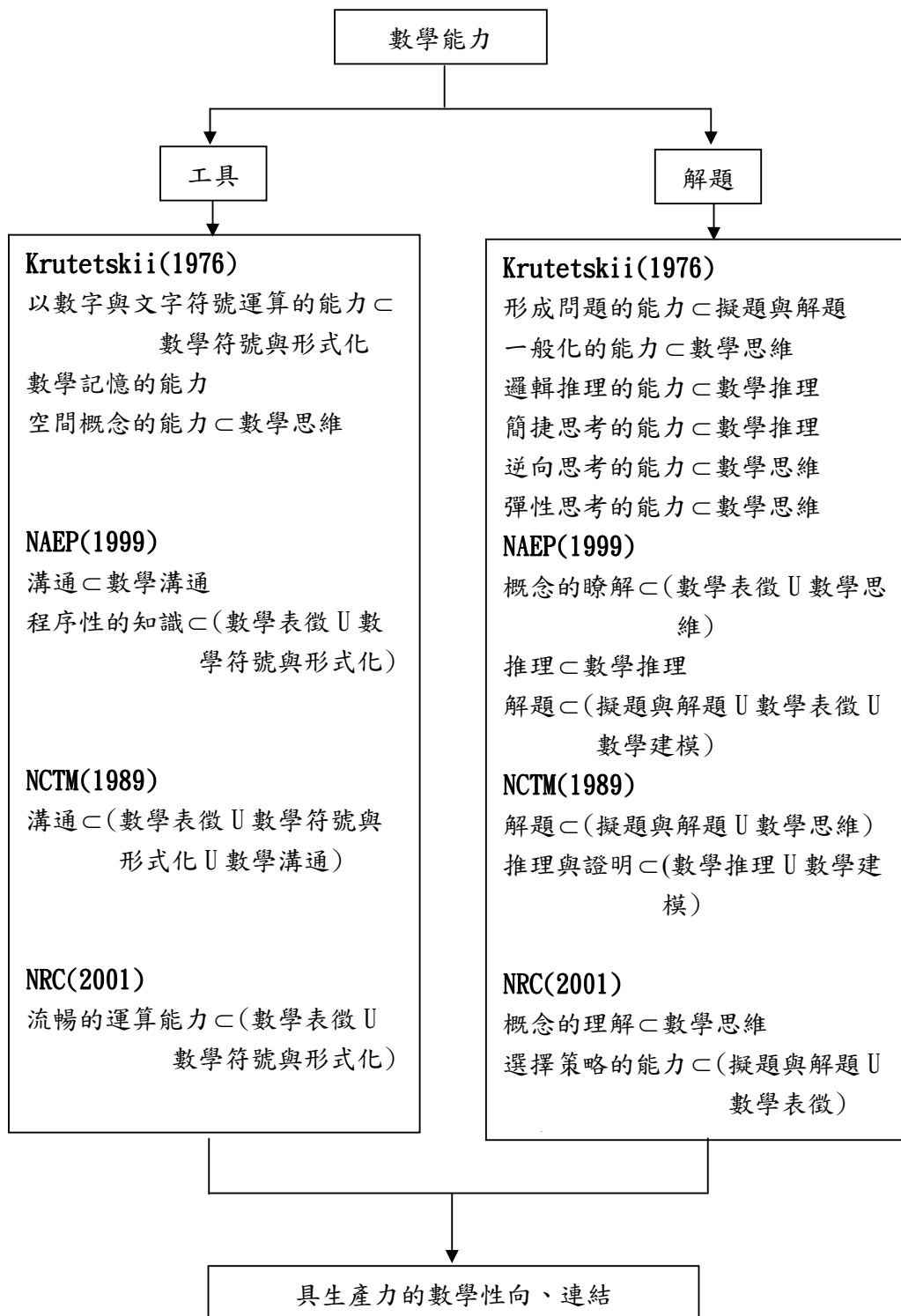
七、數學溝通

1. 瞭解別人以書寫、視覺及口語所傳達的數學資訊
2. 能使用精確的數學語言表達自己的意思(口語的、視覺的或書寫的)

八、工具的使用

1. 知道已存的數學活動工具或輔具的性質，並清楚其功能與限制
2. 能反思地使用這些工具或輔具

本研究係採用數學教育學者們基於『九年一貫暫行綱要』的研究成果。根據黃志賢的研究（黃志賢，2003），數學是探究規律的一門學問，透過數學的模式可以描述許多自然與社會的現象，所以，數學成爲一種語言；同時，運用數學也可以解決各種生活上與科學上的問題，此時數學也是一種解決問題的工具。所以，他認爲在功能上，吾人有兩種數學能力，一爲提問問題與解決問題的能力群，另一爲語言與工具的能力群。因此，就功能而言，九年一貫課程數學能力的培養與 Niss 的觀點相符。他進一步以 Niss 的八個數學能力成分爲架構，分析其與上述四種數學能力結構之間的包含關係，如下圖所示：（圖中符號的意義， \subset 表「包含於」 \cup 表「聯集」）



圖一 四種數學能力結構之間的包含關係 (黃志賢)

第三節 數學態度

所謂數學態度，是指一種對事物宣稱的主張或抱持著特定的立場、行爲、有指示性的感受或意見，例如喜歡、贊同、欣賞、反對、或厭惡（McLeod, 1992）。Aspin (2000, p.136) 認為態度的本質是『一種強烈的感受，深深的感覺或確信、以及有關生理和心理的傾向』。顯然，態度具有正面或負面的情意性質，因而，態度具有不理智的成分，例如我喜歡解三角函數、我不喜歡高等微積分、或是我願意多學一些代數相關科目，皆為對數學內容的態度。Fishbein 定義態度為『以贊同或不贊同的傾向，回應某種事物或某類事務』（引自 Richardson, 1996, p.103）。McLeod (1988) 還表示數學態度會以兩種形式發展，第一種是對數學產生重複性的情緒反應以致發展成態度，例如，一個學生在學幾何證明的過程中，一再地累積負面的經驗，往後再面對幾何證明的問題時，他的情緒反應將會自動重複且穩定，而發展出一種對幾何證明的負面態度。第二種是從舊有的態度轉移到相關的事務，例如，同樣的學生在學習數學的其他單元時，如方程式求解，很有可能將對幾何證明的負面態度轉移到方程式求解的學習上。

從柏拉圖時代開始，態度就包含認知、情意和行爲的分析（Andrews & Hatch, 2000）而姚如芬（1993）根據 Rosenberg & Hovland (1960) 對於數學的態度組成分為：

- （1）認知性的成分：指數學的見解、信念、知識。
- （2）情感成分：指對數學的好惡感情。
- （3）行爲性的成分：指對數學所持有的行動傾向。

Fennema & Sherman (1977) 將數學態度分成九個分量：學習數學的自信心、父親對學生學習數學的態度、母親對學生學習數學的態度、老師對學生學習數學的態度、數學動機、數學是男生的科目、數學的有用性、數學的焦慮、數學成功的態度。而曹宗萍與周文忠所設計的國小數學態度量表則是參考了 Fennema & Sherman (1977) 的數學態度分量，其中將數學態度分成六個分量，分別為學習數學的信心、數學的有用性、數學探究動機、對數學成功的態度、重要他人的數學態度、數學焦慮。

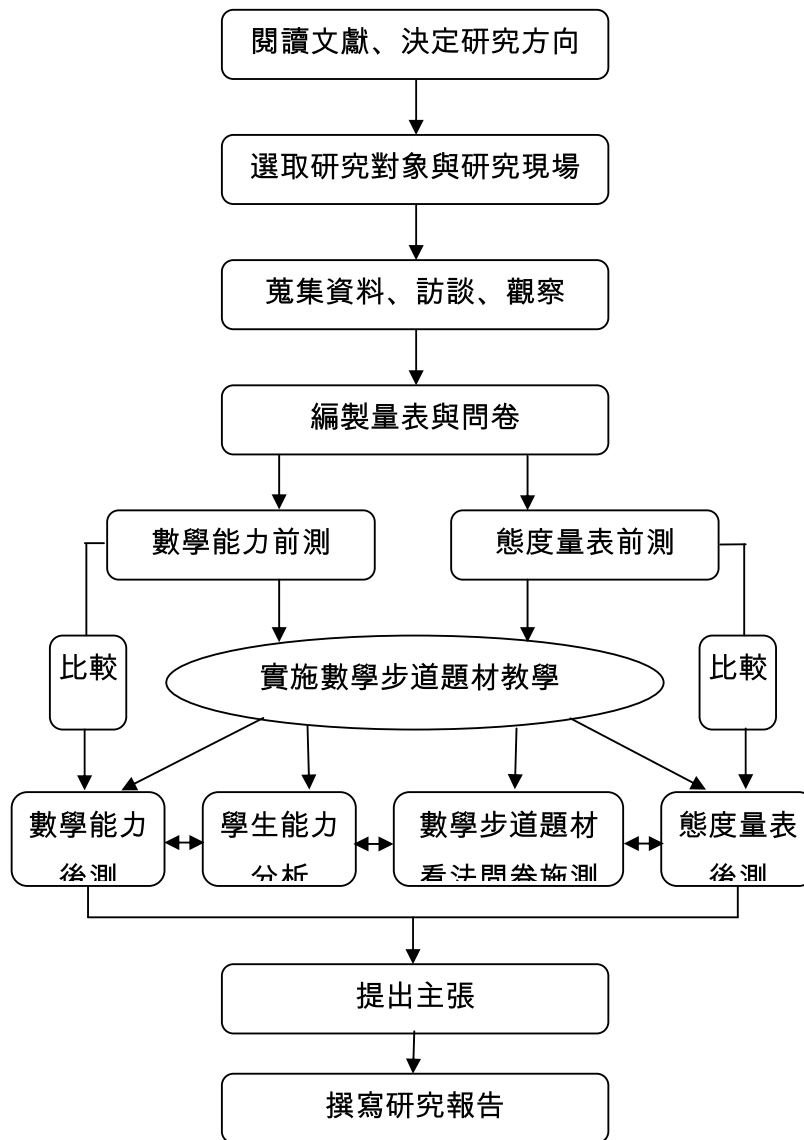
由以上的討論可知，數學態度可由對數學的見解、信念、知識，對數學的好惡感情，及對數學所持有的行動傾向三個分項來定義。本研究為了探索在數學教學過程中學生的參與認識之具體化，以及學生學習數學的特點，態度量表特別參考孔企平所編的『認知參與、情感參與和行爲參與問卷』（孔企平，2003）。

因為數學本身的工具及語言的特性，加上許多中小學的班級人數過多，教師在教學過程中往往無法有效處理情意問題。但數學步道令學生認識生活中處處有數學的應用，並能將自己已經學會的數學以一種自發的方式運用來解題，從而建立對數學有比較正確的情感與價值觀，願意認真對待學校的數學課程。（朱建正，2006）這正好可以彌補上述的缺憾，同時強化學生的學習動機，提高其學習興致，進而改變他們學習數學之態度。

第參章 研究方法

第一節 研究架構

本研究是以協同行動研究(collaborative action research)的方式進行。所謂的協同行動研究，是強調所有實作者或研究參與者之間建立在民主、平等與自願的組合之基礎上，進行平等溝通、開放自我、交互反省思考、共同分享知識及經驗，以及一起參與行動的設計與執行(林碧珍, 2001)。依據研究目的及研究問題，我們的研究流程架構圖如下：



本研究之流程架構圖

第二節 研究步驟

本研究實施的步驟分爲：

1. 蒐集並閱讀國內外相關文獻
2. 選定研究對象與研究現場
3. 蒐集研究樣本之背景資料
4. 編制能力、態度問卷、步道題材看法問卷、數學步道學習單等研究工具
5. 進行能力與態度問卷前測
6. 進行兩學期的教學實驗
7. 舉辦暑期校際數學步道體驗營活動
8. 進行數學能力、數學態度後測，步道題材看法問卷施測
9. 資料分析與詮釋
10. 撰寫研究報告

研究者在決定提出實驗計畫時，便跟本校校長報告並徵求其同意，決定七、八年級各成立一班，每班 15~20 位，對象成員分別從三個班（以方便排課爲原則）中各挑 5~6 位，以成績表現在班上前 1/6 的學生且有意願參與實驗教學者爲主。每週進行兩節課的實驗教學，共兩學期；暑假再辦理爲期 3 天之數學步道體驗營。

在研究進行的過程中，爲求詳實，研究者將於課室觀察後，立即做成紀錄與省思札記，再輔以晤談及相關文件之收集方式，以取得質性之資料，隨後就所發現之主張作檢測、驗證，並撰寫成研究論文。

第三節 研究工具

本節說明前、後測數學能力測驗的題目與數學態度量表的工具。

一、數學能力測驗

因爲本實驗屬於長期的實驗而且爲了顧及信度，所以，前後測的題目完全一致。以下分析數學能力前後測的試題。

第一、二、三題如下：

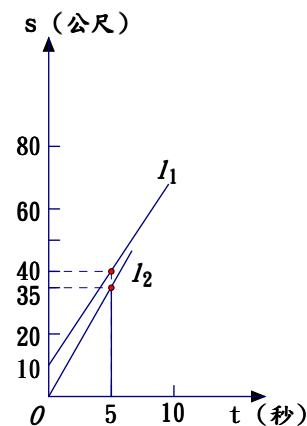
1、教授因公務繁忙，擬申請手機使用。某電信公司手機的 A 類收費標準如下：

不管通話時間多長，每部手機每月必須繳月租費 600 元，另外，每通話 1 分鐘繳費 7 元。

- (1) 寫出每月應繳費用 y (元) 與通話時間 x (分) 之間的關係式。
- (2) 如果用戶這個月通話時間爲 150 分鐘，他應繳多少元？
- (3) 如果用戶本月預繳了 1000 元的話費，那麼該用戶本月可通話多長時間？

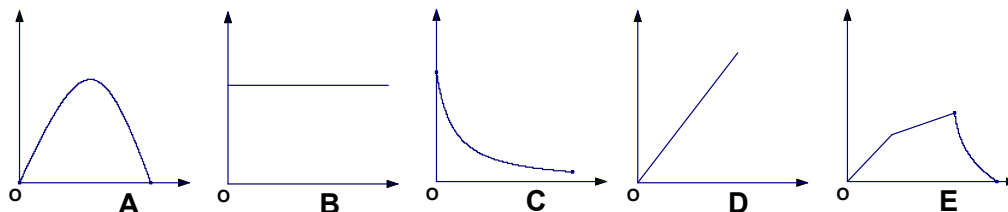
2、阿寶與同學大雄進行一百公尺賽跑，阿寶比大雄跑得快，如果兩人同時起跑，阿寶肯定會贏。現在阿寶讓大雄先跑若干公尺，右下圖分別表示兩人的路程與阿寶追趕時間的關係。

- (1) 哪一條線表示阿寶的路程與時間的關係？
- (2) 大雄比阿寶先跑了多少公尺？
- (3) 誰將贏得這場比賽？



3、下列各現實情境，分別可以用哪一幅圖來近似刻畫？

- (1) 100 公尺短跑（速度與時間的關係）
- (2) 一杯逐漸涼了的水（水溫與時間的關係）
- (3) 一面冉冉升起的旗子（高度與時間的關係）
- (4) 等速度行駛的汽車（速度與時間的關係）
- (5) 足球守門員大腳開出去的球（高度與時間的關係）



這三題是在檢測學生在經過函數主題的教學後，檢測學生如何將函數運用於實際的情境，並檢測學生的某些數學能力。各題檢驗的數學能力如下：

第一題：(6-1 代表上述 Niss 第六項能力的第 1 個子項內容，以下同)

6-1 解讀與詮釋符號的形式數學語言，並瞭解他們與日常語言的關係

6-2 瞭解數學語言的語意及語法

6-3 日常語言與數學正式/符號語言間的轉換

6-4 處理和操弄包含符號與公式的敘述與表示式

第二題：

1-4 辨識各類數學敘述（數量值的敘述、案例）

5-1 能解讀、詮釋及辨識數學物件、現象、情境的各類表徵

第三題：

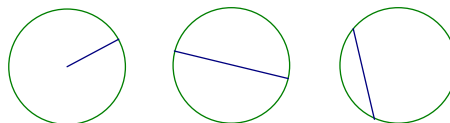
1-4 辨識各類數學敘述（數量值的敘述、案例）

5-1 能解讀、詮釋及辨識數學物件、現象、情境的各類表徵

第四、五、六題如下：

4、八戒利用小萱她們裁剪下來的圓形紙板，設計題目如下，試著讓同學發現下列各種狀況中的數型關係：

- (1) 分別就不同數目的半徑、直徑、弦，求其所能分割圓的最大區域數，並填入下表中。研究每一種數型，並猜測下一項是多少？最後歸納出每一種數型的一般公式。



A. (☆☆)

半徑數目	1	2	3	4	5	n
最大區域數							

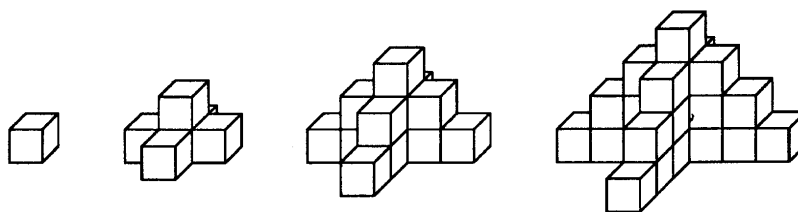
B. (☆☆)

直徑數目	1	2	3	4	5	n
最大區域數							

C. (☆☆)

弦數目	1	2	3	4	5	n
最大區域數							

5、如果把下面的模型延伸，在第 100 個木堆中，木塊的總數是多少？若第 n 個木堆呢？



木塊高度	1	2	3	4	5	6	...	100	...	n
木塊總數										

6、試問 3^{1996} 的個位數是多少？以及十位數是多少？並說明為什麼？

這三題是在檢測學生在經過規律主題的教學後，檢測學生如何將規律運用於數學題目中，並檢測學生的某些數學能力。各題檢驗的數學能力如下：

第四題：

3-3 在給定情境中，發展適當的數學模式，並解決情境中的問題

6-3 日常語言與數學正式/符號語言間的轉換

7-1 瞭解別人以書寫、視覺及口語所傳達的數學資訊

7-2 能使用精確的數學語言表達自己的意思(口語的、視覺的或書寫的)

8-1 知道已存的數學活動工具或輔具的性質，並清楚其功能與限制

第五題：

3-3 在給定情境中，發展適當的數學模式，並解決情境中的問題

6-3 日常語言與數學正式/符號語言間的轉換

7-1 瞭解別人以書寫、視覺及口語所傳達的數學資訊

7-2 能使用精確的數學語言表達自己的意思(口語的、視覺的或書寫的)

8-1 知道已存的數學活動工具或輔具的性質，並清楚其功能與限制

第六題：

4-4 能將直觀論證轉化成有效的證明

7-2 能使用精確的數學語言表達自己的意思(口語的、視覺的或書寫的)

第七題如下：

7、請設計出一個鑲嵌圖形？並說明你用了什麼方法呢？

這一題在檢驗學生在學過鑲嵌主題後，能否了解鑲嵌的概念，並設計出鑲嵌圖形。同時檢測學生的某些數學能力。這一題檢驗的數學能力如下：

第七題：

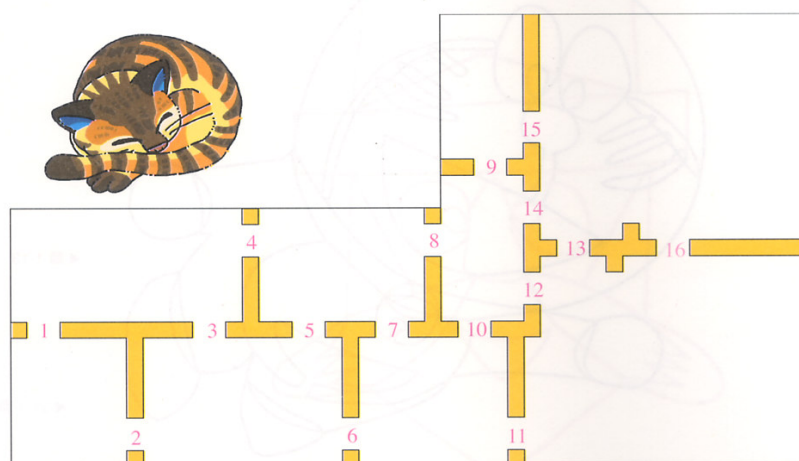
3-3 在給定情境中，發展適當的數學模式，並解決情境中的問題

5-1 能解讀、詮釋及辨識數學物件、現象、情境的各類表徵

5-3 可以在表徵之間進行選擇與轉化

第八、九題如下：

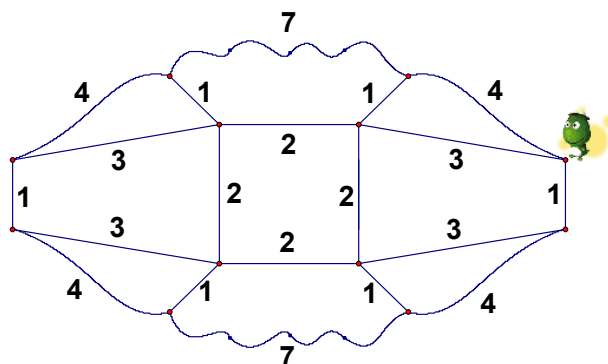
8、下圖是貓咪家的房間示意圖。有沒有哪一條路線，可以讓小斑正好經過每個房門一次而不重複？



9、(中國郵差問題)

管梅谷先生是中國當代偉大的數學家之一，在文化大革命的時候，他被下放到郵局工作。在工作當中，他開始思考郵差送信的路徑問題，這個有趣的問題後來就成爲著名的「中國郵差問題」。

下圖爲某座城市的街道圖，數字表示點與點之間的路程。X 點表示郵局所在地，每天郵差必須從 X 點出發，每條邊（街道）至少走過一遍，以服務鄉里，最後再回到郵局。請問你有沒有比較聰明的方法，讓郵差先生少走一些距離？



這兩題是在檢測學生在經過一筆畫主題的教學後，檢測學生如何將一筆畫的概念運用於日常生活中，並檢測學生的某些數學能力。各題檢驗的數學能力如下：

第八題：

7-1 瞭解別人以書寫、視覺及口語所傳達的數學資訊

8-1 知道已存的數學活動工具或輔具的性質，並清楚其功能與限制

第九題：

2-2 能解自己或別人提問的不同類型數學問題

7-1 瞭解別人以書寫、視覺及口語所傳達的數學資訊

8-1 知道已存的數學活動工具或輔具的性質，並清楚其功能與限制

二、 數學態度量表

數學態度分成認知參與、情感參與、行爲參與，其中認知參與分成：淺層次、深層次、依賴老師三個部分的題目；情感參與分成樂趣感、焦慮感、成就感、厭倦感四個部分的題目；行爲參與分成專心上課、鑽研習題兩個部分的題目。分別如下列出個部分的題目：(孔企平，2003)

認知參與：

淺層次：

題號	題目
1.	我發覺牢記公式和方法是學習數學的最好方法。
4.	學習數學時，我喜歡記憶那些需要學習的公式、規則等，多過對他們的理解。
7.	我覺得記憶一個課題的事實與細節，比全面理解更好。
10.	在數學學習中，記憶應用題的解題方法是非常有用的。
13.	在數學學習中，我喜歡記憶解題的方法，這是很有效的方法。
16.	我覺得通過反覆解題來記憶數學知識是學習數學的最好方法。
19.	我覺得記憶數學知識比理解它更有效。

深層次：

題號	題目
2.	當我學習數學時，我會去想想所學到的東西在現實生活中有多大用處。
5.	閱讀新資料時，我會聯想起學過的東西，並會對這些東西有新的瞭解。
8.	我在讀數學課本之時，經常思考其中有哪些是要確實掌握和理解的要點，而不是簡單的把課本看完。
11.	我努力把數學課中所學到的知識，與生活中遇到的事情或其他學科中學到的知識聯繫起來。
14.	我會花課外時間去加深對有趣的數學知識的認識與理解。
17.	在學習數學的過程中，我總是向自己提出一些問題，這些問題幫助我理解主要內容。
20.	課堂上討論過的有趣問題，我會用很多空餘時間去增加我對它們的認識。

依賴老師：

題號	題目
3.	學習數學的最好方法是聽從老師的安排。
6.	按照老師安排學習，是最有效學習數學的方法。
9.	老師教什麼，我就學什麼。
12.	老師怎麼教，我就怎麼學。
15.	我一般用和老師相同的方法解決數學問題。
18.	老師怎麼解題，我就怎麼解題。
21.	在數學學習中，老師怎麼安排，我就怎麼學習。

情感參與：

樂趣感：

題號	題目
1.	在數學課上，我感到數學知識很有趣，因此我覺得數學學習很快樂。
5.	我覺得數學學習是快樂的，我對解答數學問題很有興趣。
9.	當我在做數學課堂作業時，我覺得有滿足感。
13.	我對數學知識總是很好奇，我覺得數學學習很快樂。
17.	當我們開始學習新知識時，我覺得有些興奮。
21.	我對解答一些新的數學問題總是非常有興趣，數學總是給我帶來快樂。

焦慮感：

題號	題目
3.	在數學測驗的時候，我感到很緊張。
7.	在數學考試時，我總是有些擔心。
11.	我在數學考試時，一遇到不理解的數學知識時，就會很緊張。
15.	我擔心自己的測驗分數不理想。
16.	在數學測驗時，當我不能解決數學題的時候，我感到很焦急。

成就感：

題號	題目
2.	雖然數學學習很艱苦，但我感到完成數學學習任務是愉快的。
6.	雖然學習數學有一些枯燥，但是能取得好的數學成績我感到很高興。
10.	雖然數學學習很艱苦，但是為了取得好的數學成績，下苦工學好數學是值得的。
14.	雖然數學學習很艱苦，我下苦功後能取得好成績，我感到滿足。
18.	雖然數學學習很艱苦，但只要取得好的數學成績，我能然覺得很快樂。
22.	雖然數學學習很艱苦，但取得了好成績，總給我帶來成功的滿足。

厭倦感：

題號	題目
4.	當老師第一次解釋新的學習材料時，我感覺厭倦。
8.	在學校學習新的材料時，我覺得很疲勞。
12.	我不太喜歡數學課。
16.	我很討厭做數學習題。
20.	我對學習數學感到厭倦。

行為參與：

專心上課：

題號	題目
1.	數學課上，我聚精會神地聽老師的講解。
3.	當討論新的數學知識時，我經常發言。
5.	我在數學課上很盡力。
7.	當老師提出新的數學知識時，我的注意力總是非常集中。
9.	我在數學課上用一切辦法使自己明白老師講的內容。
11.	我經常參加數學上的討論。

鑽研習題：

題號	題目
2.	對於難的問題，我會持續鑽研。
4.	如果我一時得不出一個正確答案，過一段時間我會想出來。
6.	如果我第一次不能把問題解答出來，我會在試下去。
8.	當我解題發生錯誤時，我最後總是能糾正。
10.	當我持續解決問題時，一般我能得出正確答案。
12.	如果我不能一下子把問題解出來，我會一直試下去，直到解決問題為止。

三、 數學步道主題

正如前述，設計「數學步道」的目的，一方面是呼應教改「生活化」、趣味化」趨勢的訴求，另一方面，最主要原因是想消除研究者心中的痛。近幾年來，針對中學生的調查，總發現數學科是最令他們討厭的科目，研究者等身為國中數學教師，不能不為此感到震驚與心痛！這個「步道」最主要是為學生設計的，希望能喚起他們的學習動機，讓他們知道如何學、也樂於學，且願意思考，也能從中獲得成就感。

生活中到處可見「數與形」，以及隱藏在「數與形」中的『胚騰』(pattern)，學會和瞭解它們，是學習數學的主要目的。興雅國中的數學步道到處都有胚騰的訓練，很契合九年一貫的精神，也真的讓學生感覺到胚騰就在他(她)們的身邊。有操作、有探索、有遊戲又有結合其他領域的活動課程，會讓數學的學習生動有趣、親切自然，並且不再那麼枯燥抽象。

根據曹亮吉教授的說法，pattern 譯為胚騰，兼顧了音與義的特性：音明顯錯不了，義呢？採取「胚胎」與「圖騰」的結合之意，要表徵事物每次出現的狀況

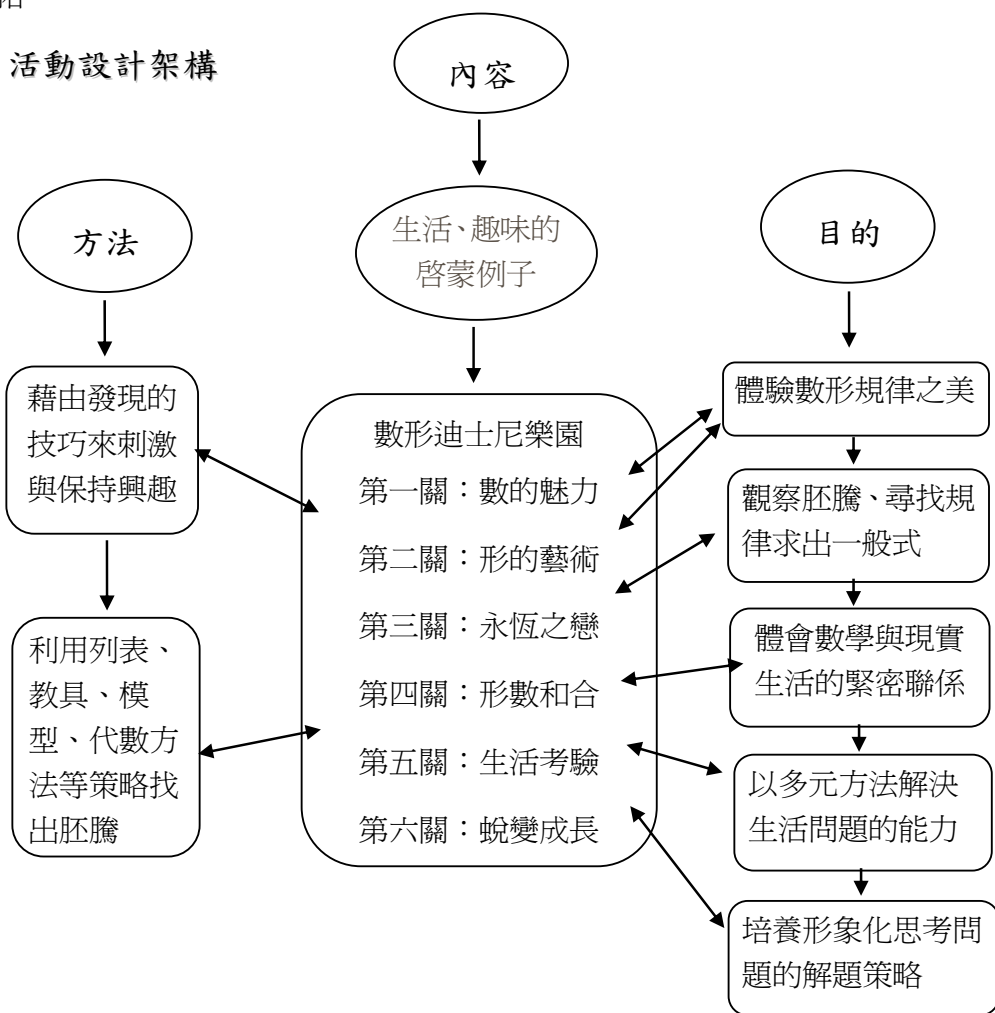
或變化都類似，而且都有其根源可尋。簡單地說，胚騰是廣義的規律，在日常生活中，各領域裡，它是無所不在的，因此，曹教授認為它是數學的聖杯。聖杯的比喻，是強調胚騰的學習與追尋，神聖而且有用，會讓數學的學習不再枯燥抽象，因為它可以和生活以及其他領域連結在一起。學會與尋求隱藏於數與形中的胚騰，才是學習數學的主要目的。（曹亮吉，2003）

本年度進行實驗教學時，研究者在七、八兩個年級共使用了 6 個主題單元，包括：數形迪士尼樂園、一次函數、鑲嵌飾的奧妙、一筆畫之生存遊戲、校園柯南探案、觀察與推理大考驗（小偵探）等，這些主題份量有大有小，涵蓋的數學題材則有：數與量、代數、幾何、圖論等內容，相當豐富多樣。但總括來說，是要鼓勵學生尋求和學會隱藏於數與形中的胚騰。茲分別將各主題簡要介紹如下：

【數形迪士尼樂園—胚騰（pattern）與規律】

本教材利用歸納、推理的方法，有系統地讓學生觀察一些胚騰，從中進行猜想，最後導致規律的發現，這是威力十足的解題策略。另外，教材中也善用教具、模型、表格與簡圖，配合動手操作、實驗，以及分解因數等方法，協助學生有效地找到序列和形數（延伸至高維）的一般式，同時有助於數學思考和解題能力的開拓。

活動設計架構

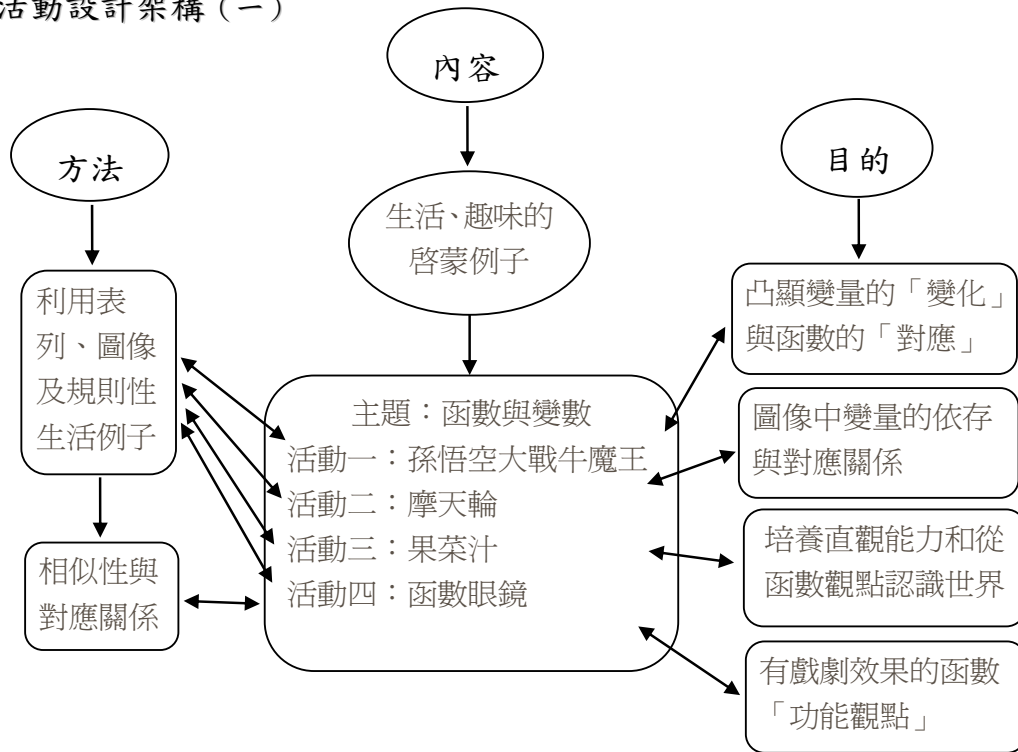


※命名典故：數展現規律的魅力，形流露出藝術氣質的美，譜出戀曲，
 誓言追求永恆，和合共築愛巢，經歷生活考驗，蛻變成
 長……。

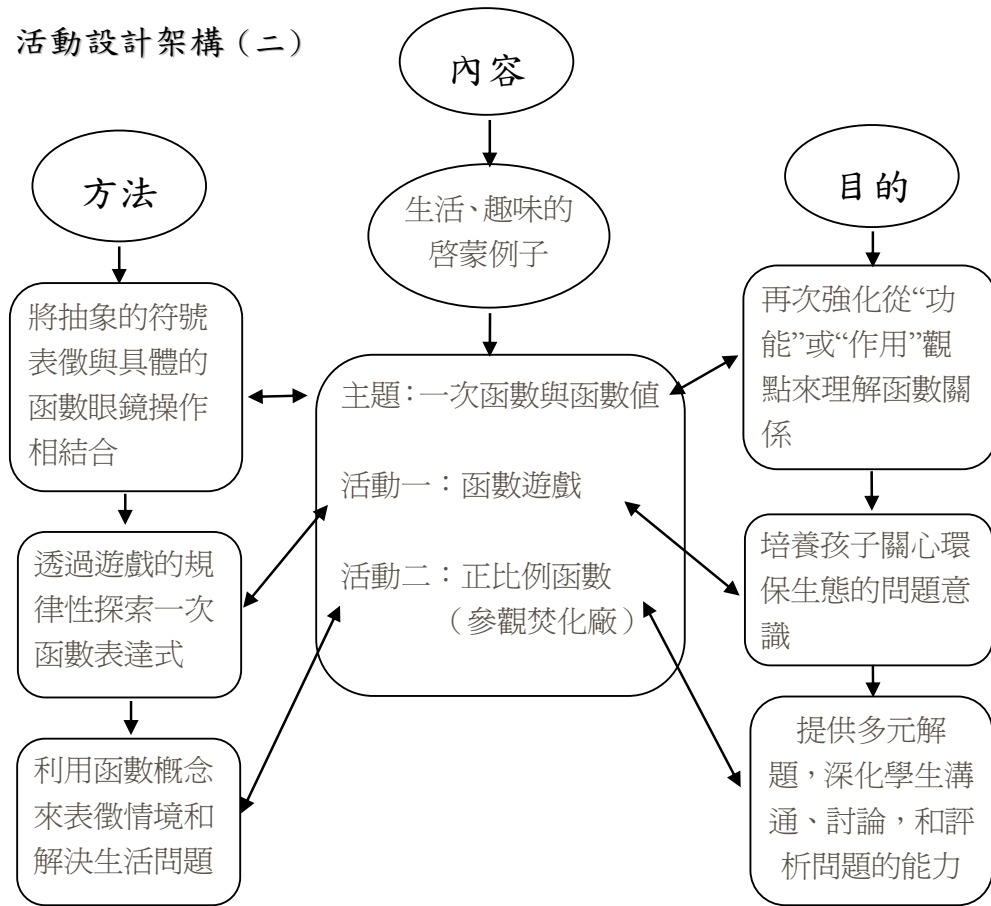
【一次函數】

將耳熟能詳的神話故事和有趣的遊戲與娛樂活動，包裝成爲能喚起學生學習動機的啓蒙例。實際教學時，再輔以動畫等資訊科技之聲光效果，來呼應新 e 世代學生的需求。本教材利用表格、圖像及規則性的一系列例子來描述函數，協助引導學生觀察、發現到這些例子的共通性或相似性，直觀發展和建立起函數的概念。最後讓學生利用學會的概念和規則，來表徵周遭的情境以及解決遇到的生活問題，例如環保等議題。全篇例題和練習的取材，以生活實用、趣味新穎爲主，並且概念的舉例具有延續性和發展性。整體情境背景之鋪陳，力求相續、一貫和自然。

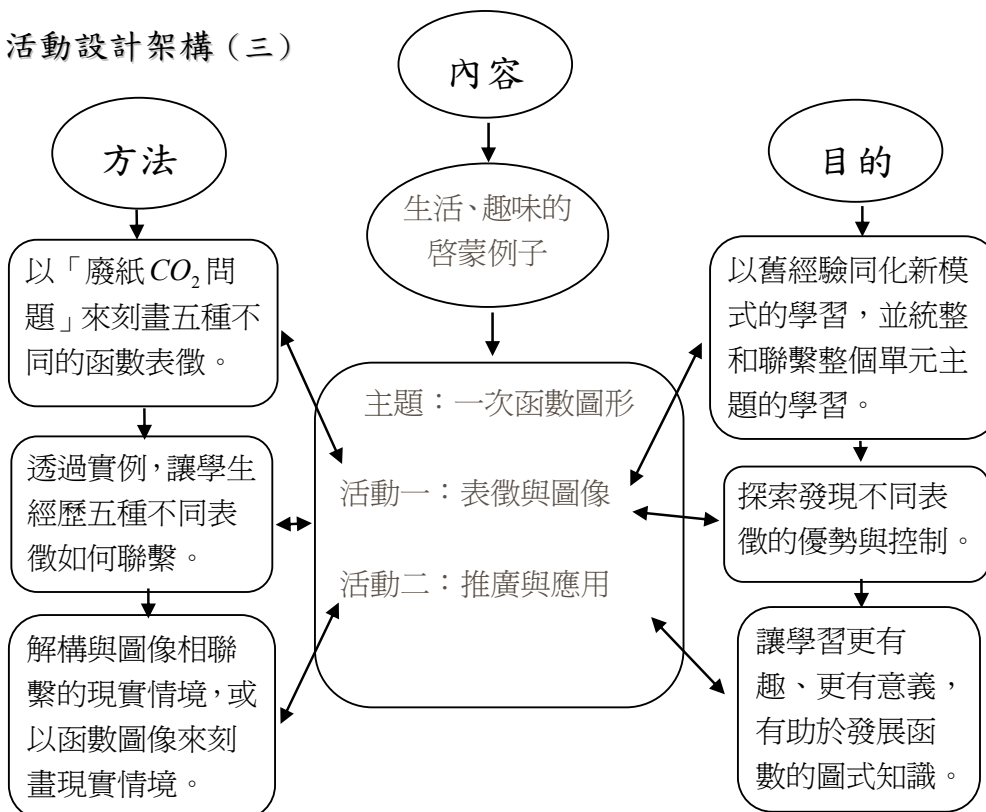
活動設計架構（一）



活動設計架構 (二)



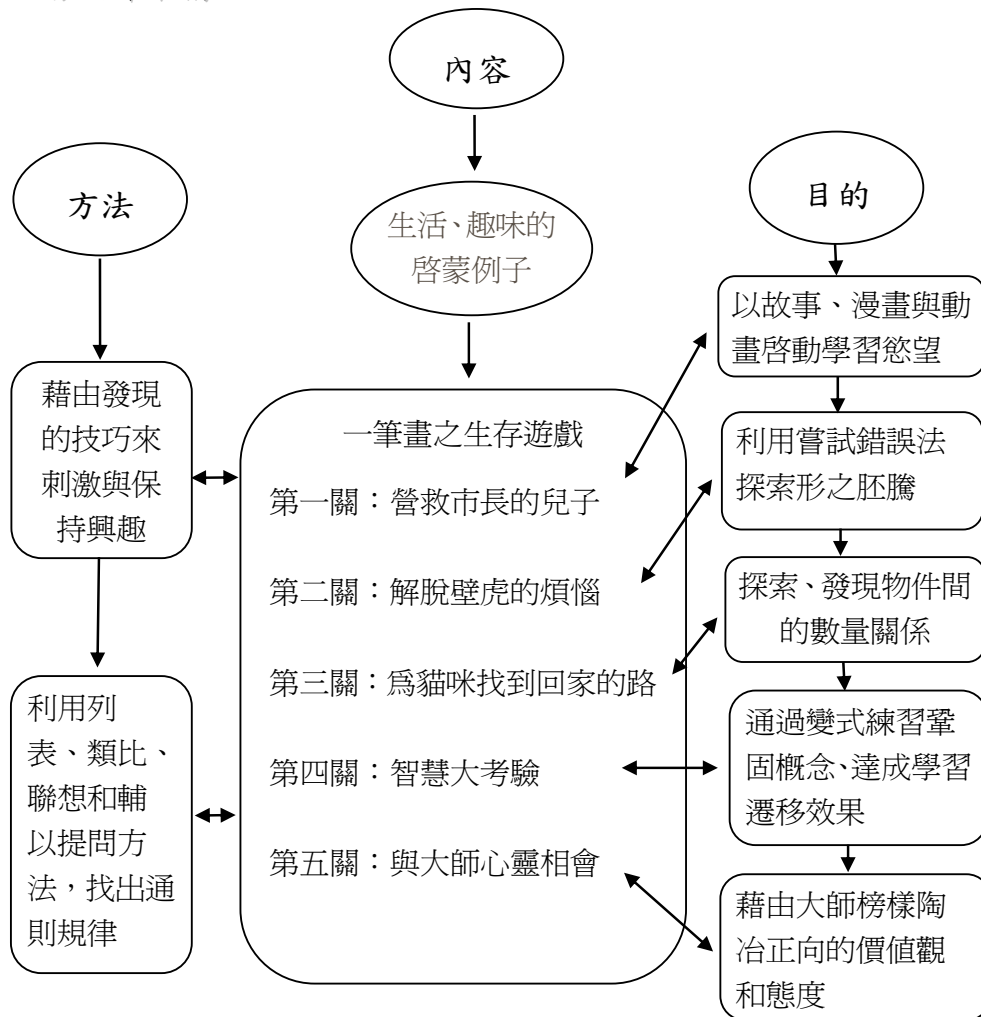
活動設計架構 (三)



【一筆畫之生存遊戲】

本教案最初以扣人心弦的偵探故事引入，再透過遊戲的方式，讓學生觀察一些圖形，然後利用歸納、推理的技巧，從中探索並發現可否一筆畫的規律。再經歷了一連串變式練習，學生能將程序性知識轉化為智慧技能與認知策略，解決督學巡堂（平面形式）以及為校長設計巡堂路線（空間形式）等難題，強化問題解決能力的培養與探究式學習歷程。在學生進行操作課題當中，我們引入了尤拉的七橋問題，這是典型的數學建模運用，讓學生體驗數學知識產生、形成、展開和應用的過程。這不僅是一個應用數學的過程，更是一個學習數學、理解數學、思考數學的過程。這樣的學習方式，使學生獲得的不僅是知識，還可能影響到他們對知識的看法、價值判斷，並形成終身學習的願望和能力。

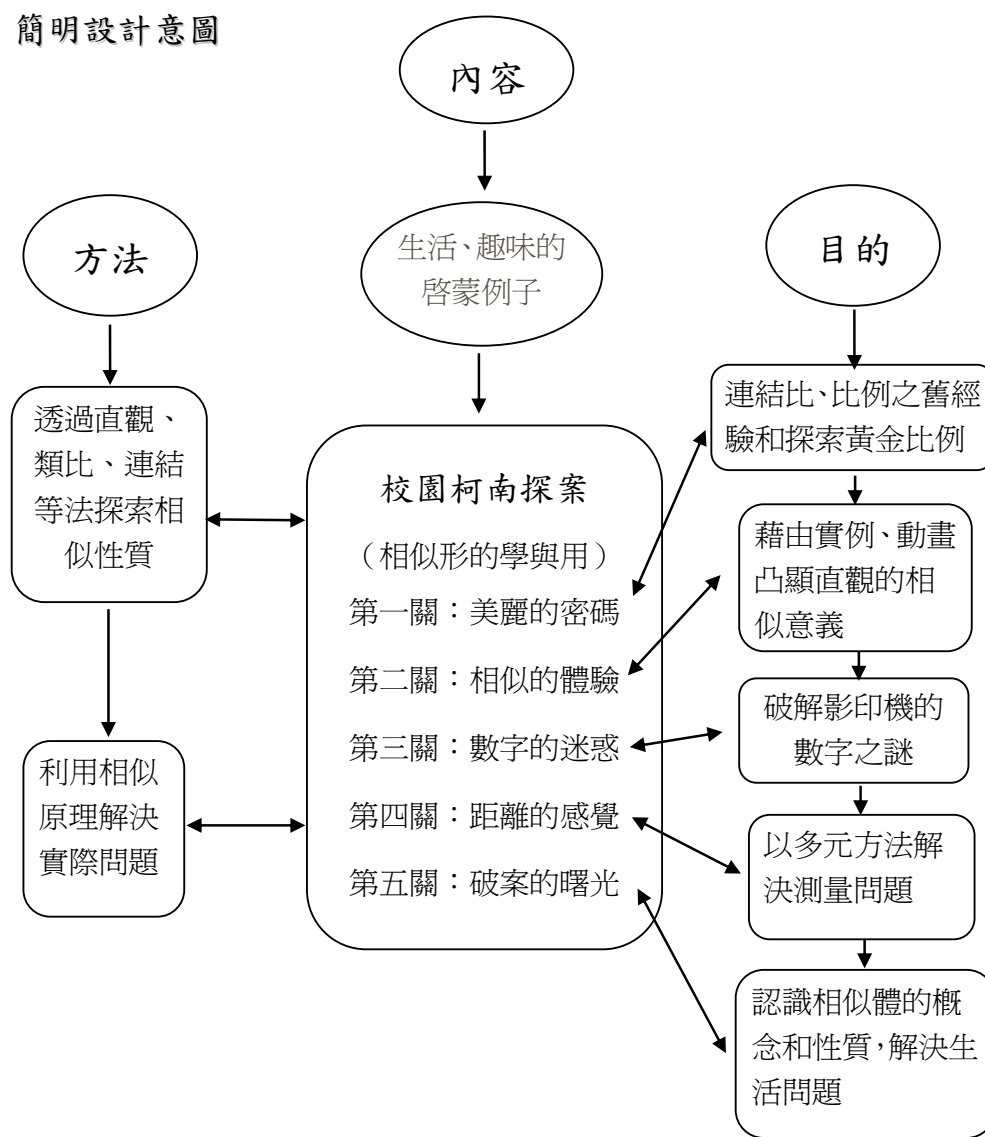
活動設計架構



【校園柯南探案——相似形的學與用】

本教案立足於學生現有的校園生活經驗和已經掌握的相關數學內容，從觀察、分析生活中大量存在的成比例問題、黃金分割、形狀相同的圖形入手，透過直觀的動態幾何軟體（GSP）和種種操作活動，逐步探索和發現相似多邊形的性質，理解位似圖形的特性和相似圖形的判別條件；通過日常生活中紙張規格、影印機上數字規律的認識，不可及建物高度與距離的估測，以及校園小偷案件的偵破，使學生更好的掌握相似形的基本內容，進一步體會其應用價值和豐富的內涵，同時促進學生觀察、分析、歸納、概括和演繹推理等能力的發展。過程中我們佈置的活動多元多樣，鋪排有偵探故事情節、魔術表演、室外活動和電腦操作體驗，來維持學生的學習動力，幫助他們發現，也逐步加強邏輯推理的力度，為往後學習幾何證明奠下良好基

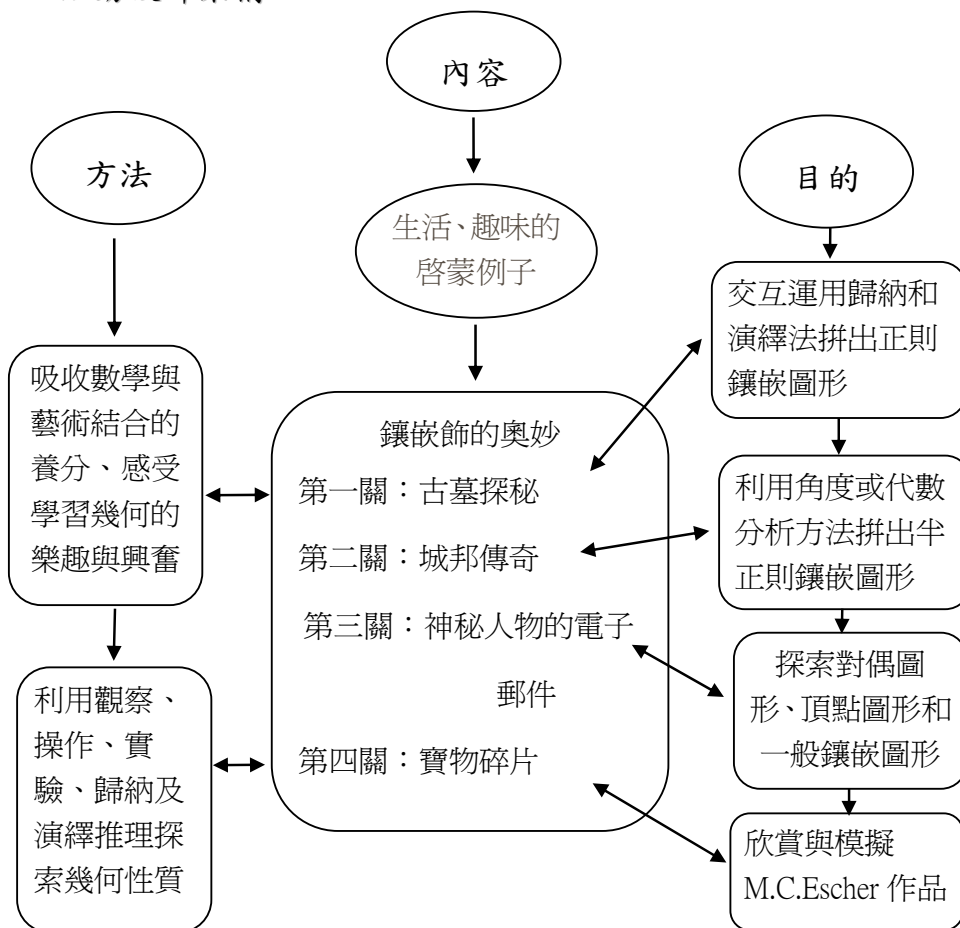
簡明設計意圖



【鑲嵌飾的奧妙】

本教案汲取鑲嵌飾與國中數學相關的部分，目的是幫助學生探索各種鑲嵌圖形，了解其中組成源由，能作簡短的幾何性質解釋，再藉由代數分析的方法，全面探索正則與半正則鑲嵌圖形。我們利用 GSP 開發的鑲嵌圖形鋪排環境，相當完整，目前在國內應屬創舉。在 GSP 環境下，學生能探索、發現幾何性質、檢驗命題的正確性，還能運用發現的性質進行推理。實驗證實，我們這項教學能提升學生的幾何思維層次至層次三，即能作一些非形式演繹的論證。此外，也向學生介紹 M·C·Escher 的作品，期望他們獲得數學與藝術結合的養分，掌握其中隱含的幾何知識和技巧，能畫出自己獨特的鑲嵌圖案，感受到學習幾何的樂趣與興奮。假以時日更希望學生能主動地探索在數學領域中，尚未突破的問題。

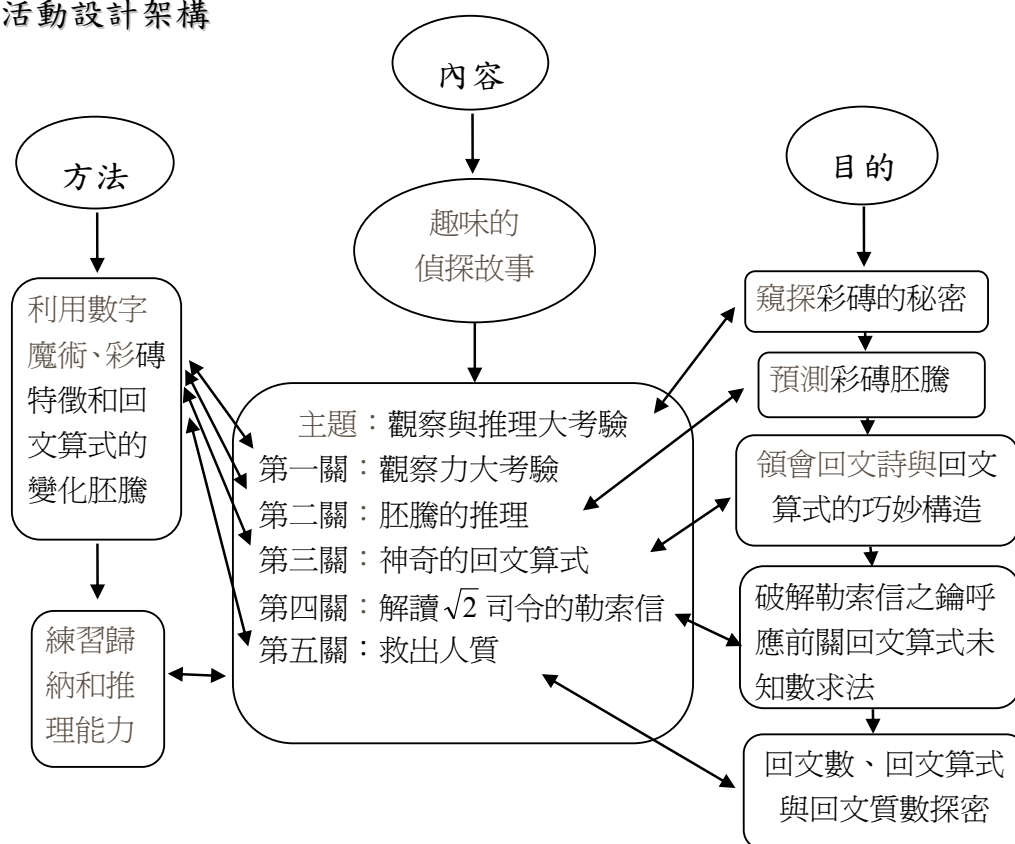
活動設計架構



【觀察與推理大考驗（小偵探訓練）】

探長的數字魔術能啟動學習動機，進一步觀察泳池彩磚的秘密，胚胎中竟然隱含有回文算式的巧妙規律變化，探長的智慧令人折服，也難怪那麼快就能破解勒索信之密，因為它與探長練腦袋所用回文算式中求未知數法相呼應。過程中除了領會回文詩與回文算式的巧妙構造之外，還能一窺回文算式、回文數猜想與回文質數之謎，初步認識數學界尚未解決的問題。

活動設計架構



四、數學日記

寫作活動，在許多科目的學習上，已經廣泛被接受使用，在數學上也有越來越多的老師採用寫作活動，來幫助學生學習數學。寫作有助於教學、學習和評價數學。仔細設計過的寫作日誌，可以更有效的評量學生了解了多少，也給學生一個機會去結合他們所學所知的內容。當學生投入寫作時，必須有計劃、表達、組織、修飾及評定。而這些過程中，可以提高對數學內容的了解，對於有效學習有所幫助。(Shield, Mal ; Swinson, Kevan, 1997) 學生在學習時，常出現的問題是只知道「作什麼」而不知道「為什麼」而解題過程中的一連串「為什麼」，正是所謂數學學習中，最受人重視的「邏輯與推理」。平時我們傳統的紙筆測驗，不論是選擇題、填充題或計算應用題，都無法很明確的評量此部份的學習成果，甚至學生們藉由公式或機械式套用的演算練習後，很熟練的答題。這樣如何讓學生

重視推理與思考？採用寫作來進行數學教學，或是用於評量之上，都有助於改善此種狀況。（台北市萬芳高中高毓婷老師提供）

本研究老師指導學生寫數學日記（其實算是數學週記，因為每週交一次），以三大類內容為主（Barbara J. Dougherty, 1996）：1.數學的內容 2.過程 3.情感、態度的。（日記規範參附錄六）

1. 數學的內容：

- ◆主題的比較：「包含除與等分除的差別是……」
- ◆定義：「我認為函數是……」
- ◆重新審視：「先前我認為函數是……，現在我認為函數是……」

2. 過程：

- ◆策略使用：「你已經知道至少四種解方程式的方法，你最喜歡哪一種？為什麼？」解決一個問題最重要的部分是……」
- ◆學習習慣：「當我準備一個代數隨堂考試時，我……」「當我看到一個應用題，我所做的第一件事是……，然後……」

3. 情感態度：

- ◆「畫一個數學家，並形容數學家是什麼。」
- ◆「我〔喜歡/不喜歡〕解應用題，因為……」我想我是一個……的數學課學生，因為……」

本研究讓研究對象每週寫一次數學日記，研究者一定按時批改，並給予回饋文字，但不給分數，是想讓研究對象安心抒發感受或解題，不受分數高低的影響，以致左右書寫的心情，基本上是想觀察學生在認知上和情感上是如何參與學習的。

第四節 研究者

本研究是一個行動研究，研究者本身就是教學者。共同主持人有三位，皆為台師大數學系畢業，分別有 16 年、3 年、2 年教學經驗。前兩位為主要實驗教學者，第三位主要支援電腦教學及其相關設計和統計分析工作。研究期間對兩班研究對象進行教學，每週兩節課。教學實驗期間，學生每週的數學日記均親自批改並給予回饋。

研究者設計的數學步道主題，涵蓋範圍相當廣且具有深度，對研究對象而言多數是非例行性題目，需要比較多的思考和考驗，但同時會讓他們感受到數學學習確實「有趣」和「有用」，生活中處處都有數學，對於樹立其正確的學習價值觀相當有利。教學過程中，教學者多數是以啟發式教學法，讓學生發表、溝通和討論，常常佈下一題多解或開放性的題目，培養學生發散性思維和邏輯思維能

力，這對於創造力的啓發有相當的幫助。

研究者很重視培養學生的學習態度，因此，教學過程中特別重視學習動機的引發，常常變化教學模式，例如使用電腦動畫、趣味的偵探故事、數學魔術等來呈現相應的題材，鼓勵研究對象接受挑戰。當學生日記回饋：「原來我們學校裡到處都有數學」、「當我自己找到 Pattern 的時候，我心中湧現出前所未有的成就感與滿足感」、「...這是我第一次將數學營教的數學概念運用在生活中，超有成就感的！」這是研究者教書生涯最感快樂和引以為榮的事，因為這樣的教材與教法，能夠把學生內在的學習動力引發出來。研究者覺得對一個數學老師來說，帶給學生數學的知識與力量，目的不在讓學生較量成績的高低，而是想讓學生體會學習的過程本身就具有意義，能夠在解題的快樂與悲傷、成功與失敗之中，懷抱夢想與憧憬。希望在我們的努力之下，學數學不再是追求分數的極限，而是內在的學習動力被引發後，能更進一步追求思想的極限。願數學教育品質從過程與內涵都能從此走出新的方向！

第五節 研究對象

正如前述，研究者在決定提出實驗計畫時，便向本校校長報告並徵求同意，決定七、八年級各成立一班，每班 20 位左右，對象成員分別從三個班（以方便排課為原則）中各挑 6~7 位，以成績表現在班上前 1/6 的學生且有意願參與實驗教學者為主。每週進行兩節課的實驗教學，共兩學期；暑假再辦理為期 3 天之數學步道體驗營。

二月份實驗即將展開之初，研究者便與八年級各班導師接洽，但過程並不順利。有些班級導師雖同意，該班卻招不到足額學生〔這個年級大多數優秀學生在七年級時，已跟研究者學過一整年數學步道題材，對他們而言當時每週一節的上課經驗：剛開始很有趣，但一段時間後課程進度鬆散、多數同學遲到（導師配合度不夠）所以，對先前的上課經驗並不是頂好。〕，最後只得分散在 8 個班級，各班人數不一，共招 19 位學生，與當初研究者設定以成績表現在班上前 1/6 的學生，有一段距離，並且其中也混合有舊生。在進行一學期課程後，導師們提議個案學生已經九年級了，該讓他們專心準備學測，因此，這些學生僅進行一學期課程。

至於七年級這班算是最符合原先規劃，共招 20 位學生，從七下到八上進行一整年課程。其中有一班四位學生，在下半年因為教務處排課無法符合他們的期待，以致退出實驗課程，另外兩個班則分別各有一位學生移民和轉學，因此，最後共有 14 位學生進行完整個課程。這個班在下半年另有一個班 6 位學生加入，他們僅僅上三個月課程，並沒有進行能力和態度之前測。

在研究進行的過程中，為求詳實，研究者於課室教學後，有時會立即做成紀錄與省思札記，再輔以晤談及相關文件之收集方式，以取得質性之資料，配合量性的統計分析，隨後提出發現，並撰寫成研究論文。

第六節 研究限制

(一) 研究範圍的限制

本研究所定義的數學步道，國內這幾年雖然發展蓬勃，很多縣市的中小學校園、公共空間和公園等等，均有數學步道的佈題，甚至也有縣市投入大筆經費辦數學步道解題競賽，但相關的研究盡付闕如。研究者受限研究時間和語文能力，並未參考國外數學步道之文獻資料，這是美中不足之處。不過，研究者最近三年來所自行研發的數學步道主題教學，不管在質與量方面都有不錯之成績。從近三年來，研究者分享設計經驗於全國 25 縣市輔導團教師和師資培育大學准教師們，目前累積人數約已超過 3200 位，同時，研究者也擔任多校之教學實驗指導，所獲迴響可見一斑（黃文振，2006）。

教學是一種藝術，步道主題設計也是一種藝術，因此，在教學現場中如何使用這些步道主題設計，並沒有固定的方式，經由每位不同教師的詮釋和轉化，可能都會影響到該步道主題設計的效果，以及學生對該步道主題設計的看法與感覺。

由於研究時間的短促，對於部分研究對象，研究者僅收集一學期或三個月的資料，其數學態度及能力的改變，在短時間內比較不容易看到明顯的變化。此外，這些研究對象所學主題侷限於部分單元，因此，對於未學習過的題材，前後測並無法作出有效的變化判讀。

(二) 研究對象的限制

本研究研究對象只有本校七、八年級所抽離的 39 位學生，在結果及其引用上，只能推論到與此部分研究樣本背景相當的情形。由於數學態度、數學能力及數學步道看法問卷部分，包含選擇題、計算題及自陳式的未完成句子，可能受到填答者是否據實回答及是否專心作答的影響，因此，會有測量誤差的限制。

第肆章 資料分析與結果討論

第一節 學生數學能力的分析

一、八升九年級數學能力分析

在圖 4-1 中，我們可以觀察到，橫座標軸為題號．數學能力，例如 5.6 為第五題中的第六種數學能力（符號化和形式化），而且也可以看出第五題便具有檢測學生第三、六、七、八種數學能力；而縱座標軸為具有此種能力的學生，佔全班人數的百分比。且圖 4-1 是針對八升九年級學生進行數學能力後測。

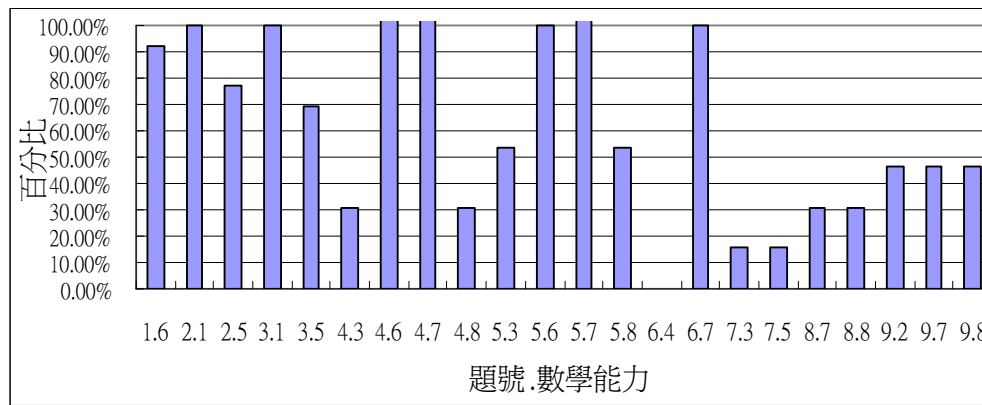


圖 4-1 八升九年級數學能力後測分析圖

從圖 4-1 中，我們也可以看出學生在第六題中第四種數學能力（數學推理）是沒有表現出來的，這也說明數學推理對於八升九的學生來說是較困難的；也可能反應「步道」佈題的特性，亦即兩個主題之間不易邏輯連結，或說考題與步道的佈題少了 missing link！。另外，學生在 7、8、9 題的作答情況並不理想，表示他們對於鑲嵌與一筆畫的概念尚未建立完善。這似乎也透露在數學步道的教學中，比較難使學生建立完整的數學概念，或許是因為數學步道主題式教學中，比較強調數學跟生活的連結與創意思考，而較缺乏重複的紙筆運算來建構數學概念，這是以後研究者必須想辦法克服的一個問題。

而整體上來看(4.8、5.8、8.8、9.8)學生答對的比例並不大，因此，學生第八種數學能力也普遍不理想。這第八種數學能力代表『輔助工具的使用』，其中分為以下兩種能力：

8-1 知道已存的數學活動工具或輔具的性質，並清楚其功能與限制

8-2 能反思地使用這些工具或輔具

這裡數學活動工具解釋為學生所學到的數學概念，學生如能利用數學步道課程中所學到的數學概念來解題，或瞭解某些概念在解題中會遇到的限制，便具有第八

種數學能力。也就是說，學生在應用數學步道課程所學到的概念是有困難的。這也更加說明：我們應該更強調數學步道運用到的數學概念，來讓學生之後能利用此概念來解決數學問題。

另外，1.6、2.1、2.5、3.1、3.5、4.6、4.7、5.6、5.7、6.7 答對的比例相當高，因此，實驗班的學生對於第一種數學能力（數學思維）、第五種數學能力（數學表徵）、第六種數學能力（符號化和形式化）與第七種數學能力（數學溝通）是比較強的。雖然這些能力可能不完全由本實驗教學所產生，但這四種能力確實在實驗教學中特別強調的。

從圖 4-1 中，亦可發現有些能力的表現可能會隨這題目的不同，而有差距極大的呈現，例如，第四題的第七種數學能力（數學溝通）和第八題的第七種數學能力，學生的表現是比較不一樣的。因此，可能學生本來可能有某種數學能力，只是礙於題目的難度而無法發揮。

二、七升八年級數學能力前後側分析

比較圖 4-2 與圖 4-3 可以發現，七升八年級的實驗班的數學能力成長相當多，藉此也可以說明數學步道的主題式教學，確實可以提升學生的數學能力。然而就後側來說，對於 6.4、7.3、7.5 學生答對的比例是 0，不過，由於七升八的實驗班並沒有上鑲嵌的單元，所以，他們無法回答鑲嵌部分的題目，而造成答對 7.3 與 7.5 的學生比例為 0。另外，由 6.4 學生答對的比例也是 0，可以再次推論出數學推理對於國中學生是困難的，日後如何利用數學步道主題式教學以幫助學生數學推理，亦是值得研究的。

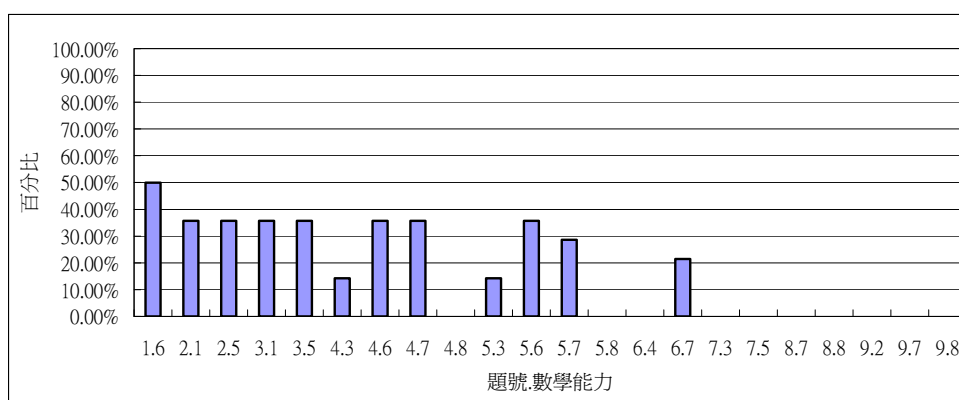


圖 4-2 七升八年級數學能力前側

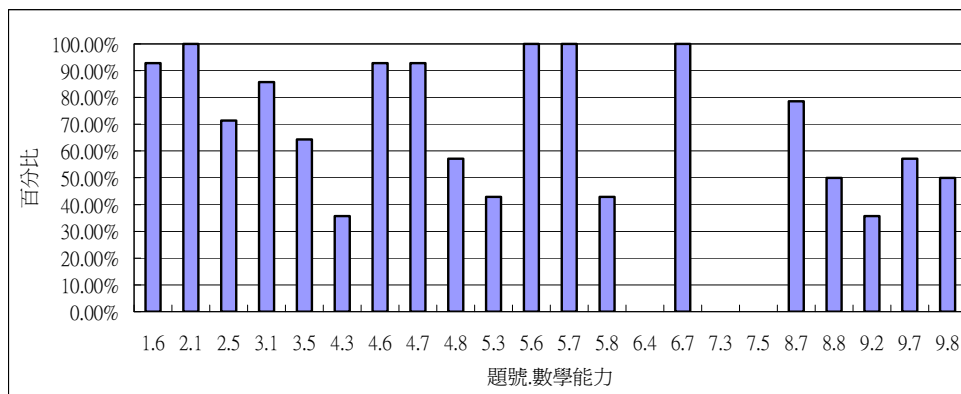


圖 4-3 七升八年級數學能力後側

第二節 學生數學態度的分析

以下將數學態度問卷的選項給予量化，例如：『非常不同意』記為 1 分、『不同意』記為 2 分、『不一定』記為 3 分、『同意』記為 4 分、『非常同意』記為 5 分。然後將兩個實驗班的研究樣本做結合，也就是總共有 27 個樣本。並分別求出每個選項的前、後測的平均，與經過 SAS 軟體所檢測學生前、後測是否有顯著差異。

認知參與：

淺層次：

題號	題目	前測 平均	後測 平均	是否有顯著 差異
1.	我發覺牢記公式和方法是學習數學的最好方法。	2.7	2.6	無
4.	學習數學時，我喜歡記憶那些需要學習的公式、規則等，多過對他們的理解。	2.7	2.8	無
7.	我覺得記憶一個課題的事實與細節，比全面理解更好。	2.2	2.1	無
10.	在數學學習中，記憶應用題的解題方法是非常有用的。	3.2	3.0	無
13.	在數學學習中，我喜歡記憶解題的方法，這是很有效的方法。	2.6	2.7	無
16.	我覺得通過反覆解題來記憶數學知識是學習數學的最好方法。	3.7	3.6	無
19.	我覺得記憶數學知識比理解它更有效。	1.6	1.7	無

深層次：

題號	題目	前測 平均	後測 平均	是否有顯著 差異
2.	當我學習數學時，我會去想想所學到的東西在現實生活中有多大用處。	3.4	3.5	無
5.	閱讀新資料時，我會聯想起學過的東西，並會對這些東西有新的瞭解。	3.9	3.8	無
8.	我在讀數學課本之時，經常思考其中有哪些是要確實掌握和理解的要點，而不是簡單的把課本看完。	4.0	4.1	無
11.	我努力把數學課中所學到的知識，與生活中遇到的事情或其他學科中學到的知識聯繫起來。	3.6	3.5	無
14.	我會花課外時間去加深對有趣的數學知識的認識與理解。	3.1	3.0	無
17.	在學習數學的過程中，我總是向自己提出一些問題，這些問題幫助我理解主要內容。	3.7	3.8	無
20.	課堂上討論過的有趣問題，我會用很多空餘時間去增加我對它們的認識。	3.4	3.5	無

依賴老師：

題號	題目	前測 平均	後測 平均	是否有顯著 差異
3.	學習數學的最好方法是聽從老師的安排。	2.6	2.5	無
6.	按照老師安排學習，是最有效學習數學的方法。	2.8	2.8	無
9.	老師教什麼，我就學什麼。	3.2	3.1	無
12.	老師怎麼教，我就怎麼學。	3.1	3.1	無
15.	我一般用和老師相同的方法解決數學問題。	3.1	3.1	無
18.	老師怎麼解題，我就怎麼解題。	2.9	2.8	無
21.	在數學學習中，老師怎麼安排，我就怎麼學習。	3.1	2.9	無

情感參與：

樂趣感：

題號	題目	前測 平均	後測 平均	是否有顯著 差異
1.	在數學課上，我感到數學知識很有趣，因此我覺得數學學習很快樂。	3.9	3.7	無
5.	我覺得數學學習是快樂的，我對解答數學問題很有興趣。	3.9	4.1	無
9.	當我在做數學課堂作業時，我覺得有滿足感。	3.5	3.5	無
13.	我對數學知識總是很好奇，我覺得數學學習很快樂。	3.6	3.6	無
17.	當我們開始學習新知識時，我覺得有些興奮。	3.8	3.9	無
21.	我對解答一些新的數學問題總是非常有興趣，數學總是給我帶來快樂。	3.4	3.3	無

焦慮感：

題號	題目	前測 平均	後測 平均	是否有顯著 差異
3.	在數學測驗的時候，我感到很緊張。	3.7	3.6	無
7.	在數學考試時，我總是有些擔心。	3.8	3.8	無
11.	我在數學考試時，一遇到不理解的數學知識時，就會很緊張。	3.6	3.6	無
15.	我擔心自己的測驗分數不理想。	4.1	4.0	無
16.	在數學測驗時，當我不能解決數學題的時候，我感到很焦急。	2.6	2.7	無

成就感：

題號	題目	前測 平均	後測 平均	是否有顯著 差異
2.	雖然數學學習很艱苦，但我感到完成數學學習任務是愉快的。	4.3	4.3	無
6.	雖然學習數學有一些枯燥，但是能取得好的數學成績我感到很高興。	4.3	4.2	無
10.	雖然數學學習很艱苦，但是爲了取得	4.1	4.3	無

	好的數學成績，下苦工學好數學是值得的。			
14.	雖然數學學習很艱苦，我下苦功後能取得好成績，我感到滿足。	4.5	4.4	無
18.	雖然數學學習很艱苦，但只要取得好的數學成績，我能然覺得很快樂。	4.4	4.4	無
22.	雖然數學學習很艱苦，但取得了好成績，總給我帶來成功的滿足。	4.3	4.5	無

厭倦感：

題號	題目	前測平均	後測平均	是否有顯著差異
4.	當老師第一次解釋新的學習材料時，我感覺厭倦。	2.2	2.1	無
8.	在學校學習新的材料時，我覺得很疲勞。	2.5	2.4	無
12.	我不太喜歡數學課。	2.4	2.4	無
16.	我很討厭做數學習題。	2.6	2.7	無
20.	我對學習數學感到厭倦。	2.2	2.1	無

行為參與：

專心上課：

題號	題目	前測平均	後測平均	是否有顯著差異
1.	數學課上，我聚精會神地聽老師的講解。	4.1	4.1	無
3.	當討論新的數學知識時，我經常發言。	3.2	3.3	無
5.	我在數學課上很盡力。	4.0	4.1	無
7.	當老師提出新的數學知識時，我的注意力總是非常集中。	4.2	4.2	無
9.	我在數學課上用一切辦法使自己明白老師講的內容。	4.2	4.3	無
11.	我經常參加數學上的討論。	3.5	3.5	無

鑽研習題：

題號	題目	前測 平均	後測 平均	是否有顯著 差異
2.	對於難的問題，我會持續鑽研。	3.9	3.9	無
4.	如果我一時得不出一個正確答案，過一段時間我會想出來。	3.9	3.8	無
6.	如果我第一次不能把問題解答出來，我會在試下去。	4.2	4.1	無
8.	當我解題發生錯誤時，我最後總是能糾正。	3.9	3.8	無
10.	當我持續解決問題時，一般我能得出正確答案。	4.0	4.1	無
12.	如果我不能一下子把問題解出來，我會一直試下去，直到解決問題為止。	3.7	3.7	無

由上面的分析，我們可以看出經過實驗教學後，學生的數學態度並沒有顯著改變，可能的原因，是他們原本的數學態度就十分良好。

不過，七升八年級實驗班在後測時，另有附加檢測他們對數學步道的看法時，認為「數學步道主題式教學」的活動：

- 2. 可以提升我的數學能力 佔 56.25%
- 4. 讓我知道如何思考數學 佔 62.50%
- 5. 學習的題目具有挑戰性 佔 87.50%

認為「數學日記」與「討論發表來完成學習單」的學習模式

- 2. 可以提升我的數學能力 佔 56.25%
- 4. 讓我知道如何思考數學 佔 68.75%
- 5. 學習的題目具有挑戰性 佔 75.00%
- 15. 花費我太多時間 佔 50.00%

基本上，大部分都給予正面的評價，至於有一半的人認為花費太多時間，是一件很正常的事情，因為數學步道主題教學強調學生自己思考，並將作法詳細列出，就都要花很多時間。

第三節 學生數學日記分析

一、步道教學中數學日記的定位

在進行數學日記的成果分析之前，首先要為「數學日記」在這次數學步道主題式教學活動裡的定位，做一番解釋。在本研究之中，數學日記並不是課堂講解的抄錄本、也不是回家作業的習題簿，而是一塊留白的思考空間。在考試文化的主導下的教學，老師們在課堂中比較重視學生學習行為的操練，包括大量習題練習和考試。相對的，在本研究中數學日記所重視的是學數學時「學生內在的心理歷程」。相對於連綿不絕的數學知識聽講、吸收、演練、計算，我們在教學之中反而是引導出更多提問與認知的衝突，在學生自行追求答案的過程中，數學日記就提供了這個思考的空間，於是，學生所完成的數學思考是內發的。用個比喻來說，課內操練的學習像是將米煮成飯，是有形的改變；數學日記的學習像是將米釀成酒，是本質的改變。老師在課堂上提供酵素，而學生用一篇又一篇的數學日記，來醞釀數學的芬芳。所以，數學日記在本研究中的定位，應該是在引發學生內在心理歷程的數學步道教學活動中，認知與情感緊密結合的探索紀錄。

二、從數學日記分析步道教學對學生的影響

數學步道主題式教學活動的目標，是培養學生高層次數學思維能力、創造力和解決實際問題的能力，也要不斷給學生「有趣」和「成功」的體驗機會，促成認知與情感緊密結合，使學生獲得可持續發展的能力，並逐步形成正確的學習態度。而從學生的數學日記中，可以看到這些方面帶給學生的影響程度。我們在許多學生的數學日記上頻頻發現高層次數學思維、創造力、解題的成就感、學習心情的紀錄……等精彩表現。然而，在某些同學的數學日記中，我們也可以看到步道教學活動的缺點與限制。以下分正面表現與負面表現來說明。

【正面表現】

◎認知方面

1. 養成數學思考的習慣與喜好

學生描述步道學習的收穫時，「變得喜歡去想」常常是數學日記中所出現的答案。在 Pattern、數形關係、相似形、函數等等的主題中，學生得到的是思想的出口，是一段思考歷程的起點，學生從中探索自己可以得到的東西。每一個學生收穫不盡相同，不過，在這些過程之中，他們都養成數學思考的習慣與喜好。

2. 運用同一個數學能力解決不同問題

在上 Pattern 這個主題的時候，剛好碰到學校課程在教畢氏定理。有一個學生，就運用歸納 Pattern 的能力，去處理畢氏組數的一般項。這本來是一個很困難的題目，但當把最小邊用奇數偶數分開討論，是可以發現其中的規律的。學生費了一番功夫處理問題，也記錄了想放棄又繼續努力的心情，當找到答案時的喜

悅是震撼的。靈活運用了在數學營裡學到的能力，去解決課內問題的推廣，這是一種學習的驚喜。也反映了學生在學習 Pattern 之後，數學能力的提升與解題信心的進步。

3. 一題多解的創意與溝通討論的好處

學生的數學日記提到：「這次的作業都還蠻簡單的，但是第 114 頁中間的那些題目真的很複雜，差點想破頭了，和家人討論的結果和正確答案實在差滿多的。沒辦法，只好星期四上數學營時，再仔細聽老師的講解。」「……經過同學的分享後，雖然大家算出來的解答是一樣的，可是『解法』卻不一樣，這樣一來，我們便可以知道另外一些自己想不到的方法，增進自己的『數學知識』！所以小組的討論&分享也非常重要！」在數學日記中，常常會有一題多解的新招式出現。還有一個例子是在驗證三角形數的一般項時，老師提供了五種方法。學生卻能在這五種之外想出其他的方法。有時候，學生無法像老師一樣看到捷徑，所以，他們就用他們所能想到的第一步去走解題的路，常常比老師的解法複雜很多，卻也常常看到了老師想不到的解法。老師在數學日記上給的評語是：「繞路，有時會看到更多的風景！」其實，在數形迪士尼樂園的這個單元中，一題多解的例子層出不窮，學生充分發展了解題的創意與堅持，可以算是這一個步道單元的特色。

4. 學生發現錯誤的價值與記錄分析的重要

這是在推論星形多角形時，學生所提出的一種解法。這種解法誤認為正多邊形的每個角被等分了，所以得到錯誤的答案。但是，他卻由這個錯誤中，發現了正多邊形的每個角其實是被「有規律地」切分的，從這點延伸出一個正確而奇特的解法。學生在這次的數學日記中，發現錯誤的價值與記錄分析的重要，也看到學生思考力的延展性。

5. 獨立學習的可能性

當在討論星形多角形內角和時，有一個學生在日記中嘗試五角星形不同的證明方法。而另外有一個同學，卻是討論出星形多角形內角和的一般式，徹底把星形多邊形歸類、連接點的變化給予圖示、觀察內角和與外角和，做一份極完整的整理。（見附錄）由此可見，學生數學能力的展現與獨立學習的可能性。我們也看到了一個題目之下，不同的學生身上會有不同的發揮。

6. 體會證明的意義並自行檢驗命題正確性

「做 n 邊形的內角和公式第一個要知道三角形內角和 180 度。這個大家都知道，但當老師問證明，又沒有人有明確的說法。可見，在小學的教育，老師的話如同聖旨，竟然沒有去質疑或提問！？包括我在內！最後，我們共同討論出 3 種方法來證明！接著我們一起解握手的問題，我又發現，很多問題不能只看結果，要在過程中找 Pattern！吳老師更要大家發表『找 Pattern 的第一步』其中列數列、

列表、從小數找起和畫圖都是不錯的方法，可以學起來以後多加利用，可能事半功半喔！」學生感受到所謂正確性的意義時，便能對數學證明有所體會，並對數學證明底下的知識產生信賴與仰慕。還有一個學生在討論證明的意義過後，在數學日記寫了一 rap：「喔，數學不行（這是好到不行的意思），真理會永存，會對社會有所貢獻，學數學的人不會老，因為他們天天都在吸收，吸收新的知識新的法寶，喔，數學不行（好到不行）數學不像物理，證據夠多，你說的話就是真理。相信我，放開你的手去學習，數學的世界，沒有聰明與否的距離，只有努不努力的差異，喔，people let's go，放開手去學習，你會發現，原來數學如此有趣。」他的 rap 歌詞中把數學的邏輯演繹和自然科學中的實驗證據區隔開來，從這裡看到證明微妙，也看到了學生面對數學證明所觸發的感想與創意。

7. 在生活中融入數學的思考並解決生活問題

學生的數學日記提到：「學一筆畫接近兩個月了，我現在看到日常生活中的物品，都會讓我都去算算它的奇點和偶點，有時我還算出從一個地方到另一個地方的最短距離，而且可以替我省不少時間和體力，可見數學多麼有用呀！」、「因為上了許久的數學營，使我在日常生活中，任何小事，皆會被我數學化，看到一個圖形，就開始求證它是否可以一筆畫，或者媽媽要買菜時想逛遍市場，我便在腦中開始幫她設計一條最短路徑，這些想法令我自己十分震驚！」學生在數學步道的學習中，不只是從生活情境中學習數學，還能把所學的數學融入生活情境。在這樣的一來一往之中，數學和生活更是緊密結合了。

◎ 情意方面

1. 體驗解題樂趣與獨立挑戰成功的滿足感

學生的數學日記提到：「我覺得這些胚騰好好玩喔！雖然有時候算出來的答案和別人一樣，但『解法』卻不同：……雖然『走捷徑』的看起來比較輕鬆容易，但其實有時候『繞路』反而比較能體會解胚騰樂趣！」「我覺得解這些胚騰真好玩，而且解完了之後還會有很大成就感。就像之前我在想游泳池平行四邊形那一題時，我一直以為很複雜，站在游泳池邊苦惱了半天，但我最後回家時再想一想，才發現，其實只要用對方法，要找出答案並不困難，而且解出答案之後還有一種成就感。」、「找出 pattern 的快樂，真是難以言喻！」「當在思考切蛋糕類型題目，能把立體物品，畫成長方體比較容易思考！！這次的活動，讓我在我的成就表上，又劃上一橫，真開心。數學營能使我增加成就感。」在向學生的訪談過程中，也有學生提到，寫數學日記雖然十分辛苦，但是，獨立挑戰成功的滿足感，卻是能讓他們持續的原動力。

2. 運用數學營學到的內容與方法所獲得的成就感

學生的數學日記提到：「……國小五年級的表妹打電話『求救』她有數學問題要問我，……這是我第一次實際將數學營教的數學概念運用在生活中，超有成

就感的!!!」我發現那個『對角線』問題 & 『握手』問題很像，只是和握手問題比起來，『對角線』等於除了自己之外也不能和『旁邊』的人握手。我覺得這些題目滿好玩的，.....經過畫一些草圖還有往別的方向思考的方式，這樣就比較容易想出答案了.....」、「在做作業時，我如果遇到可用實物去試驗的，我都會找題目上的物品，或相似的東西真的去嘗試看看，去剪、去割，然後測個一兩題，再慢慢推出規律，並解出答案，解出來之後得到的成就感真是無法形容，說一句實在話，“大部分的數學對我來說，仍是有趣的”，至於那小部分，就得靠自己多加學習和努力囉！」「這次很多題目都有做出來，覺得特別有成就感呀！其實如果能善加利用每一種教過的方法，再加以思考，就能得到答案，感覺真不錯！」當學生發現學數學除了添加考卷上的分數之外，還能夠發揮實際作用，對數學的觀感與興趣就出來了。再加上這個發揮出來的實際作用是從自己的手中做出來的，更讓學生難忘這一份成就感。

3. 體會數學的神奇與對生活的重要性

學生的數學日記提到：「這是我第一次接觸函數，老師用最簡單且生活化的方式舉例說明，讓大家一聽就懂，並能“舉一反三”，真的好棒！」今天，我們再次體會數學對生活的重要性，那也是需要我們自己用心領悟的呢！」另外今天特別有趣的就討論美食了，有麵條數、馬鈴薯數和 pizza 數，我之前都沒想到在生活中竟然有那麼多跟數學有關的東西，這讓我深刻體會到數學是如此地神奇！不只這樣，老師還讓我們吃蛋糕，真的太棒了，謝謝老師！」如何在固定刀數中運用分割的方法把蛋糕切成最多塊，這個問題曾有學生回應說：這是他在數學中印象最深的一個題目。學生漸漸發現生活中原來就有數學，只是以前「看不出來」，在數學步道的學習之後，看一樣的東西卻會有不一樣的視野，因為看到了生活事物背後的數學世界了。

4. 感受數學題材和上課的趣味

學生的數學日記提到：「我從來沒看過這麼好玩的題目」、「我的 show time！ $9 \times 9 = 81$ ， $99 \times 99 = 9801$ ， $999 \times 999 = 998001$ ， $9999 \times 9999 = 99980001$ ，.....這種數字不管乘多少次，都不會不見，我最喜歡這種可愛的數字了。」今天老師上課的時候又讓大家先看一段關於函數的小影片，其中有一段是關於黑盒子，把獅子圖片放進去，青蛙就會跑出來，放入銀幣，跑出來的是金幣，實在是很有趣。.....之後老師還會講到什麼是正比例函數，真的是越來越刺激了，希望下節課趕快到來。」數形規律與函數變化等教材，在步道教學中以一種親切有趣的面貌呈現，讓學生越來越想學數學。

5. 將非認知領域的心境加入數學活動之中

學生的數學日記提到：「慘白的紙上，留下我原子筆的痕跡，我正錯字不停的書寫著。窗外風雨正大，透露出某種蕭瑟，燈下，我迷惘，迷惘在 Pattern 規

律的迷宮走廊，沈思著，出口在何處？在哪個地方？眼前，是這些令我愛恨交加的符號，他們正輕笑慢舞著……，笑著我的無知與茫然。我便在這樣得數學迷宮裡，挖掘智慧的保障。」有一個俄國數學家曾經說過：「每一種數學活動都要加入一些非認知領域的東西，才會更完整。」也正因為在學習之中加入了多一分的感情，讓有些學生感覺自己的數學很有「珍藏的紀念價值」呢！

6. 體驗做數學時辛苦中的快樂

學生的數學日記提到：「對我來說，數學帶來的不只是樂趣而已，更重要的是，它總是伴隨著前所未有的挑戰！」從學生的數學日記的種種思索與心情描述，可以發現，他們在學數學的過程可以說是嘗盡酸甜苦辣。其中酸苦辣的時候多，甜的時候少；不過這一點點甜，就足以抵消所有的酸苦，也許這正是數學思想微妙的力量吧！但是，因為升學壓力，學生在長期反覆「練習」一些數學知識的結果之下，這些酸甜苦辣的感覺被忽略、淡忘、甚至消失了！然而，這次卻能從學生的數學日記中，找回了一點這樣的感覺，是一件美好的事！

【負面表現】

並不是所有的學生都熱中於數學日記。還是有些學生非常不善於寫作，也有學生覺得數學日記十分無聊。在老師的引導與指導之下，仍有幾個學生覺得數學日記很無聊，每次都不知道要寫什麼。我們發現，有些長期累積的負面學習態度，對學生影響甚大。有些學生是不喜歡開放性問題的，只是等結論出現時，熟悉一套法則去解題，這樣的學習只適合寫考卷，卻寫不出數學日記了。然而，對於幾個同學的這些操練式的學習習慣，我們沒有成功地在這段期間將它扭轉，可以從這裡檢討數學步道的教材與教法，是否有更強而有力的突破方式。

這些同學中，有一位從參加數學營開始，就對數學日記感到反感，一直到數學營結束不曾改變。但是，在數學營結束之後，和他訪談的結果是：他對數學營的感覺很複雜，不是單純的缺乏學習意願，而是一種必須把成績擺第一位，然後，繼之而來的是無力感。他說：如果在數學教科書和數學營教材之間作選擇，他會選擇數學營的學習。但是，在他不得不投入的課業過後，他已經沒有力氣去思考難題或寫數學日記了。所以，現行考試引導教學的教育體制，是主題式數學步道教學要影響學生的學習態度時，必須考慮到的一項重大限制。

第四節 綜合討論

一、探討學生數學能力

底下，將七升八年級與八升九年級的數學能力表現圖一起進行分析。

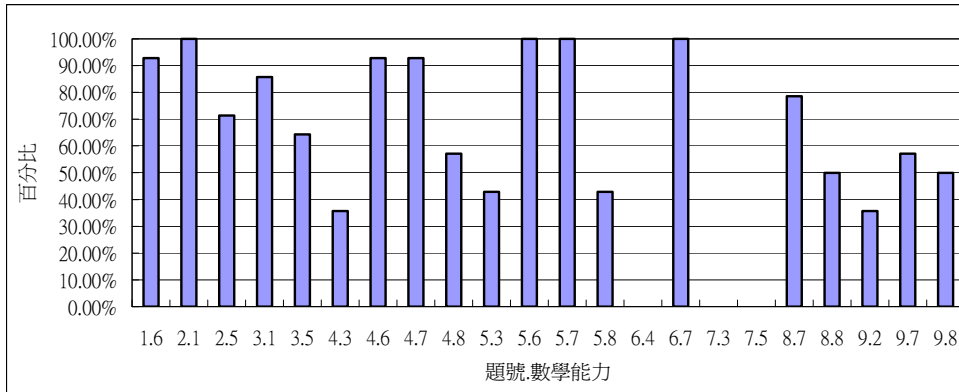


圖 4-3 七升八年級數學能力後測

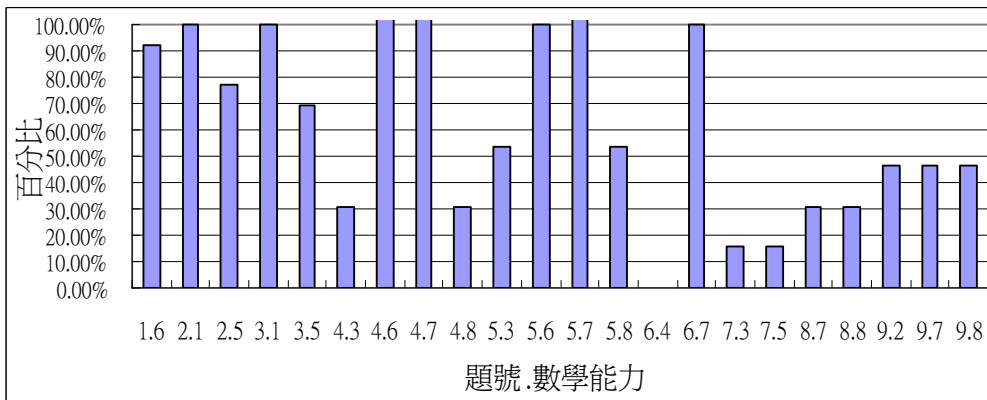


圖 4-1 八升九年級數學能力後測分析圖

(一) 由圖 4-1 與圖 4-3 可以看出學生的數學推理是沒有表現出來的，這說明數學推理對於國中學生而言，是比較難以駕馭的一部分。

(二) 由圖 4-1 與圖 4-3，也可以看出在項目 4.8、5.8、8.8、9.8 學生答對的比例並不大，這表示數學步道的教學中，比較難使學生建立完整的數學概念，這或許是因為數學步道主題式教學比較強調數學跟生活的連結與創意思考，而較缺乏重複的紙筆運算來建構數學概念，這也是以後我們必須想辦法克服的一個問題

(三) 實驗班的學生的第一種數學能力 (數學思維)、第五種數學能力 (數學表

徵)、第六種數學能力(符號化和形式化)與第七種數學能力(數學溝通)是比較強的。而這四種能力,確實在實驗教學中特別強調的。

(四) 有些能力的表現可能會隨著題目的不同,而有差距極大的呈現

第五章 結論與建議

本研究的主要目的是探討數學步道之主題式探究學習，對於學生能力及態度上的影響，以及學生對於各種數學步道題材的看法與態度。

第一節 結論

綜合本研究的研究問題及發現，我們獲致以下結論：

一、在數學能力方面

本實驗教學可以有效的提升學生的數學思維、數學表徵、符號化和形式化與數學溝通四種數學能力。

二、在數學態度方面

本實驗教學看不出學生的數學態度變化，但是，這可能是因為學生本來數學態度就十分良好，所以較少進步的空間。

三、對於數學步道題材的看法與態度

大部分實驗班學生認為「數學步道主題式教學」的活動可以提升數學能力、學習如何思考數學、而且題目具有挑戰性。

大部分實驗班學生認為「數學日記」與「討論發表來完成學習單」的學習模式，可以提升數學能力、學習如何思考數學、而且題目具有挑戰性。

也就是說，大部分的學生對於數學步道題材的看法與態度是屬於正面。

第二節 建議

茲根據本研究結論，我們分別對國中數學科教師及教育行政單位提出具體的建議。此外，並提出對於後續相關研究之建議，以供未來有興趣從事此一方面研究者之參考。

一、對國中數學老師的建議

- (一) 學習動機的引發和保持，是數學教學最不容易達成的挑戰，尤其當我們期望學生能學到深刻的數學內涵，以及獲得高層次思維能力的培養時，更屬不易。從實驗課程的統計和訪談結果分析，我們發現要讓學生持續保有學習和探索的興趣，老師需要時常變換不同的教學場域、不同的教

學方式，進行互動式的討論教學法，例如戶外活動教學、電腦教室操作活動、教室的小組討論、溝通發表、競賽式解題、即時回饋鼓舞，都是學生喜歡的。教師不要老是運用講述式教學法，否則學生會覺得只是另一堂普通的數學課，而激不起學習的慾望。學生對這個實驗課有所期待，他們想進行一場—不同於一般數學課—不一樣的課程，因此，我們希望活動多一點，趣味性多一點，不希望只是另一堂數學課的翻版。

- (二) 同一份數學步道教材或教案，給不同的老師使用上，會帶出不一樣的風貌，促成不一樣的學習效果。因此，每一堂課對老師而言都是新的挑戰，需要充分備課，才能讓學生體驗優良的上課品質。此外，老師本身具有活力、帶勁，並且表現對數學教學的熱情與熱愛，都同時會給學生帶來正向的鼓舞力量，對數學學習產生正面的觀感。
- (三) 妥善運用數學日記，成為暢通師生情感交流的溝渠。日記中學生的解題苦樂、悲喜都會呈現出來，從中也讓老師瞭解到他們的認知與情感是如何參與學習？利用這個機會，老師要多給學生正向的文字鼓勵，多些筆墨描述卻能贏得學生滿心歡喜、回味無窮，何樂不為？
- (四) 設法給予每個學生有成功的體驗和挑戰難題後的滿足感，並適時捕捉個別學生的高峰經驗，給予即時回饋，這會讓孩子們繼續保持探索的動機，或許因而促成了他們終身的學習追尋！
- (五) 數學步道除了主題式設計之外，也能研發一些短而美的題材，尤其能搭配教科書內容的會更好，它們在常態班更容易實施，效果會更好！
- (六) 由本研究發現，學生的數學推理是比較弱的，所以，往後數學步道的設計，建議可以強化數學推理的訓練材料。
- (七) 實驗班課程若安排在平時，則需要行政的支援，例如協助安排配合的相關課程和上課時間等，因為需要取捨，所以，會有排擠效應一來上實驗班的課便無法和原班一起上課—，歷程中充滿變數。因此，我們建議教師在申請計畫時，需要考量長期而穩定的上課時間，否則可能會有中輟的危機出現。

二、對教育行政單位的建議

- (一) 上半年本校校長、教務處、導師和原班數學老師都給予我們充分的支援，包括：排課時間、配合課程，讓整體實驗課程運作相當順暢。本學期教務主任、教學組長換新人，排課經驗略為不足，雖然研究者在暑假時便一再提醒排課問題，但仍然沒有受到重視，致配合課程和學生喜愛的科目重疊，引發學生抗議與反彈。為了進行彌補，剛開學時研究者提請教務處能更改搭配的課程，但全校重排課表時，實驗班的需求仍然沒有被優先考量，部分學生也因為期望落空，於是選擇退出實驗計畫，令人遺憾！

建議學校行政單位，既然答應研究者在提計畫之初所列種種配合事項，便應全力支援、促成，即使人事更動，也應維持原議而優先考量，否則將折傷學生的受教權益和教師的教學與研究熱情。

- (二) 學校行政單位應盡量提供充足的設備、資源和教學場地，協助老師順利完成教學實驗工作。協助老師催促研究經費的撥發，以及簡化經費的核銷手續。只要是合理的要求，老師們會充分配合，但若為了方便行政作業程序，致壓縮老師們完成計畫的時間，或因此讓報告品質下降，也將折損老師的熱情。

三、對於後續研究之建議

本研究基於主、客觀因素不易配合，尚有許多未盡理想之處，有待進一步的相關後續研究，茲說明如下：

- (一) 本研究當初設定的研究對象為資優學生（其實是學業成績表現在班上前1/6的學生），但因為本校並沒有設立資優班，這些學生非經過特殊教育管道鑑定，所以，後續研究可以針對真正的資優學生，這是另一個值得探究的課題。
- (二) 本研究所挑選對象都是經過導師或數學老師推薦，這些學生平時對數學的學習，可能已有相當的偏好，所以，進班之初已有相當好的學習態度和習慣，因此，在學習態度一項比較看不出明顯的差異。如果挑選有學習潛能，但成績不高或對數學觀感不佳的學生，或許比較能看出學習態度的顯著差異，這是後續研究上，值得嘗試的一個面向。
- (三) 數學步道主題教學，目前還不能完全取代教科書的教學，多開發能與教科書主題相關的步道題材，對於學生感受數學學習「有趣」和「有用」，將有正面的提升效果，這是相當值得研發和重視的課題。
- (四) 數學步道主題設計和學生參與的關係，亦即什麼樣的數學步道內容有助於引起學生的參與，特別是促進情感參與和認知參與？
- (五) 可再設計如何提升學生數學概念的數學步道教學。
- (六) 有些能力的表現可能會隨著題目的不同，而有差距極大的呈現。因此，在判斷學生是否具有某種數學能力時，宜使用不同題目來測量同一種數學能力。

參考文獻

- 孔企平 (2003). 數學教學過程中的學生參與。上海：華東師範大學出版社。
- 朱建正 (?). 天母忠誠公園數學步道。台北市：少年科學教育中心。
- 林碧珍 (2001) 發展國小教師之學生數學認知知識——理論結合實務研究取向的教師專業發展。台北：師大書苑。
- 林壽福 (2003). 胚騰 (pattern) 就在您身邊——不一樣的數學步道。台北：興雅

- 國中。
- 林壽福 (2006). 數學樂園——從胚騰 (pattern) 學好數學。台北市：如何出版社。
- 姚如芬 (1993). 高雄地區高中一年級學生數學學習態度與其數學學習成就之相關研究。國立高雄師範大學數學研究所碩士論文。
- 高毓婷 (2001). 多元評量對國中數學學習的影響與研究。國立台灣師範大學數學研究所碩士論文。
- 郭靜姿 (2005). 中學科學資優教學網。Internet. 2006/12. Available :
http://www.ntnu.edu.tw/spc/midschool/html/plan_1.html
- 黃志賢 (2003). 九年一貫數學能力結構的文獻分析。Internet. 2003/08. Available :
http://www.math.ntnu.edu.tw/~cyc/_private/mathedu/me9/nineyear/index.htm
- 黃文振 (2006). 台北市特殊優良教師專輯。台北市：台北市政府教育局，PP.21~22。
- 曹亮吉 (2003). 阿草的數學聖杯。台北：天下文化。
- Shield, Mal; Swinson, Kevan (1997) Encourage learning in mathematics through Writing. *Australian mathematics teacher* vol. 53 no 1
- Andrews, P. and Hatch, G. (2000). A comparison of Hungarian and English Teachers' conceptions of mathematics and its teaching. *Educational Studies in Mathematics* 43, 31-64.
- Aspin, D.N. (2000). Values, beliefs and attitudes in education: The nature of values and their place and promotion in schools. In M. Leicester, C. Modgil (Eds.), *Education, Culture and Values* Vol.2 (pp.130-143). London: Falmer Press.
- Dougherty, Barbara J. (1996). The Write Way: A Look at Journal Writing in First-year Algebra. *The Mathematics Teacher* 89, No. 7.
- Fennema, E. & Sherman, J. (1977). Sex-related differences in mathematics achievement, spatial visualization, and affective factors. *American Education Research Journal* 14(1), 51-71.
- McLeod, D.B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualisation. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.575-596). N.Y.: Macmillan.
- McLeod, D.B. (1988). Affective issues in mathematics problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematics Education* 19, 134-141.
- Richardson, V. (1996). The role of attitude and beliefs in learning to teach. In W.R. Houston (Ed.), *Handbook of Research on Teacher Education* (2nd ed.) (pp.102-119). New York: Macmillan.

趣味數學測驗

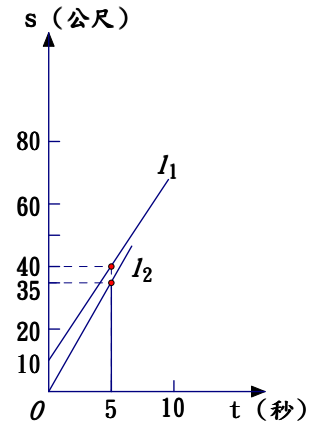
年 班 號 姓名：

1、教授因公務繁忙，擬申請手機使用。某電信公司手機的 A 類收費標準如下：不管通話時間多長，每部手機每月必須繳月租費 600 元，另外，每通話 1 分鐘繳費 7 元。

- (1) 寫出每月應繳費用 y (元) 與通話時間 x (分) 之間的關係式。
- (2) 如果用戶這個月通話時間為 150 分鐘，他應繳多少元？
- (3) 如果用戶本月預繳了 1000 元的話費，那麼該用戶本月可通話多長時間？

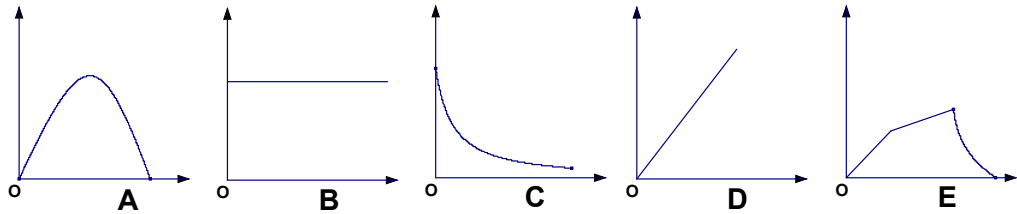
2、阿寶與同學大雄進行一百公尺賽跑，阿寶比大雄跑得快，如果兩人同時起跑，阿寶肯定會贏。現在阿寶讓大雄先跑若干公尺，右下圖分別表示兩人的路程與阿寶追趕時間的關係。

- (1) 哪一條線表示阿寶的路程與時間的關係？
- (2) 大雄比阿寶先跑了多少公尺？
- (3) 誰將贏得這場比賽？



3、下列各現實情境，分別可以用哪一幅圖來近似刻畫？

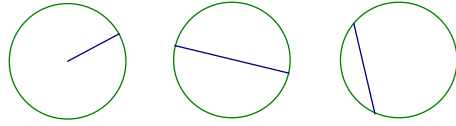
- (1) 100 公尺短跑 (速度與時間的關係)
- (2) 一杯逐漸涼了的水 (水溫與時間的關係)
- (3) 一面冉冉升起的旗子 (高度與時間的關係)
- (4) 等速度行駛的汽車 (速度與時間的關係)
- (5) 足球守門員大腳開出去的球 (高度與時間的關係)



4、八戒利用小萱她們裁剪下來的圓形紙板，設計題目如下，試著讓同學發現下列各種狀況中的數型關係：

- (1) 分別就不同數目的半徑、直徑、弦，求其所能分割圓的最大區域數，並

填入下表中。研究每一種數型，並猜測下一項是多少？最後歸納出每一種數型的一般公式。



A. (☆☆)

半徑數目	1	2	3	4	5	n
最大區域數							

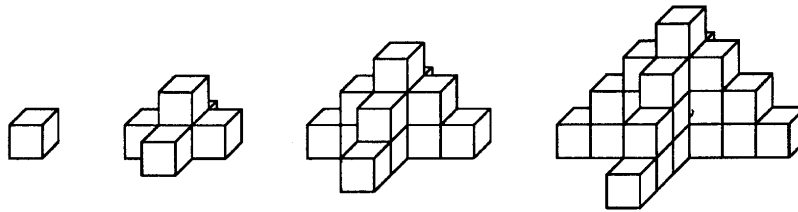
B. (☆☆)

直徑數目	1	2	3	4	5	n
最大區域數							

C. (☆☆)

弦數目	1	2	3	4	5	n
最大區域數							

5、如果把下面的模型延伸，在第 100 個木堆中，木塊的總數是多少？若第 n 個木堆呢？

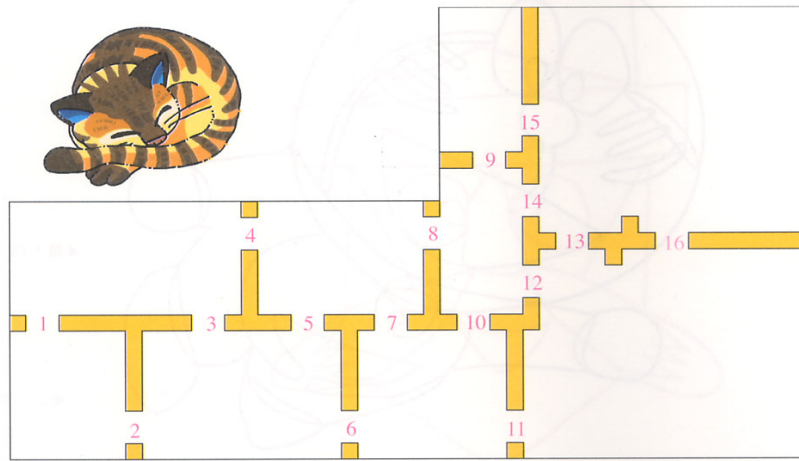


木塊高度	1	2	3	4	5	6	...	100	...	n
木塊總數										

6、試問 3^{1996} 的個位數是多少？以及十位數是多少？並說明為什麼？

7、請設計出一個鑲嵌圖形？並說明你用了什麼方法呢？

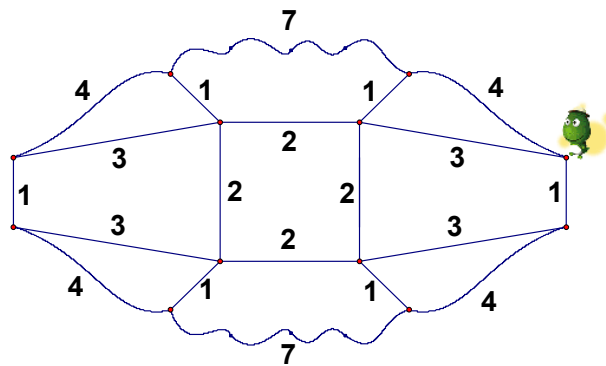
- 8、下圖是貓咪家的房間示意圖。有沒有哪一條路線，可以讓小斑正好經過每個房門一次而不重複？



9、(中國郵差問題)

管梅谷先生是中國當代偉大的數學家之一，在文化大革命的時候，他被下放到郵局工作。在工作當中，他開始思考郵差送信的路徑問題，這個有趣的問題後來就成為著名的「中國郵差問題」。

下圖為某座城市的街道圖，數字表示點與點之間的路程。X 點表示郵局所在地，每天郵差必須從 X 點出發，每條邊（街道）至少走過一遍，以服務鄉里，最後再回到郵局。請問你有沒有比較聰明的方法，讓郵差先生少走一些距離？



附錄二、數學態度量表①

各位同學：

這是一份關於**行為**參與的數學態度問卷，想瞭解你對數學學習的看法。這不是考試，答案沒有對錯之分，更不會影響到你的成績，也不會對外公開，所以不用顧慮太多，只要將你心裡面真正的想法表達出來，勾選與你的意思最接近的答案即可。謝謝您的合作！

指導教授：洪萬生、洪有情

臺北市立興雅國中 研究人員：林壽福、吳如皓、劉奕漢

臺北市立龍門國中 研究人員：鄭勝鴻

中華民國 年 月 日

姓名：_____ 性別： 男 女（圈選）

	非 常 不 同 意	不 同 意	不 一 定	同 意	非 常 同 意
1. 在數學課上，我聚精會神地聽老師的講解。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. 對於難的問題，我會持續鑽研。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. 當討論新的數學知識時，我經常發言。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. 如果我一時得不得出一個正確答案，過一段時間我會想出來。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. 我在數學課上很盡力。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. 如果我第一次不能把問題解答出來，我會再試下去。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. 當老師提出新的數學知識時，我注意力總是非常集中。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. 當我解題發生錯誤時，我最後總是能糾正。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. 我在數學課上用一切辦法使自己明白老師講的內容。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. 當我持續解決問題時，一般我能夠得出正確答案。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. 我經常參加數學課上的討論。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. 如果我不能一下子把問題解出來，我會一直試下去，直到解決問題為止。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※請在下列問題合適的方格中打勾：

13. 在一個正常的上課日，你一般花多少時間在課後學習數學（不包括補習時間）
或做家庭作業？

不花時間 大約 15 分鐘 大約半小時 大約 45 分鐘 大約 1 小時或以上

14. 在一星期中，除了完成上述數學作業，你通常花多少時間用於課外數學學習？
（例假日和包括補習時間）

不花時間 大約 1 小時 大約 2 小時 大約 3 小時 大約 3 小時以上

附錄三、數學態度量表②

各位同學：

這是一份關於**情感**參與的數學態度問卷，想瞭解你對數學學習的看法。這不是考試，答案沒有對錯之分，更不會影響到你的成績，也不會對外公開，所以不用顧慮太多，只要將你心裡面真正的想法表達出來，勾選與你的意思最接近的答案即可。謝謝您的合作！

指導教授：洪萬生、洪有情

臺北市立興雅國中 研究人員：林壽福、吳如皓、劉奕漢

臺北市立龍門國中 研究人員：鄭勝鴻

中華民國 年 月 日

姓名：_____ 性別：男 女（圈選）

非 不 不 同 非
常 同 一 常
不 意 定 意 同
同 意 意 意 意
意

1. 在數學課上，我感到數學知識很有趣，因此我覺得數學學習很快樂。
2. 雖然數學學習很艱苦，但我感到完成數學學習任務是愉快的。
3. 在數學測驗的時候，我感到很緊張。
4. 當老師第一次解釋新的學習材料時，我感覺厭倦。
5. 我覺得數學學習是快樂的，我對解答數學問題很有興趣。
6. 雖然學習數學有一些枯燥，但是能取得好的數學成績我感到很高興。
7. 在數學考試時，我總是有些擔心。
8. 在學校中學習新的材料時，我覺得很疲勞。
9. 當我在做數學課堂作業時，我覺得有滿足感。
10. 雖然數學學習很艱苦，但是爲了取得好的數學成績，下苦功學好數學是值得的。
11. 我在數學考試時，一遇到不理解的數學知識時，

- 就會很緊張。
12. 我不太喜歡上數學課。
13. 我對數學知識總是很好奇，我覺得數學學習很快樂。
14. 雖然數學學習很艱苦，我下苦功後能取得好成績，我感到滿足。
15. 我很擔心自己的測驗分數不理想。
16. 我很討厭做數學習題。
17. 當我們開始學習新知識時，我覺得有些興奮。
18. 雖然數學學習很艱苦，但只要取得好的數學成績，我仍然覺得很快樂。
19. 在數學測驗時，當我不能解決數學題的時候，我感到很焦急。
20. 我對學習數學感到厭倦。
21. 我對解答一些新的數學問題總是非常有興趣，數學總是給我帶來快樂。
22. 雖然數學學習很艱苦，但取得了好的數學成績，總給我帶來成功的滿足。

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

附錄四、數學態度量表③

姓名：_____ 性別：男 女（圈選）

- | | 非
常
不
同
意 | 不
同
意 | 不
一
定 | 同
意 | 非
常
同
意 |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1. 我發覺牢記公式和方法是學習數學的最好方法。 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. 當我學習數學時，我會去想想所學到的東西在現實生活中有多大用處。 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. 學習數學的最好的方法是聽從老師的安排。 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. 學習數學時，我喜歡記憶那些需要學習的公式、規則等，多過對它們的理解。 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. 閱讀新資料時，我會聯想起學過的東西，並會對這些東西有新的瞭解。 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. 按照老師安排學習，是最有效學習數學的方法。 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. 我覺得記憶一個課題的事實與細節，比全面理解更好。 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. 我在讀數學課本時，經常思考其中有哪些是要確實掌握和理解的要點，而不是簡單的把課本看完。 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9. 老師教什麼，我就學什麼。 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 10. 在數學學習中，記憶應用題的解題方法是非常有用的。 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 11. 我努力把數學課中所學到的知識，與生活中遇到 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

- 的事情或其他學科中學到的知識聯繫起來。
12. 老師怎麼教，我就怎麼學。
13. 在數學學習中，我喜歡記憶解題的方法，這是很有效的方法。
14. 我會花課外時間去加深對有趣的數學知識的認識與理解。
15. 我一般用和老師相同的方法解決數學問題。
16. 我覺得通過反覆解題來記憶數學知識是學習數學的最好方法。
17. 在學習數學過程中，我總是向自己提出一些問題，這些問題幫助我理解主要內容。
18. 老師怎麼解題，我就怎麼解題。
19. 我覺得記憶數學知識比理解它更有效。
20. 課堂上討論過的有趣問題，我會用很多空餘時間去增加我對它們的認識。
21. 在數學學習中，老師怎麼安排，我就怎麼學習。

附錄五、對「數學步道實驗班教學」看法問卷

對「數學步道實驗班教學」看法問卷

各位同學：

這是關於數學步道教學的回饋問卷，您所寫的任何文字都不列入評分，也沒有所謂的對與錯問題，只是在瞭解您對數學步道學習方式的看法，所以請您放心並且據實作答，把心裡的真實感受寫出來。謝謝您的合作！

年 班 號 姓名：

1 我覺得「數學步道主題式教學」的活動

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1.使得數學變得有趣 | <input type="checkbox"/> 9.我覺得學習過後我毫無改變 |
| <input type="checkbox"/> 2.可以提升我的數學能力 | <input type="checkbox"/> 10.沒有什麼特別感覺 |
| <input type="checkbox"/> 3.可以提高我的數學成績 | <input type="checkbox"/> 11.讓我有挫折感 |
| <input type="checkbox"/> 4.讓我知道如何思考數學 | <input type="checkbox"/> 12.會浪費上課的時間 |
| <input type="checkbox"/> 5.學習的題目具有挑戰性 | <input type="checkbox"/> 13.讓我對學習數學的態度變消極了 |
| <input type="checkbox"/> 6.學習的過程很好玩 | <input type="checkbox"/> 14.很麻煩 |
| <input type="checkbox"/> 7.讓我對學習數學的態度變積極了 | <input type="checkbox"/> 15.很無聊 |
| <input type="checkbox"/> 8.使得數學對我來說變得更有意義 | <input type="checkbox"/> 16.其他_____ |

2 我覺得「數學日記」與「討論發表來完成學習單」的學習模式

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1.使得數學變得有趣 | <input type="checkbox"/> 11.我覺得學習過後我毫無改變 |
| <input type="checkbox"/> 2.可以提升我的數學能力 | <input type="checkbox"/> 12.沒有什麼特別感覺 |
| <input type="checkbox"/> 3.可以提高我的數學成績 | <input type="checkbox"/> 13.讓我有挫折感 |
| <input type="checkbox"/> 4.讓我知道如何思考數學 | <input type="checkbox"/> 14.使上課的進展速度緩慢 |
| <input type="checkbox"/> 5.學習的題目具有挑戰性 | <input type="checkbox"/> 15.花費我太多時間 |
| <input type="checkbox"/> 6.學習的過程很好玩 | <input type="checkbox"/> 16.我不知道如何去參與 |
| <input type="checkbox"/> 7.讓我對學習數學的態度變積極了 | <input type="checkbox"/> 17.讓我對學習數學的態度變消極了 |
| <input type="checkbox"/> 8.使得數學對我來說變得更有意義 | <input type="checkbox"/> 18.很麻煩 |
| <input type="checkbox"/> 9.在過程中讓我感到自主權與參與感 | <input type="checkbox"/> 19.很無聊 |
| <input type="checkbox"/> 10.讓我學會要對自己的學習負責 | <input type="checkbox"/> 20.其他_____ |

數學日記內容

1、記錄數學課內容（概念的理解與推演）：

- (1) 解釋教材中重要範例：對一個數學過程中各步驟具解釋與辨正的能力。
能寫出「為什麼」，而不只是「做什麼」。

例 1：某校一年級有 2 班，甲班有 30 人，數學測驗平均分數是 80 分，乙班有 20 人，數學測驗平均分數是 90 分，請問該校一年級的數學平均測驗總平均是多少？1.請說明你的解題策略；2.並說明此數學測驗總平均可否用 $(80+90) \div 2 = 85$ ？

例 2：甲車以每小時 45 公里的速度行駛，乙車以每小時 60 公里的速度行駛，已知甲車已在乙車前方 90 公里，如果乙車想要追上甲車需要花多久的時間？

a. 瞭解題意

乙車在甲車後方，但是乙車速度較快，因此，乙車會漸漸逼近甲車，本題是求乙車追上甲車需要的時間。

b. 制定解題計畫

時 間	0	1	2	3	4	5	6
甲車位置	90	135	180	225	270	315	360
乙車位置	0	60	120	180	240	300	360
兩車距離	90	75	60	45	30	15	0

c. 執行解題計畫

甲車每小時 45 公里，乙車每小時 60 公里

乙車以每小時 $60 - 45 = 15$ 公里的速度靠近甲車

甲乙兩車原來相距 90 公里，所需時間為 $90 \div 15 = 6$ （小時）

d. 回顧或驗算

$$90 + 45 \times 6 = 360 \quad , \quad 60 \times 6 = 360$$

- (2) 主題的比較：「包含除與等分除的差別是……」。
 (3) 定義：「我認為線對稱是……」。
 (4) 重新審視：

例 1：「先前我認為用比率表解題很... ..，現在我認為用比率表解題很... ..」

例 2：「我覺得『耗油量』應該是『消耗的油量』，也就是跑 1 公里需要幾公升的油才對；應該不是『跑的公里數』，即 1 公升的油可以跑幾公里吧！」

2、相同或不同的解題策略：

(1) 策略使用：

例 1：「我已經知道至少四種解方程式的方法，我最喜歡哪一種？為什麼？」

例 2：「老師使用的方法我全部有想到，只有一個方法，我沒有想到，我的方法... ..，老師的方法... ..」。

例 3：「解決某問題最重要的部分是... ..」。

3、上課的疑難：具體描述我在那個關鍵點上不懂。

4、感想：

(1) 「畫一個數學家，並形容數學家是什麼」。

(2) 「畫一幅漫畫，並描述我對這堂課內容的想法」。

(3) 「我〔喜歡/不喜歡〕解應用題，因為... ..」。

(4) 「我想我是一個... ..的數學課學生，因為... ..」。

5、解決老師交代的回家功課（例如：挑戰題）。

6、學習習慣：「當我準備一個幾何隨堂考試時，我... ..」。

「當我看到一個應用問題，我所做的第一件事是... ..，然後... ..」。

7、寫一封信給朋友：

透過寫信向朋友解釋一個主題。例如：奕明這三節課沒到學校來，請你寫一封信給他，解釋“三角形的外心”。信中可以包含任何你認為他瞭解“三角形外心”時所必要的東西。」

8、自己出題自己解題，或與家長合作出題、解題。

9、語言的翻譯：將數學的符號轉化成書寫的語言。

10、即席寫作：用書寫的方式，陳述或回答問題。

附錄七、學生數學日記作品

22
144
5
720

1. 內角和
n 角星形 外角和
內角和

這"也"是 11 角形...
隔 2 尖

這是 11 角形...
隔 1 尖

這"更"是 11 角形...
隔 3 尖

隔 4 尖

五角星形: 內角和 180, 外角和 720
六角星形: 內角和 360, 外角和 720
七角星形 I: 內角和 540, 外角和 720
 II: 內角和 180, 外角和 1080
八角星形 I: 內角和 720, 外角和 720
 II: 內角和 360, 外角和 1080
九角星形 I: 內角和 900, 外角和 720
 II: 內角和 540, 外角和 1080
 III: 內角和 180, 外角和 1440
十角星形 I: 內角和 1080, 外角和 720
 II: 內角和 720, 外角和 1080
 III: 內角和 360, 外角和 1440
 IV: 內角和 0, 外角和 0

n 角星形外角和公式:

$$180 - \frac{(n-2) \times 180}{n} \times \frac{y}{n-2} \times n$$

$$= 180n - \frac{(n-2) \times 180}{n} \times \frac{y}{n-2} \times n$$

$$= 180n - 180y$$

$$= 180(n-y)$$
 7-3
4

n 角星形内角和公式: $\frac{(n-2) \times 180}{n} \times \frac{y}{n-2} \times n$
 $= 180y$. $y = \text{内角佔角平分份数}$

$\begin{cases} \text{I: } n-4 \\ \text{II: } n-6 \\ \text{III: } n-8 \end{cases}$
 此類推
 系数项
 $= (a+2)$

5 角星: 6 角星: 7 角星:
 * 類三角 * 類五角 * 類六角
 8 角星: 9 角星:
 * 類五角 * 類六角 * 類七角
 10 角星: 11 角星:
 * 類五角 * 類六角 * 類七角 * 類八角
 12 角星: 13 角星:
 * 類五角 * 類六角 * 類七角 * 類八角 * 類九角
 14 角星: 15 角星:
 * 類五角 * 類六角 * 類七角 * 類八角 * 類九角 * 類十角

$\frac{180 \times 6}{8} \times 8 \times \frac{1}{6}$
 $\frac{180 \times 6}{8} \times 8 \times \frac{1}{6}$
 $\frac{180 \times 6}{8} \times 8 \times \frac{1}{6}$

SUN-RISE

n 角星形内角和公式 I:
 $\frac{(n-2) \times 180}{n} \times \frac{n-4}{n-2} \times n$
 $= (n-4) \times 180$

n 角星形内角和公式 II:
 $\frac{(n-2) \times 180}{n} \times \frac{n-6}{n-2} \times n$
 $= (n-6) \times 180$

n 角星形内角和公式 III:
 $\frac{(n-2) \times 180}{n} \times \frac{n-8}{n-2} \times n$
 $= (n-8) \times 180$

n 角星形外角和公式 I:
 $[180 - \frac{(n-2) \times 180}{n} \times \frac{n-4}{n-2}] \times n$
 $= 180n - \frac{(n-2) \times 180}{n} \times \frac{n-4}{n-2} \times n$
 $= 180n - 180(n-4)$
 $= 180[n - (n-4)]$
 $= 180(n - n + 4)$
 $= 720$

n 角星形外角和公式 II:
 $[180 - \frac{(n-2) \times 180}{n} \times \frac{n-6}{n-2}] \times n$
 $= 180n - \frac{(n-2) \times 180}{n} \times \frac{n-6}{n-2} \times n$
 $= 180n - 180(n-6)$
 $= 180[n - (n-6)]$
 $= 1080$

内角和

n 角星形 type	I	II	III	IV	V
5	180				
6	260				
7	540	180			
8	720	260			
9	900	540	180		
10	1080	720	260		
11	1260	900	540	180	
12	1440	1080	720	260	
13	1620	1260	900	540	180
14	1800	1440	1080	720	260

11月日期	I	II	IV	IX	X
5	720				
6	720				
7	720	1080			
8	720	1080			
9	720	1080	1440		
10	720	1080	1440	1800	
11	720	1080	1440	1800	
12	720	1080	1440	1800	
13	720	1080	1440	1800	2160
14	720	1080	1440	1800	2160

太精笑了, 整理好可以参加科展!
 操弄 pattern 的技巧 極為熟練。
 可以試著找出 "形成 pattern 的原因"!
 ↳ (常常是用幾何去解)!

你獨立研究的能力, 強!

95.3.30

上-堂課 95.3.23 有討論到一題有關紅磚和白磚的問題 →

圖号	(一)	(二)	(三)	(四)	(n)
紅磚	4	9	16	25	?
白磚	2	6	12	20	?

在上課的時候就有一些同學上台發表答案，
→ 圖号 (n)、紅磚 $(n+1)^2$ 、白磚 $(n+1)^2 - (n+1)$

圖号	(一)	(二)	(三)	(n)
紅磚	$4 \rightarrow (2)^2$	$9 \rightarrow (3)^2$	$16 \rightarrow (4)^2$	\vdots
白磚	$2 \rightarrow (2)^2 - (2)$	$6 \rightarrow (3)^2 - (2 \times 3)$	$12 \rightarrow (4)^2 - (3 \times 4)$	\vdots



但我又想到另一個解法
→ 圖号 (n)、白磚 $n(n+1)$ 、紅磚 $n(n+1) + (n+1)$

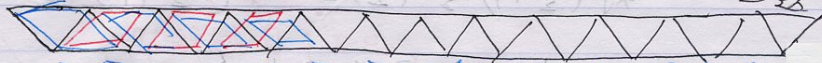
我的方法是先解出白磚。

再由白磚推到紅磚 →

圖号	(一)	(二)	(三)	(n)
紅	$4 \rightarrow 2 + (2)$	$9 \rightarrow 6 + (3)$	$16 \rightarrow 12 + (4)$	$n(n+1) + (n+1)$
白	$2 \rightarrow 1 \times (2)$	$6 \rightarrow 2 \times (3)$	$12 \rightarrow 3 \times (4)$	$n(n+1)$

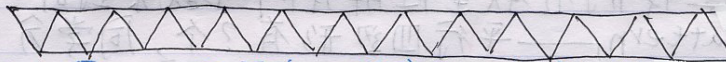
✶ 我覺得這些胚騰好好玩喔！雖然有時候算出來的答案和別人一樣，但解法卻不同：有的可能像是「捷徑」，一下就把答案算出來了；有的可能是繞了一大圈，才找到真正的「出口」！雖然「捷徑」的看起來比較輕鬆容易，但其實有時候「繞路」反而比較能体会解胚騰的樂趣！

第二關：游泳池 — 鐵架中有？個平行四邊形



≥ 3 個 \triangle \rightarrow 平行四邊形可有 2 個方向
 \rightarrow 可有多種大小 \triangle 的
 \rightarrow 奇數個 \triangle

$$(1+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1) \times 2 = 66 \times 2 = 132 \#$$



≥ 4 個 \triangle \rightarrow 可有 2 個方向，但另一個方向會少一個 \triangle
 \rightarrow 有多種大小 \triangle 的
 \rightarrow 偶數個 \triangle

$$\begin{aligned}
 &12+11+11+10+10+9+9+8+8+7+7+6+6+5+5+4+4+3+3+2+2+1+1 \\
 &= (11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1) \times 2 + 12 \\
 &= 66 \times 2 + 12 = 132 + 12 = 144 \#
 \end{aligned}$$



≥ 6 個 \triangle \rightarrow 偶數個 \triangle

$$\begin{aligned}
 &13+12+12+11+11+10+10+9+9+8+8+7+7+6+6+5+5+4+4+3+3+2+2+1+1 \\
 &= (12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1) \times 2 + 13 \\
 &= 13 \times 12 + 2 \times 12 + 13 = 169 \#
 \end{aligned}$$

\triangle 數目	≥ 3	≥ 4	≥ 5	≥ 6	n
\square 數目	132	144		169	?