

計畫編號：70

計畫名稱：「摺紙數學與資訊融入教學之課程研發、實作與推廣」

執行單位：新北市立林口國中

主持人：李政憲

電子信箱：[jenshian@yahoo.com.tw](mailto:jenshian@yahoo.com.tw)

### 一、計畫執行摘要

1. 是否為延續性計畫？（請擇一勾選） 是 否

2. 執行重點項目（請擇一勾選）：

- 環境科學教育推廣活動
- 科學課程教材、教法及評量之研究發展
- 科學資賦優異學生教育研究及輔導
- 鄉土性科學教材之研發及推廣
- 學生科學創意活動之辦理及題材研發

3. 辦理活動或研習會等名稱：「摺紙中學數學」工作坊、「資訊融入教學」、「正多面體摺紙」、「Cabri 3D」、「摺紙考題探索」、「從尺規作圖談摺紙」及「摺紙游藝與數學」等外聘講座分享；「摺紙中學數學之拼貼篇」到校分享及「從動手操作到創意發想：談摺紙與數學」全縣研習。

4. 辦理活動或研習會對象：新北市林口國中、新北市暨桃園縣數學輔導團暨台北市、新北市、桃園縣暨新竹縣市各國中小教師

5. 參加活動或研習會人數：每次工作坊暨講座約 15 至 30 人，共舉辦八場研習，並對內外教學、發表與分享逾十場。

6. 參加執行計畫人數：8~12 人（含主持人暨研究助理）

7. 辦理/執行成效：本計畫辦理逾十次的「摺紙中學數學」工作坊（圖 1），與教學現場老師討論教材的可行性；透過陳明璋教授與交大 AMA 團隊諮詢（圖 2），確認數位製作與認知理論應用；期間除了普通班、社團課與資優營隊（圖 3 至圖 6）的實作，

尚安排對校內外教師分享相關教材檔案（圖 7），並與黎明技術學院蔡宏盛等教授合作參與資訊融入教學競賽（圖 8）有幸進入複賽。此外，透過王樹文、陳建誠、彭良禎、吳秉鋒、張榮和、譚克平（圖 9 至 14）與張世宗教授等學者專家們諮詢，使相關教師對此議題了解更透澈。目前共計完成九大類別近兩百個數位檔案，藉由新北市與桃園縣輔導團協助推動（圖 15、16），期待這個議題讓更多教師重視，進而願意嘗試在教學上輔助使用，帶給學生們更多的收穫與感動。



圖 1 摺紙中學數學工作坊討論



圖 2 交大 AMA 團隊諮詢討論



圖 3 普通班摺紙教學實作



圖 4 社團課多面體摺紙教學



圖 5 社團課多面體摺紙推廣



圖 6 資優營多面體摺紙拼貼



圖 7 國教院摺紙融入數學說明



圖 8 資訊融入教學競賽討論



圖 9 專家學者諮詢(王樹文)



圖 10 專家學者諮詢(陳建誠)



圖 11 專家學者諮詢(彭良禎)



圖 12 專家學者諮詢(吳秉鋒)

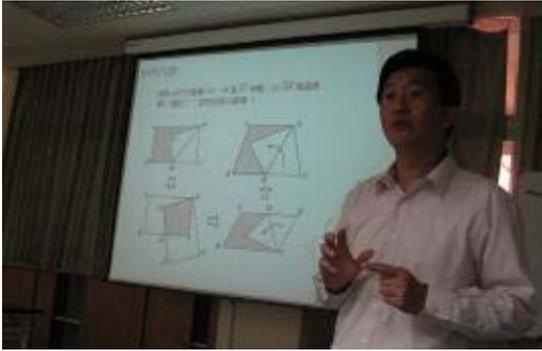


圖 13 專家學者諮詢(張榮和)



圖 14 專家學者諮詢(譚克平)



圖 15 新北市全縣教師研習分享



圖 16 桃園縣輔導團六角芒星分享

## 二、計畫目的

- (一) 製作教材相關數位檔案，整合於網路平台，讓想要使用與討論的老師與學生們更為方便；
- (二) 將相關模型與數位檔案於社團、課堂或資優營隊中施作，讓學生從操作與討論中學習；
- (三) 基於資源共享的理念，持續聘請專家學者到本校、社群或輔導團，針對老師或學生作演講及研討諮詢，積極發展可以實際運用於課堂的教材，讓教材發展更多元；
- (四) 指導有興趣的學生作專題研究，發表研究心得，並將施作與研究的心得投稿相關科學期刊，藉以驗證其專業與普及性；
- (五) 製作相關模型，並於教研會與數學輔導團中分享簡報與施作心得，吸引更多有興趣的老師們投入及參與推廣。

## 三、研究方法

接下來分為幾個向度與方式，說明本計畫目前的實施狀況：

- (一) 相關資料蒐集：

結合筆者已有相關資料，添購所需書籍，配合網路資料，整合一套有系統的教材。目前累積已添購的相關書籍近百本（如參考資料書籍部份）。

## （二）摺紙簡報製作：

藉由相關文獻之補齊，設計發展一套關於摺紙與數學之數位教材，以下將相關資料完成簡報分幾何性質、正多邊形、平面造型、正多面體、立體造型、摺紙作品、教學心得、中學數學與幼兒教學九類近 200 種（如附件光碟），並針對以下國中課程內容加以探討：

1. 摺紙的對稱性：含線對稱與點對稱與摺法的相關探討（八下、延伸）；
2. 摺紙的定量探討：含角度、線段與面積關係的相關計算（八下、九上、延伸）；
3. 摺紙的全等與相似：摺紙完成圖與展開圖的比較，探討多邊形的全等及相似關係（八下、九上、延伸）；
4. 摺紙與多邊形：摺紙完成正多邊形的準確性及相似性探討，進一步探討其拼貼與密鋪的可能性（八下、延伸）；
5. 摺紙與立體圖形：透過摺紙完成正多面體，進一步探討其數學性質（八下、九上、延伸）；
6. 摺紙與尺規作圖：探討摺紙與尺規作圖的相關性與差異性（八下）；
7. 其他摺紙與數學：如摺紙考題及造型摺紙等（綜合、延伸）；
8. 摺紙與幾何公設：探討幾何公設如何應用於摺紙中，以及摺紙中的不變性（延伸）。

## （三）摺紙教材施作：

就以上完成的教材簡報及數位檔案，挑選部份教材，藉由小眾、社團或資優營隊，分享所設計之教材與製作成果，吸引更多學生對這個議題有所興趣，進而投入研究。筆者並於今年針對部份內容先後完成以下教材：

1. 上課簡報部份：如附件一至十，相關簡報均已建置完成，並放置於林中生命藝數殿堂網站：  
<http://163.20.9.8/dyna/menu/index.php?account=math>中，接下來將針對其他年級及需求設計更完整的課程與簡報。
2. 摺紙作品部份：如附件十一至十四，以及接下來陸續要完成的國畫正六面體模型與正十二面體科學家模型等。

#### (四) 指導學生專題研究：

指導有興趣的學生（如社團課、資優營、數學步道等）針對其有興趣議題加以研究，進一步發表相關其研究心得，讓更多的學生與老師分享相關研究成果。目前已完成「名片紙模型組裝」、「正多面體相關討論」（附件十五、十六）等議題。

#### (五) 投稿相關期刊：

整理數位教材施作後的研究心得，投稿相關科學期刊，確認其內容的學術性以及普及性，目前投稿累積計三篇，其中「『摺紙中學數學』社群經營與專業成長」與「摺紙中學之紅包花花」兩篇文章已確認發表並陸續刊登（附件十七、十八），並陸續針對其他研究議題發表相關文章。

#### (六) 充實數學步道：

近兩年由於本校兩位數學老師相繼退休，加上數學資優營實施連續三年，使本校有固定一群願意為數學教育與環境投入的人力，加上本校教務處的大力支持，使得包含數學家步道與數學實體佈景陸續建置完成。藉由上述多面向的研究發表，將可更加充實相關呈現內容，培養本校這個鄉下地方孩子們更多對數學的感覺；曾與參與步道同學及老師們討論了「對稱摺紙」與「摺出畢氏數」相關議題研究，並將相關結果施作於資優營隊與專文討論或科展報告中（附件十九）。

#### (七) 摺紙模型製作印刷：

藉由相關資料的蒐集與題目的設計，印製相關出版品，藉以於社團、營隊及本校教研會、數學科輔導團中作分享與討論，目前共計完成「林口國中紙鶴展開圖」、「Escher 正四面體」及「新北市輔導團正八面體模型」模型，其他設計稿陸續設計中（附件二十至二十二）。

#### (八) 舉辦相關講座、研習與專家研討：

邀請對摺紙議題學有專長的老師到校分享，讓更多的孩子與老師們針對這方面的知識吸收來源更多元，想法更豐富；並與相關專家學者討論，探討與學生施作完的後續成效，以及實際適合運用於一般課堂上的教材。目前計邀請陳明璋教授分享「資訊融入教學」，彭良禎老師分享「正多面體摺紙」，吳秉鋒老師分享「Cabri 3D」軟體教學，張榮和老師分享「摺紙相關考題」與譚克平教授分享「摺紙與尺規作圖」內容，以及接下來預計於7/21、22由張世宗教授分享的「摺紙遊藝與數學」議題

(附件二十三至二十八)。

(九) 數學科教研會與數學輔導團分享：

藉由本校的數學科教研會與數學輔導團，分享相關簡報與施作心得，吸引更多學有專精的老師們願意投入開發與推廣這個議題。除上學期針對本校數學領域完成「摺紙中學數學」報告，並獲新北市秀峰高中邀約分享「摺紙中學數學之拼貼篇」，至新北市樟樹國中分享「資優營/普通班數位教材分享」，桃園縣武漢國中分享「資訊融入教學」，宜蘭縣佛光大學分享「垂直與平行教學示例」，新北市中山國中針對新北市數學科教師分享「從動手操作到創意發想」議題，吸引更多有興趣的數學老師們一同參與；也嘗試於台北醫學大學演講「『數學，其實也可以很浪漫』——博士熱愛的算式映後分享」與新北市麗林國小進行摺紙教學時製作相關多面體以分享互動(附件二十九至三十五)，讓更多年齡層的學生們感受摺紙的感動。並已於今年持續申請此計畫，而新的計畫也將視進度與研究議題與本校、輔導團甚至是其他縣市的老師們繼續分享。

(十) 網頁交流互動：

網路的影響無遠弗屆，藉由網路互動也使得人與人的溝通沒有時間與地域性的限制。目前陸續將以上的相關資料整合於本校數學科網站「林中生命藝數殿堂」中，期待使得更多的教師與孩子們得以受益，進一步應用於課堂上，提昇對數學的熱愛與興趣，營造討論的風氣，將使得建置的資料能更有效地應用於教育現場中。如普通班及加強班課堂的正式教學、資優營隊與數學步道互動以及校內外老師取經等，均能透過網頁及電子郵件作直接與間接教學及溝通。

#### 四、研究成果

從前年筆者第一次參加師大數學系洪萬生教授所舉辦的「摺紙學數學」工作坊，對摺紙融入數學產生興趣，期中曾指導學生作摺紙融入數學「顛覆柏拉圖—探討如何由單張正方形摺成正多面體」參與科展獲得本鄉鄉展特優殊榮，一直到本年度開始進行科教計畫，目前所蒐集到的書籍逾百本，加上參考相關的網站數十個，目前已累積了相當的參考資訊，實際教學逾二十堂課，施作心得三篇，針對校內外數學教師舉辦相關研習近十場等內容，都是筆者的研究計畫與經營的社群，積極對校內外推廣摺紙融入數學與實際教學，歷歷在目的證明，而針對研究目的，已達到的成果如下：

- (一) 所製作的教材配合課程進度，目前計完成了八年級課程「摺紙學乘法公式」、「摺紙學無理數」、「摺紙學商高定理」、「摺紙剪五角星」、「摺紙拼貼五角星」、「摺紙拼貼平行八角星」等簡報，並於社群討論後，於課堂陸續實施，且在本校「林中生命藝數殿堂」網站進行上傳。而學生也在學習過後普遍反應良好，並能運用於解題應用及教室佈置等情境；例如「摺紙學商高定理」即是透過摺紙方式，學習證明商高定理時尚未具備的全等概念；而「摺紙剪五角星」則是透過學生親手操作，觀察圖形的結構，進一步學習對稱的概念。而除了本人與在校教師們於林口國中與新北市輔導團的推動，桃園縣山腳國中謝熹鈺老師（目前為桃園縣數學輔導團團員）針對相關教材的實作與對外推動也不遺餘力，除在校曾進行乘法公式教學、正六面體模型展開圖與多面體摺紙氣球等討論，並於輔導團至福豐國中、大崗國中、草漯國中與觀音國中等學校分享摺紙學乘法公式、摺紙學無理數、正六面體與六角芒星等摺紙簡報與數學討論。
- (二) 將相關模型與數位檔案於社團、課堂或資優營隊中施作，目前陸續完成了「正十二面體模型製作」、「正四面體模型製作」、「正八面體模型製作」、「正二十面體模型製作」、「紙鶴造型設計」、「黃金比例摺紙」，以及「從正多邊形對稱到多角星形設計」及「『立體摺學』課程～當柏拉圖遇到阿基米德」等簡報，都是透過摺紙融入生活學習與數學教學的極佳方式；
- (三) 基於資源共享的理念，持續聘請專家學者到本校、社群或輔導團，針對老師或學生作演講及研討諮詢，積極發展可以實際運用於課堂的教材，讓教材發展更多元；目前計邀請交大陳明璋教授分享「資訊融入教學」，師大科教所譚克平教授分享「摺紙與尺規作圖」，華僑高中吳秉鋒老師進行Cabri3D軟體研習，麗山高中彭良禎老師分享「正多面體摺紙教學」以及麗山國中張榮和老師進行「摺紙考題分享」，以及接下來預計於7/21、22由國立台北教育大學張世宗教授分享的「摺紙遊藝與數學」議題。
- (四) 指導有興趣的學生作專題研究，發表研究心得，並將施作與研究的心得投稿相關科學期刊，藉以驗證其專業與普及性；而目前雖然僅完成三篇實施文章心得，但預計於這兩年陸續針對其餘教學簡報，於實施完成後書寫相關完成心得，再行投稿相關期刊；目前「『摺紙中學數學』社群經營與專業成長」投稿「『數學領域輔導團永續經營論文集一分享與傳承』論文」並已發表；「摺紙中學數學之紅包花花」已投稿科學教育月刊並獲刊登；並將陸續針對其他生活中的摺紙發表相關文章。
- (五) 製作相關模型，並於教研會與數學輔導團中分享簡報與施

作心得，吸引更多有興趣的老師們投入及參與推廣，這一次在校慶園遊會與林口鄉改制園遊會成功的推廣，將是今年要再行推動時的借鏡。目前與廠商洽談「AMA 國畫擬真正八面體」及「科學家正十二面體」等模型製作中。

## 五、討論及建議（含遭遇之困難與解決方法）

然而綜觀這半年多的推廣，在推動摺紙相關教學時仍有其限制存在；由於個人的推動不易，在去年暑假與幾位現場老師互動後，毅然決然決定成立「摺紙中學數學」專業社群，利用週三上下午的空堂時間，結合 AMA 數位製作學習工作坊，討論相關數位檔案，並確認教材之可行性。而社群組成除力邀本校退休教師王樹文老師，尚有王雪芬、余明興、楊梓、陳玲吟、葉麗珠及姚逸韻等老師加入，加上本校賴韻竹老師提供班級試教並給予模型製作意見；而經交通大學陳明璋教授指導成立桃園區 AMA 工作坊，力邀山腳國中謝熹鈺老師，南崁國中曾椿惠、吳帝瑩老師加入。此外，透過新北市輔導團的資源，力邀台北市教育大學張世宗教授、明志技術學院陳建誠老師、台北市麗山國中張榮和老師、新北市數學輔導團專輔李進福老師，以及江翠國中退休教師陳彩鳳老師等老師加入；加上本校資優營隊的經營與資源，得以與麗山高中彭良禎老師以及基隆中學楊子漪老師作互動；期間尚透過華江高中退休教師吳秉鋒老師及師大科教所譚克平教授與社群老師們作分享。而經與社群相關老師討論後，本計畫主要會遇到的困境及解決的對策有以下幾點：

- (一) 多數操作需具備基礎數學先備知識：由於國中幾何課程安排於八年級下學期，而不少幾何量的計算，則需用到八年級上學期的勾股定理，以及九年級上學期的相似形。在初期學生尚未具備相關先備知識基礎時，可採取的應變策略如下：
  1. 選擇適當教材設計相關教案：如筆者曾設計的「摺紙組合十字星」以及幼稚園趣味摺紙教學相關簡報，能針對學生程度作不同题目的延伸設計並加以說明討論。一方面寓教於樂，並讓學生應用於教室佈置中；另一方面也從做中學，加深對數學知識的理解與應用；
  2. 挑選難度適中或局部重要步驟講解：如在 AMA 研習中分享的「摺紙五等份」教學簡報，即透過簡單的摺紙動作，討論了二元二次方程式，甚至可發展至三角函數的數學概念，進一步引發社群老師們討論，並實際應用於正六面體摺紙模型中；
  3. 利用適當的簡報發展其數學概念：如針對八年級學生進行的「摺紙學根式化簡」簡報，則是透過摺紙，學習不易了解的根式化簡概念；並曾在師大「促進學生主動思考」工作坊由台北市成德國中莊國彰老師分享相關簡報與教學心得，獲得參與老師們的踴躍回饋；

(二) 中學數學學習易受進度暨考試壓力限制：目前國中數學配課時數各校不一，而受限於每次段考進度壓力，若要給學生進行摺紙實作，便容易影響原本的課程進度。目前針對此一困境，可以調整的方式如下：

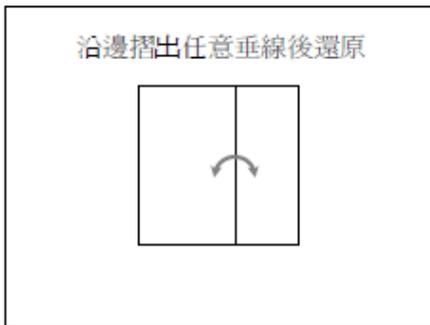
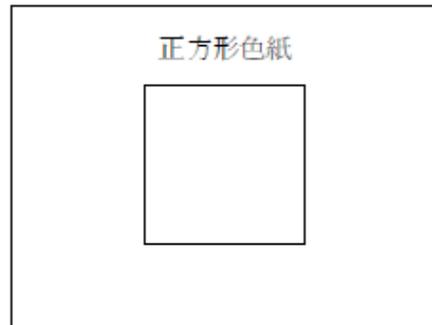
1. 於營隊、輔導課或社團課施作：如筆者在林口鄉國小科學營所安排的「從正多邊形對稱到多角星形設計」摺紙教學，能在完整的四節課，介紹對稱、多邊形與多角星型的相關概念，進一步作造型設計，既不受進度限制，更能視學生程度進行適當的教材補充與調整；
2. 選擇與課程相關性高，操作容易課程設計課程：如「摺紙學乘法公式」教學，透過不一樣的方式學習乘法公式，藉以提升學生的學習興趣，也能達到同樣的教學效果，而在教學完畢後，也普遍能獲得社群內的老師與任教學生們的肯定；
3. 透過學習單由學生回家操作，老師於課堂再行討論：如「商高定理」摺紙教學，可配合相關設計的學習單，搭配網路資源上傳，由學生於課前先行施作，以減少教師的授課時間，並讓學生先行思考後，造成課堂上能有更多的互動，充份達到預定達到的教學目標；

(三) 講解與操作不易同步學習：摺紙教學最易遇到的問題是講解與操作無法同步，學生無法對照教師步驟完成，進一步學習與討論，而教師可採取以下的方式調整上課模式：

1. 配合多元彈性開關，設計容易閱讀簡報：如「六角芒星互動式簡報」的設計，能因教學者的不同需求，作摺紙教學的前後對照與相關問題討論等，同一簡報適用於摺紙教學、數學討論與綜合比較。而「太陽花相框摺法」更針對中學與小學學生在同一簡報內設計不同難度題目，可依學生程度與教學進行作彈性呈現；
2. 利用大型教具或搭配實物單槍投影機相輔相成：如大型色紙的運用與實物單槍、視訊攝影機的運用，能讓教學時與學生同步進行，不致造成教師巡堂的時間浪費與數位落差等；或是透過電腦教室的自行操作或統一廣播，讓學生一人一機可對照參考，注意力更易集中。

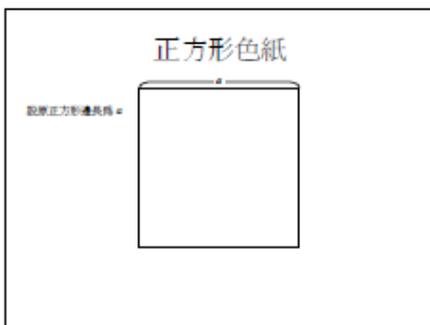
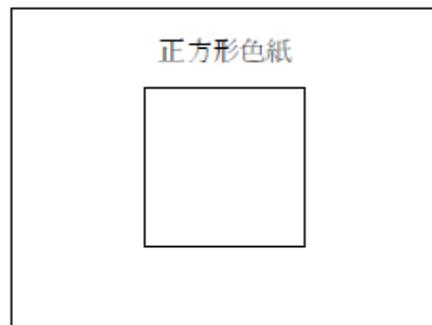
最後感謝本校曾富明校長與鍾兆晉、劉義龍主任全力支持與肯定，讓本計畫在校內外的推動，得以順利進行。而承蒙期中報告時師大陳昭地教授的指導，以及參與跨縣市「促進學生主動思考」工作坊時林福來教授的建議，接下來本計畫要做的，除了將目前現有的教材進一步整理，並求其完整性外（目前筆者僅任教國中二年級並針對國中第三、四冊設計相關課程），另外還要做的是針對已完成課程相關的教材，進一步去作傳統授課與摺紙教學的實測與比較學習，確認摺紙融入數學的教學除了有趣與實用外，更能取代傳統的課堂教學，讓所設計的教材，發揮更大的效果。

## 附件一 摺紙與乘法公式「完全平方和」篇



1

## 附件二 摺紙與乘法公式「完全平方差」篇



1

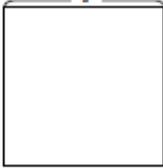
### 附件三 摺紙與乘法公式「差的平方公式」篇

摺紙與乘法公式  
~平方差篇  
交大AMA團隊/北縣數學輔導團  
北縣林口國中 李政憲  
[jenshian@yahoo.com.tw](mailto:jenshian@yahoo.com.tw)

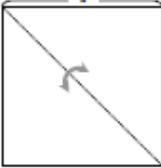
正方形色紙



設其邊長為 $a$



摺出對角線



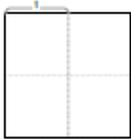
1

### 附件四 摺紙認識無理數

摺紙認識無理數  
交大AMA團隊/北縣數學輔導團  
北縣林口國中 李政憲  
[jenshian@yahoo.com.tw](mailto:jenshian@yahoo.com.tw)

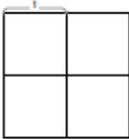
PART1 無理數的認識

正方形色紙（設其邊長為2）



Q1：請問其面積為多少？

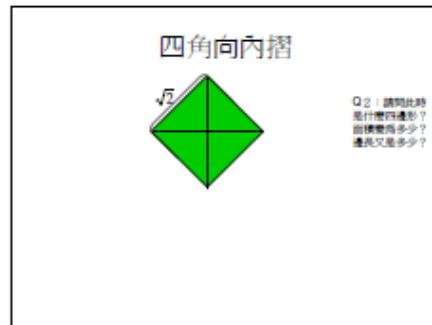
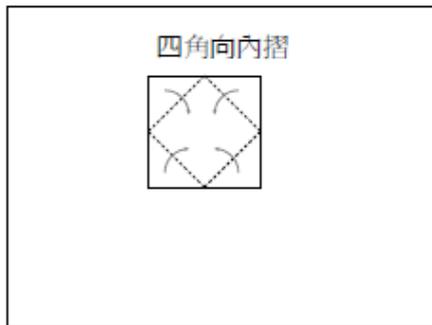
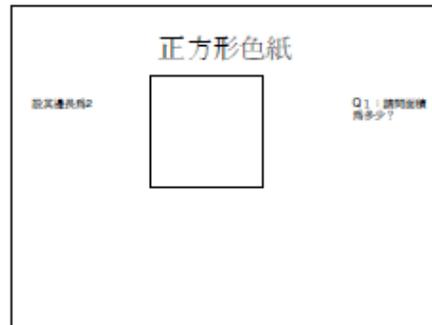
摺出兩邊中點連線（谷線）



Q2：請問摺出的兩條直線有何關係？

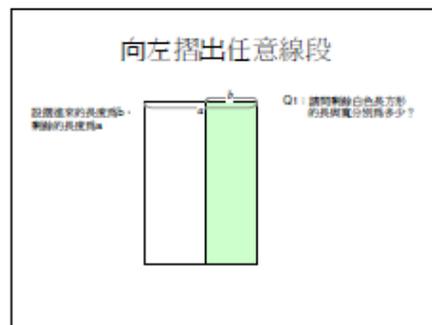
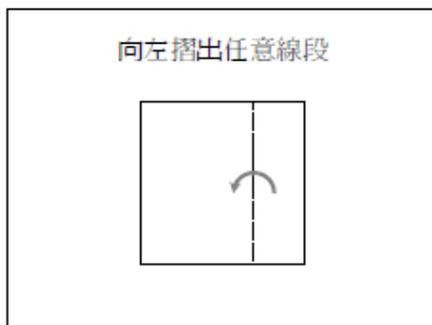
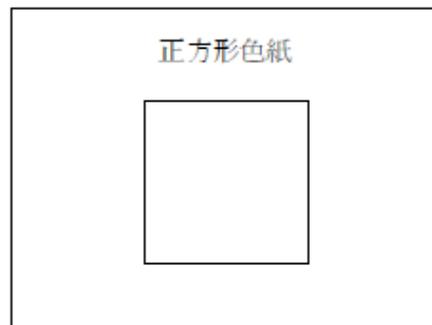
1

## 附件五 摺紙與根式化簡



1

## 附件六 摺紙證明勾股定理 I



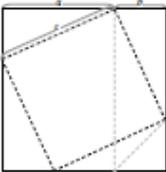
1

## 附件七 摺紙證明勾股定理 II

摺紙證明勾股定理 II

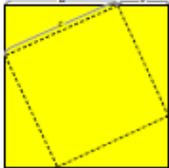
北縣林口國中 李政憲  
[jenshian@yahoo.com.tw](mailto:jenshian@yahoo.com.tw)

將四個直角三角形向外翻

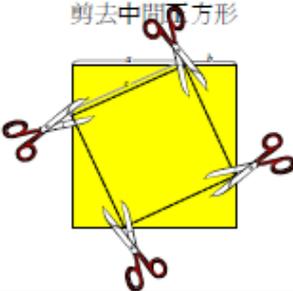


Q11: 請問由四個正方形與四個直角三角形所組成的白色大正方形的面積關係?

完成另一張同樣結果色紙  
 (有色面朝上)



剪去中間正方形



1

## 附件八 摺紙與基本尺規作圖

摺紙與基本尺規作圖

林口國中 李政憲  
[jenshian@yahoo.com.tw](mailto:jenshian@yahoo.com.tw)

基本作圖：連接兩點的直線

- 透過直尺和筆連接：
- 則**線段AB**即為所求



基本作圖：連接兩點的直線

- 透過摺紙方式連接：
- 則**直線AB**即為所求



等線段作圖

- 透過直尺、圓規及筆作等線段：
- 則**線段AB**即為所求



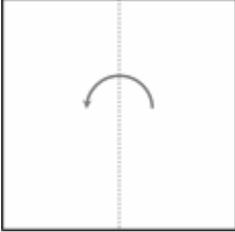
1

## 附件九 摺紙與尺規作圖學習單 I

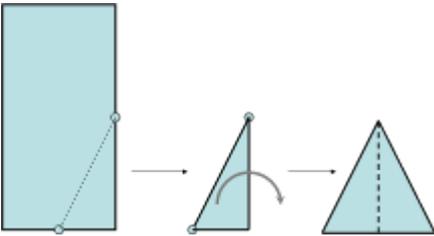
### 《中垂線與線對稱》

1. 請依底下說明完成規定動作，並回答相關問題：

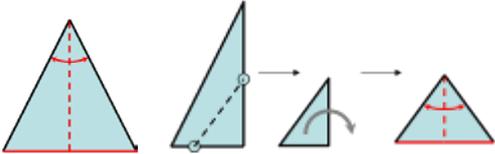
① 正方形色紙左右對摺產生中線，則此中線是否為正方形的對稱軸？



② 在對摺後的底邊與摺線上各找一個點，兩點以直線連接後剪下此直角三角形，請問此直角三角形攤開後為何種三角形？為什麼？

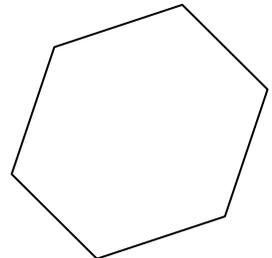
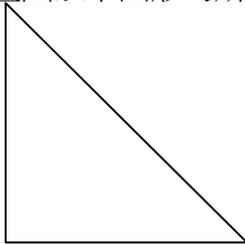


③ 攤開後的三角形摺痕與底邊有何關係？與頂角有何關係？如果對摺後的底邊與摺線上再各找一點，同樣以直線連接後剪下，請問剩下的圖形特性與之前的答案有何不同？

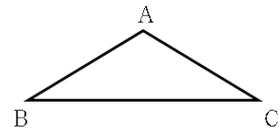


④ 請問透過以上的操作，你發現了什麼規律？

2. 請畫出以下圖形的所有對稱軸：

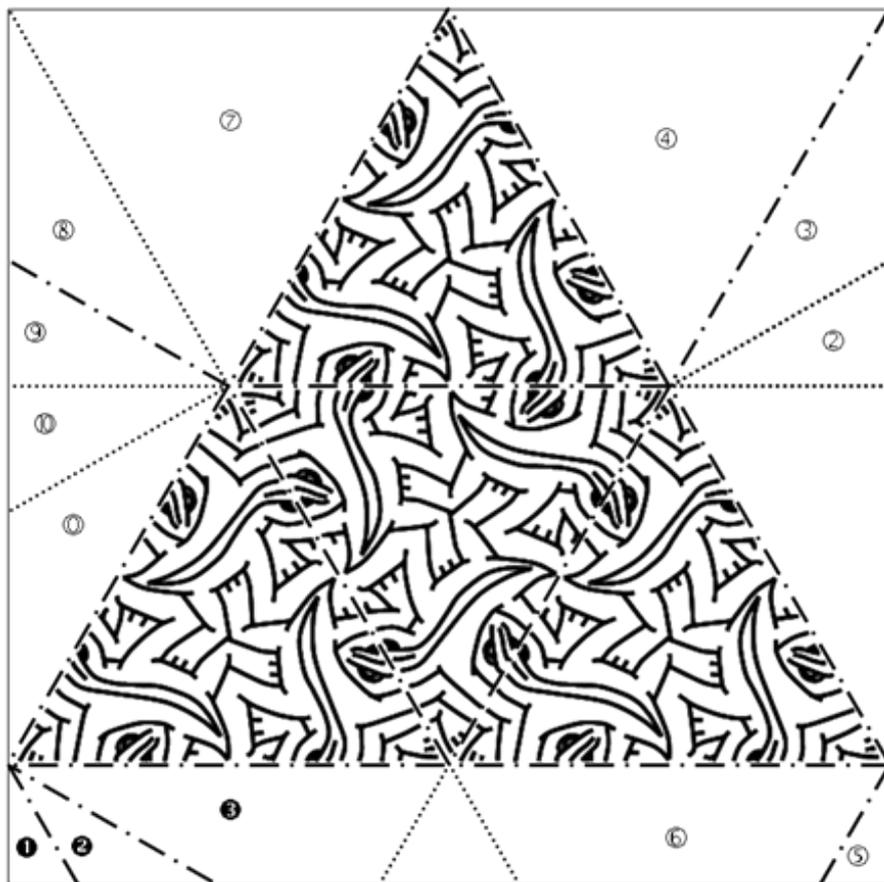


3. 如圖， $\triangle ABC$  為等腰三角形，且  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，請問你要如何找出  $\triangle ABC$  的對稱軸？你又如何確認這條對稱軸是正確的？

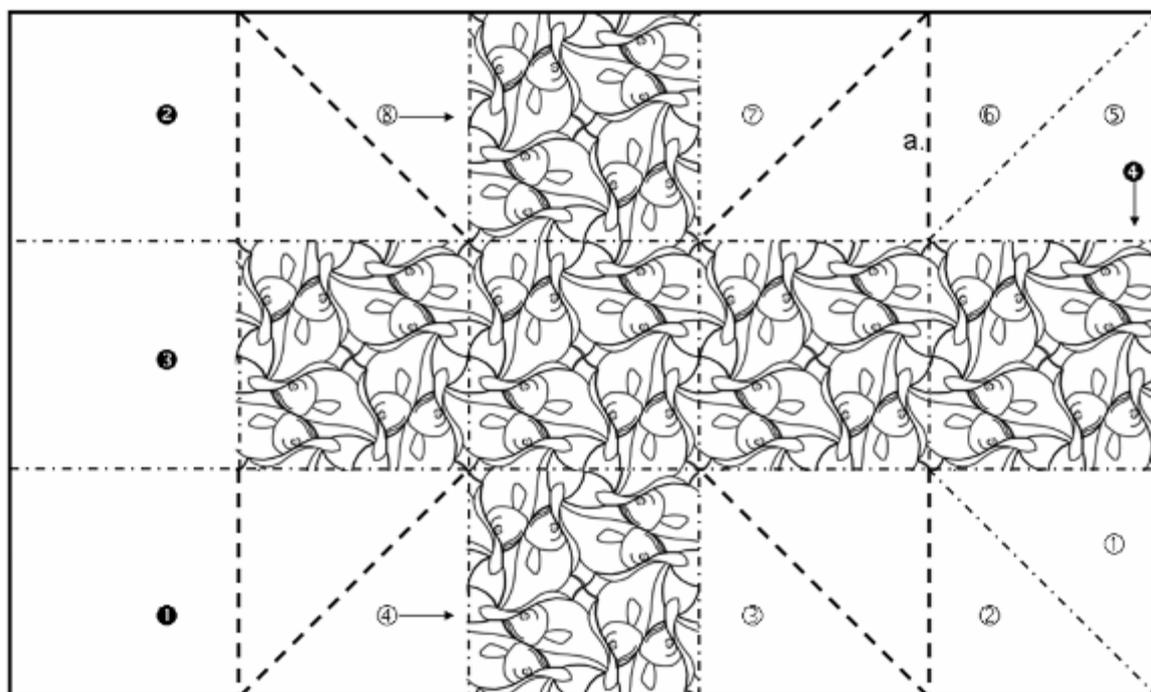




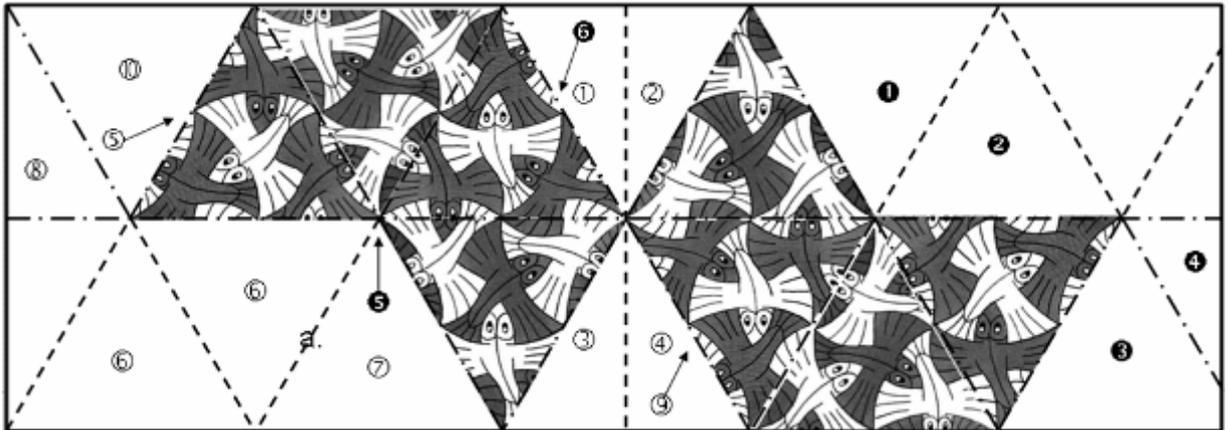
附件十一 正四面體摺紙模型



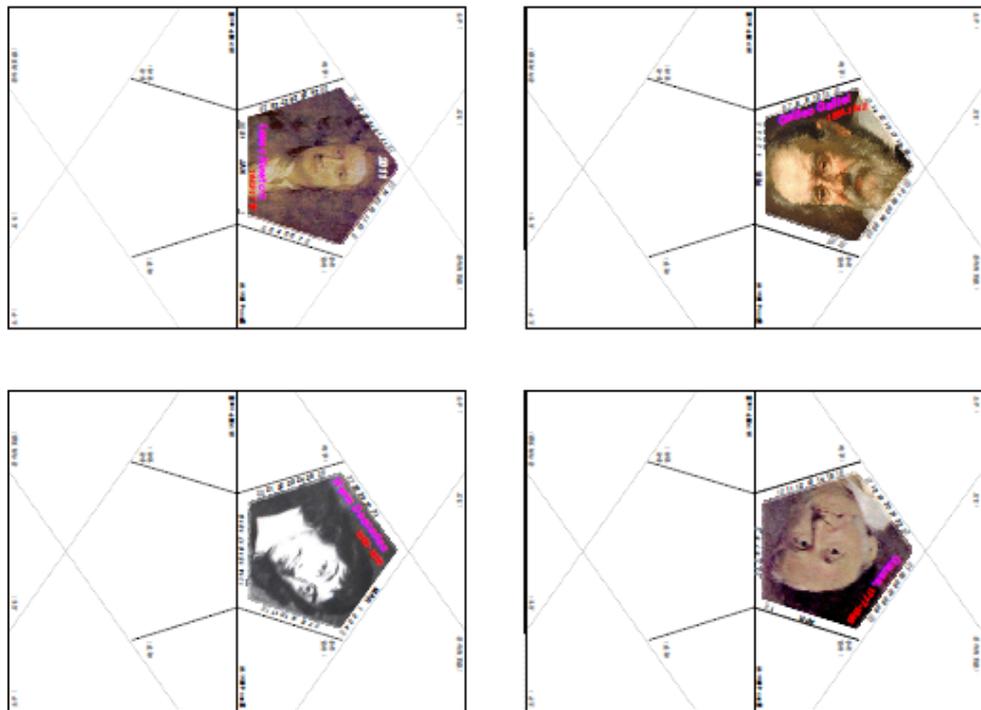
附件十二 正六面體摺紙模型



附件十三 正八面體摺紙模型



附件十四 數學家正十二面體摺紙模型



## 附件十五 正多面體摺紙延伸思考

### 《正四面體》

1. 請問照片與留白處，何者面積較大？為什麼？
2. 給定一正方形，請問如何以尺規作圖，完成圖中照片所在的正三角形？
3. 承上題，請問圖中照片所在的正三角形，是否為正方形內的最大正三角形？為什麼？

### 《正六面體》

4. 請問完成作品後，a. 邊旁的兩個面分別是哪幾個？請畫圖註明其相對位置。
5. 請問完成作品後，哪一個面所重疊的面積為最大？請畫圖註明其相對位置。
6. 請問如何利用一張正方形紙張（或 A4 紙張），透過摺紙完成如圖長寬比的長方形？

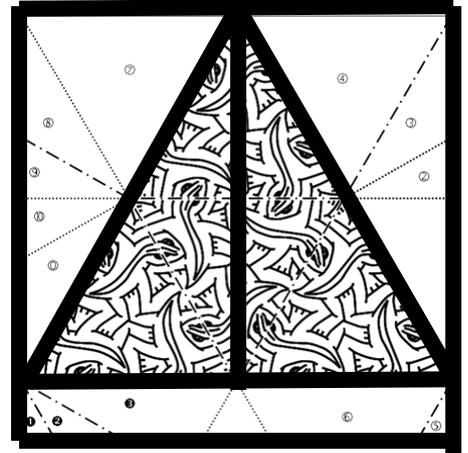
### 《正八面體》

7. 請問所完成的作品，每一個頂點接到的面與邊各有幾個？
8. 若已知此作品的長寬比值為 A4 紙張長寬比值的兩倍，請計算最左側等腰三角形的面積與最右側等腰三角形面積比為多少？
9. 承上題，請問透過這種摺紙方式所完成的作品，所需紙張最大與最小的長寬比分別是多少？請說明你的計算方式。

## 附件十六 延伸思考學生作業

1. 請問照片與留白處，何者面積較大？為什麼？

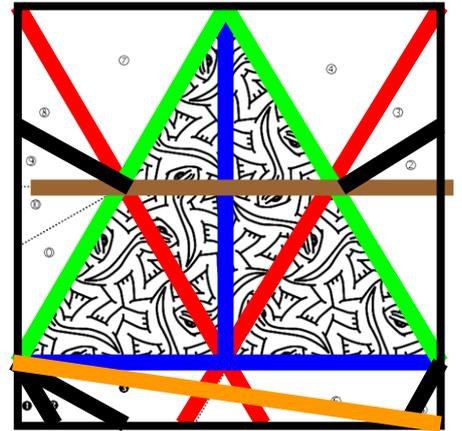
留白處。如右圖，可將右上之空白處與右側之照片處，組合成一長方形，左側亦可重複此動作，因為兩側長方形為線對稱圖形。而下方又多了一塊空白處，所以空白處較多。



2. 給定一正方形，請問如何以尺規作圖，完成圖中照片所在的正三角形？

已知尺規作圖可繪出角平分線、角3等分、垂直線。

1. 利用正方形的角畫出角三等分，即可畫出右圖紅線。
2. 利用紅線交點畫出與正方形邊垂直的藍線。
3. 將藍色端點連接（綠線）。
4. 將紅線與綠線之焦點連接（褐線）。
5. 作剩餘角之角平分線、角3等分（黑線）。



3. 承上題，請問圖中照片所在的正三角形，是否為正方形內的最大正三角形？為什麼？

否。如右圖，若橘線為三角形之邊長，即可繪製出較大之正三角形。

## 附件十七 「摺紙中學數學」之紅包花花

過年剛過，不曉得你看到琳琅滿目的紅包袋，可曾想過它們的數學性質及應用？筆者今年蒐集了兩個女兒過年所拿到的紅包袋（如附圖一），想到去年曾經帶過學生操作過相關的課程，並討論其中的數學；將所完成的作品送給兩個女兒被她們稱為「紅包花花」，在此簡單跟大家作分享相關作法與數學性質。



附圖一 紅包袋列舉排列

### 壹、傳統紅包袋長寬比討論：

在變化之前，我們先討論紅包袋的長寬比，事實上我們將紅包袋封口摺入後，可以得到一個長寬比約 2 : 1 的長方形（目前的紅包袋花樣種類繁多，在此介紹主要以傳統尺寸的紅包袋為主），至於如何證明它，我們只要以摺紙的方式就可以簡單的作說明：

- 一、將封口摺入後的紅包袋長邊對摺（建議選取紙質較厚的紅包袋以利後續操作的成型，如附圖二）；
- 二、再沿左方（或右方）矩形的對角線對摺（如附圖三）。



附圖二 封口摺入後的紅包袋長邊對摺



附圖三 沿左方矩形的對角線對摺

如何？簡單的兩個步驟，我們將原來的矩形對摺後成了重疊的兩個三角形，由於兩個三角形均為直角三角形，故對角線恰為其對稱軸，加上矩形的兩雙對邊等長，故這兩個直角三角形均為等腰直角三角形，攤開後即為正方形，也就是原紅包袋的長寬比為 2 : 1。（這裏的說明用到了一些包含的概念，事實上就筆者在……

## 附件十八 「摺紙中學數學」社群經營與專業成長

### 壹、緣起：

去年三月，筆者偶然參與了一次教育部所舉辦「科教專案計畫」申請的研習，油然而生幾個議題可以研究，經家中內人的鼓勵參與，加上本校曾富明校長、鍾兆晉、劉義龍主任的支持與協助，毅然決然決定針對「摺紙數學與資訊融入教學之課程研發、實作與推廣」申請九十九學年度的科教專案計畫，經北師大科教中心羅珮華教授的指導修正，有幸的在八月份確認計畫通過，得以執行。

### 貳、社群組成：

得到通過的消息後，一開始先將手中現有的檔案作了整理，在開學前找了本校退休教師王樹文老師（目前為遠哲基金會種子教師）與江翠國中資優班退休教師陳彩鳳老師（目前為新北市數學輔導團研究員暨特教輔導團團員）分享了已製作的簡報與內容（如附圖 1），加上與明志科技大學陳建誠老師、本校王雪芬老師以及本校畢業校友柳凱宏作討論，有了一些想法，決定接下來的進行方式與發展方向，遂於開學後按計畫擬定本學期的進度進行，並正式成立了「摺紙中學數學」社群，透過電子郵件與諸多老師作互動。

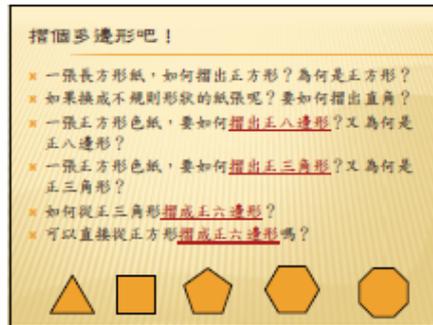
由於筆者本身是新竹交通大學 AMA 團隊一員，為了更清楚資訊融入教學的使用時機與應用方式，力邀 AMA 團隊的指導教授陳明璋教授進入本社群，並透過週三下午與 AMA 團隊的成員們固定作討論，確認教材製作的可行性與互動性；此外為了將資訊融入教學推廣至本校，更邀請陳教授至本校作「數位教材設計」的演講（如附圖 2），藉此拋磚引玉，邀集本校更多的數學老師們作討論。

### 參、社群運作方式與專家學者指導：

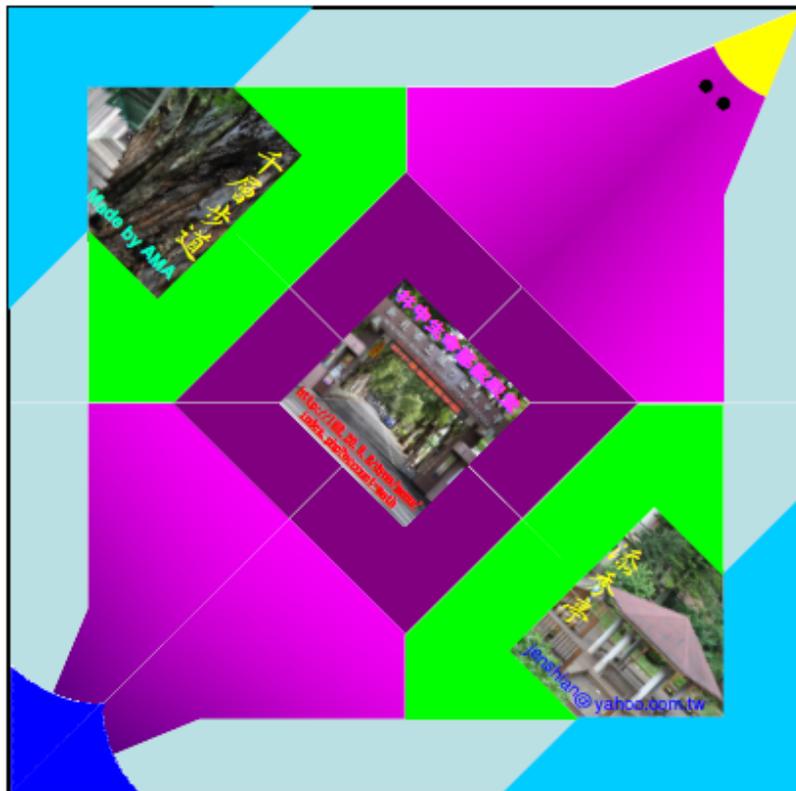
經協調筆者與本校有意願參與本社群教師的時間，確認固定的參與老師為王樹文老師、本校王雪芬老師、余明興老師、陳玲吟老師與楊梓老師，討論時間為每週三上午的第二節課（如附圖 3）；加上週三下午新竹的 AMA 討論改為每月乙次，其餘日期則由分區自辦，因林口地近桃園，經與桃園區山腳國中謝熹鈺老師（目前為桃園縣輔導團團員）、南崁國中吳帝瑩、曾椿惠等教師確認，決定討論地點為山腳國中與林口國中兩地輪流，遂決定本社群的運作方式；本學期更新增了新屋國中的周皇谷老師與本校的葉麗珠老師，與我們一起作討論。以上這些加入社群的老師們，除了本身願意為了自己數學的專業成長而精進外，也多能在教材的設計與施作上有自己獨特的想法，更會在筆者需要幫忙時主動提供協助，完成更完整且適合學生使用的教材；而平時社群的運作模式，主要是由筆者提供適當的數位作品，由與會老師提供意見，或透過網路方式互動，修正為更適合課堂教學的教材；同時也會針對較龐大的教材內容（如摺紙考題等），廣徵社群內的老師協助整理修改，以達到更好的效果。

由於麗山高中彭良禎老師對於摺紙教學素有研究，除了固定於遠哲基金會發表摺紙相關文章，更於國內研習與營隊對於相關教學與推廣不遺餘力，在透過電話、E-mail 與到校親自拜訪確認後，有幸地邀請加入本社群，並到校分享……

## 附件十九 從正多邊形對稱到多角星形設計

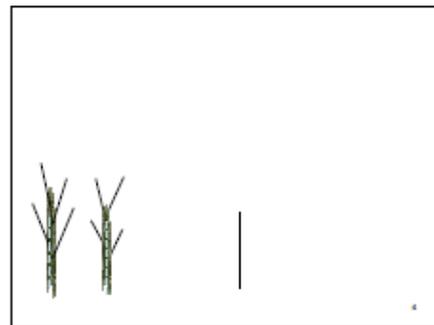
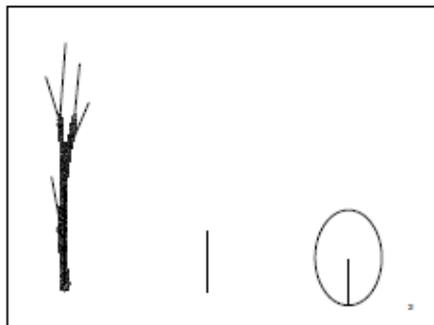
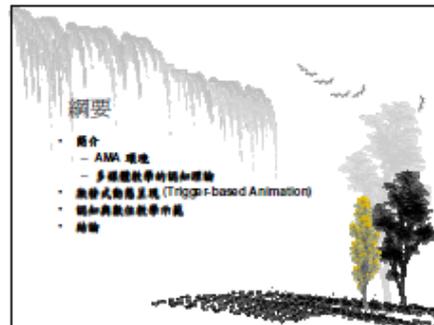
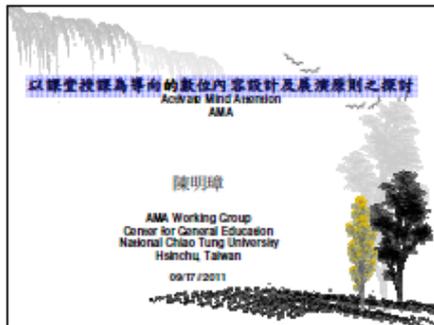


## 附件二十 林口國中「四色紙鶴」模型





## 附件二十三 資訊融入教學概論



1

## 附件二十四 正多面體摺紙簡報



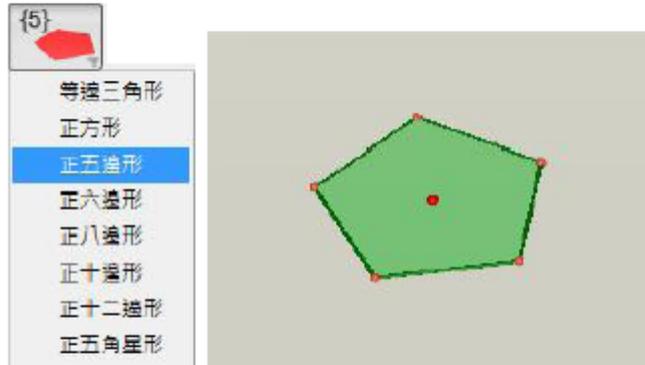
1

## 附件二十五 Cabri3D 教學

### 正 12 面體的教學

[ex1](#)、[ex2](#)、[ex3](#)

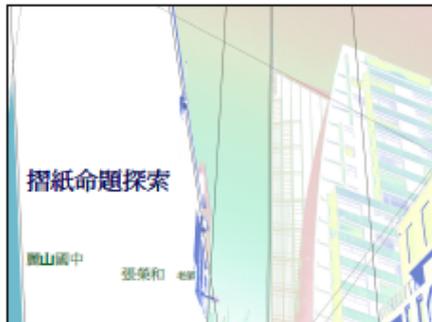
1. 先建立一個正五邊形



2. 作圓



## 附件二十六 摺紙命題探索



摺紙VS尺規

項目	摺紙	尺規
直線上一點作垂線	能	
直線外一點作垂線	能	
角平分線	能	
三角形內心	能	
三角形重心	能	
三角形外心	能	
三角形垂心	能	

為何摺紙未像尺規成主流?

可能原因：

1. 早期紙未發明(成書後)
2. 紙質厚度影響精確度
3. sliding不易精準化

摺紙VS體積

將正方形邊長  $AB = 11$ ， $E, F$  為  $CD, BC$  中點，以  $AE, BE, EF$  為折痕，將  $A, D$  摺向  $C$ ，則三角形  $ACF$  面積 =

Sol:  $\frac{1}{3} \times$  原面積  $\times$  高  $= \frac{1}{3} \times \triangle CEF \times \sqrt{2}$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 25 \times 10 = \frac{125}{3}$$

公式:  $\frac{1}{24} a^3$  ( $a$  為正方形邊長)

## 附件二十七 「摺摺」稱奇—從摺紙遊戲學習尺規作圖

<p>「摺摺」稱奇— 從摺紙遊戲學習尺規作圖</p> <p>譚克平 台師大科學教育所研究所</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 透過摺紙是否可以學尺規作圖？</li><li>• 要留意什麼？</li></ul>
<p>關於尺規作圖的學習</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• 簡潔的工具使用方式：直尺畫線，圓規畫圓弧。</li><li>• 工具特性所產生的影響：<ul style="list-style-type: none"><li>- 學生無法使用日常經驗中熟悉的畫圖方式。</li><li>- 學生必須學習許多的基本尺規作圖。</li></ul></li></ul>	<p>關於基本尺規作圖的學習</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• 基本尺規作圖數量不少。</li><li>• 學生不清楚基本尺規作圖能完成哪些基本圖形。</li><li>• 學生不清楚作圖步驟與作圖結果的關係。</li></ul>

1

## 附件二十八 [創意游藝樂育教材-數學]林口國中講綱

### 《創意樂育·游藝教材 - 數學》

□○△

張世宗 教授

國立台北教育大學 / ETI 樂育研究室

□前言—教育“三何”問題：「用何」(What) / 「如何」(How) / 「為何」(Why)

#### 壹·教育基本理念

一·三種學習管道：

1. 學校「教」(被動)，2. 生活「玩-學」(主動)，3. 文化「習」(自動)

二·學習模式的討論：

1. 「行為學派」vs. 「建構學習」
2. 兩種學習模式：「正式學習」vs. 「非正式學習」(生活 / 游藝學習)

三·學習方向(Aims)的比較：「學科內容」 / 「學科方法」 / 「學科態度」

#### 貳·「數學」的學習

一·數學內容四大領域：1. 「數」 / 2. 「量」 / 3. 「圖形 / 空間」 / 4. 「關係」

二·學習方法之比較：

1. 學校數學：抽象 / 邏輯 / 精確 (西方特質) — “教” 數學
2. 生活數學：多元 / 在地 / 統整 (地域環境) — “玩” 數學
3. 傳統數學：具體 / 實用 / 近似 (東方特質) — “習” 數學

三·教學策略之比較：傳統態度 / 學校教學 / 開放教育 / 游藝樂育

## 附件二十九 「摺紙中學數學」期中報告



### 緣起……

- 師大「摺紙中學數學」工作坊
- 林口國中數學資優營隊/自然科學研究社
- AMA構圖工具與團隊支持
- 科學教育計畫申請
- 師大「促進學生主動思考」工作坊

### 計畫目的

- 培養學生了解「如何學、樂於學」的理念
- 國內關於摺紙與數學關係的研究較為不足
- 強化學生與老師對摺紙與數學研究的興趣
- 探討用於實際教學活動的可行性與限制
- 發展可以運用於課堂上的素材

### 摺紙中學數學的優點

- 材料取得容易，隨時隨地可操作
- 從做中學，容易上手
- 教材來源多元，範圍不受限
- 體會不一樣學習數學的樂趣
- 難度可深可淺，可視進度與學生程度補充
- 藉以培養學生完成作品的細心度與成就感

1

## 附件三十 摺紙中學數學 之拼貼篇



### 緣起

- 師大「摺紙學數學工作坊」
- AMA工作團隊
- 林口國中 數學資優營/自然科學研究社
- 99學年科教專案計畫

### 拼貼篇之名片組合

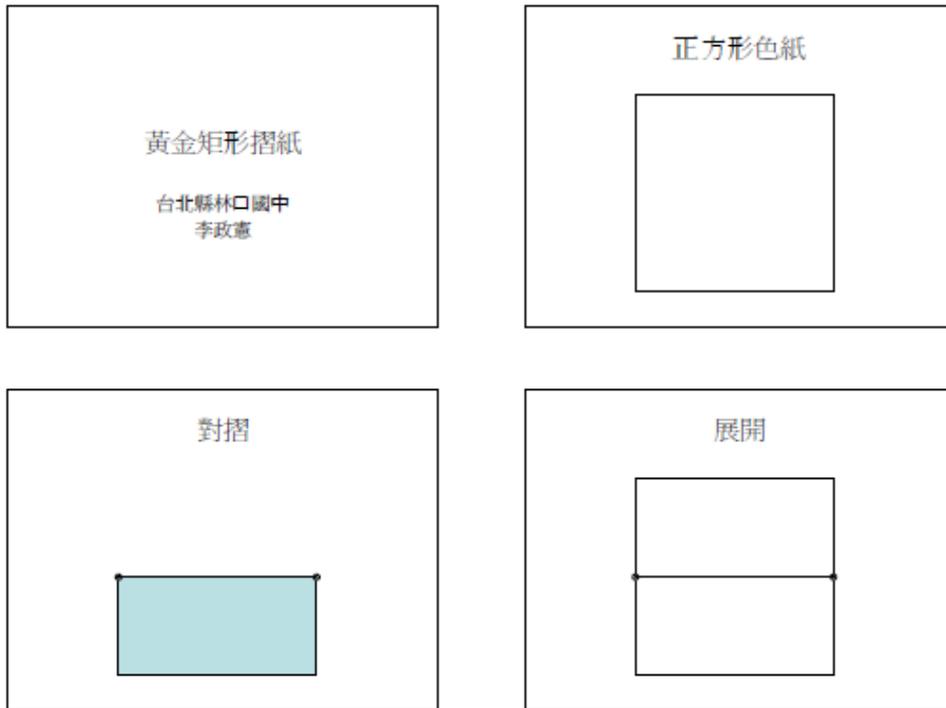
- 請問長寬比?
- 重疊部份的形狀?
- 取六塊組裝成正六面體：請問方向性?
- 兩個正六面體組裝
- 加上保護層
- 作品展示與相關數學討論

### 拼貼篇之A4紙張組合

- A4紙張裁四份，請問裁下紙張長寬比?
- 利用四色各取三張，組裝正十二面體
- 如何以A4紙張摺成正五邊形?

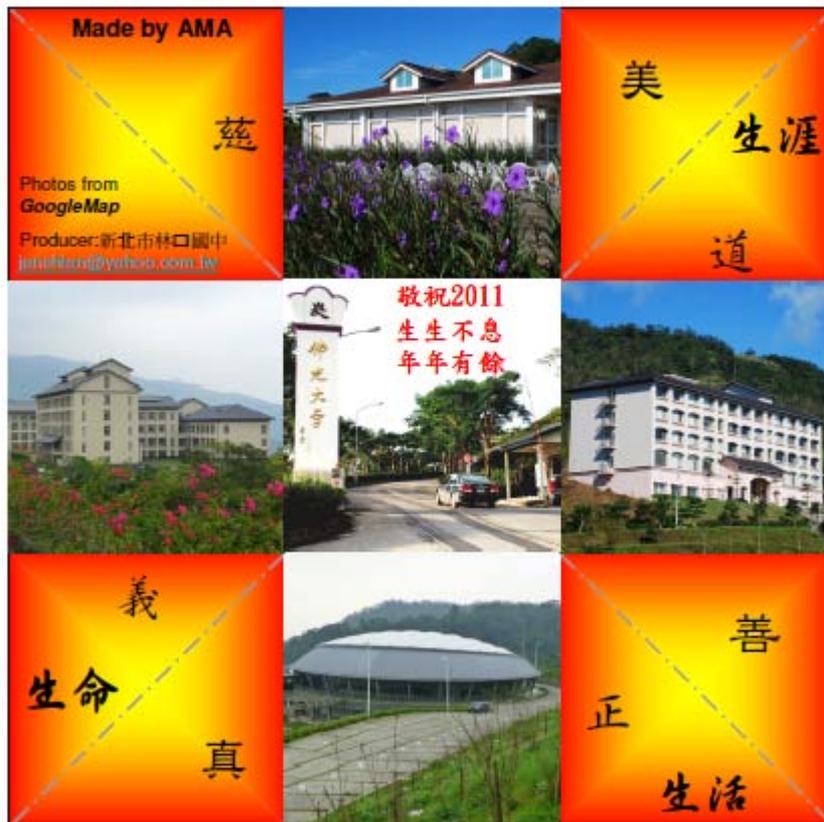
1

附件三十一 黃金矩形摺紙



1

附件三十二 宜蘭縣佛光大學風車模型



### 附件三十三 輔導團摺紙

從動手操作到創意發想：  
談摺紙與數學

新北市林口國中/數學輔導團  
交大AMA團隊 李政憲  
[jenshian@yahoo.com.tw](mailto:jenshian@yahoo.com.tw)  
100/6/17 於 中山國中



緣起

- 師大「摺紙學數學」工作坊
- 99學年科教專案計畫
- AMA工作團隊/新北市數學輔導團支持
- 摺紙中學數學諮詢群
- 教育部「資訊融入教學」競賽
- 師大「促進學生主動思考」工作坊




摺紙作品欣賞～平面篇






臺灣師範大學師範教育  
國立應用科技大學生活美學  
物產中學作品分享  
摺紙名片設計

摺紙作品欣賞～立體篇






學生美侖作品1  
學生美侖作品11  
校園作品展示1  
校園作品展示11

1

### 附件三十四 台北醫學大學正四面體

AMA數位教材設計: [ama.nctu.edu.tw](http://ama.nctu.edu.tw)  
製作Flash教學動畫，太難！別人設計的修改不易！  
AMA(Activate Mind Attention)教你如何運用你熟悉的PowerPoint快速有效的設計教材及製作動畫，並運用AMA的激發式動態設計功能，讓你隨心所欲的控制你所要呈現的重要訊息，吸引觀眾注意力。  
AMA為Powerpoint 外掛系統，因為提供許多製作數學教材所需之功能，如呈現幾何性質、結構與測量所需之相關教材製作工具，特別適合數學教學，但其強大功能，亦適合一般的教學或展演。  
AMA由亞太陳明達教授帶領一群中小學教師，透過工作坊及研習方式，設計以教師授課為導向的激發式動態呈現教學互動簡報，並發展結構式複製構圖法與幾何造形、數學視覺設計創作，以及進行邏輯與思維、創意與問題解決之教學與研究。



台北醫學大學 from GoogleMap, Kuo I-Ting  
正四面體模型 Made by AMA  
新北市林口國中 李政憲製  
[jenshian@yahoo.com.tw](mailto:jenshian@yahoo.com.tw)  
100.3.25 於 北醫圖書館



人文素養  
健康快樂  
視病捨視  
創新卓越

附件三十五 新北市麗林幼稚園正四面體

