

## 教育部112學年度中小學科學教育專案期中報告

|        |                              |  |
|--------|------------------------------|--|
| 計畫名稱：  | 數學手作問題導向課程與科普閱讀寫作設計之研發與實作 II |  |
| 主持人：   | 李政憲                          | 電子信箱： <a href="mailto:jenshian@yahoo.com.tw">jenshian@yahoo.com.tw</a> |
| 共同主持人： | 謝熹鈞、賴韻竹、顏敏姿                  |  |
| 執行單位：  | 新北市林口國中                      |  |

### 一、計畫目的

十二年國教總綱強調以「核心素養」做為課程發展之主軸，秉持全人教育的理念，藉由自主行動（個人為學習的主體）、溝通互動（學習者應能廣泛運用各種工具）與社會參與（學習者參與行動與他人建立適切的合作模式與人際關係）三者的結合，課程並能融入生活情境，使學生理解所學知識，跨領域整合運用以解決問題，成為與時俱進的終身學習者（如下圖1）；數學是一種實用的規律科學，本應提供每位學生有感的學習機會，因此如何設計課程實作時要討論的問題，是迫切且重要的。

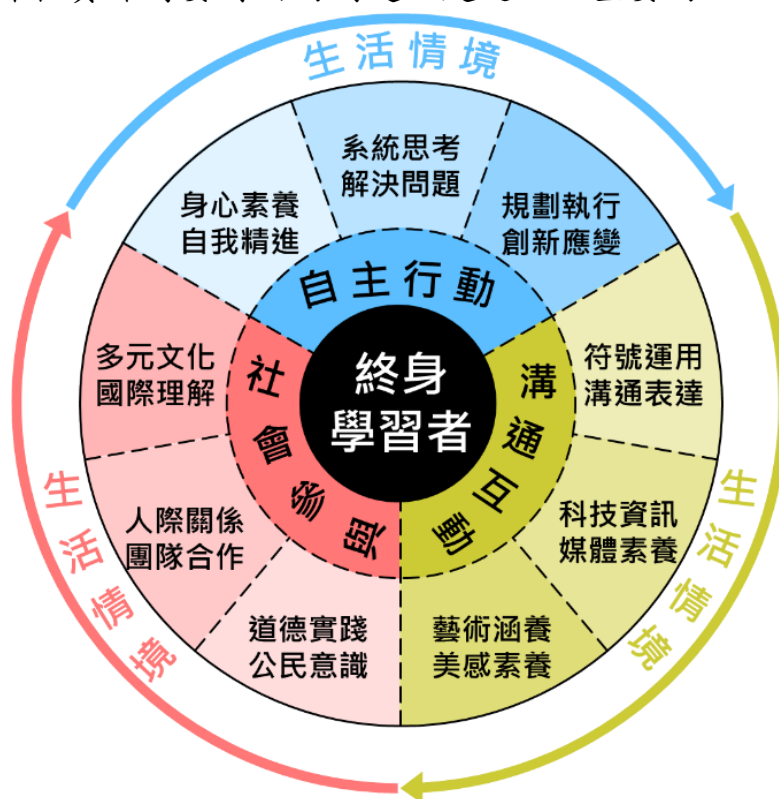


圖1 素養理念的課程設計（修改自教育部「十二年國民基本教育課程綱要」）

本計畫建立於結合手作課程透過問題導向學習進行課程設計，與數學科普閱讀進行寫作，進一步應用於課堂。所設計的手作課程在執行一年後，除了確定可增加學習者的身心素養自我精進，也發現透過團隊合作的活動安排，將加強學習者的社會參與程度，並且搭配科技資訊媒體使用，提昇其該方面的素養能力；至於科普閱讀寫作，本是教學互動的良好媒介，透過合適的教材與引導，除了可達到溝通表達的運用，更能增進媒體素養、提昇老師與學生們的問題解決能力。至於經由問題導向學習（Problem-based learning，簡稱PBL）所設計的課程內容與教案，經過這一年的實施，我們發現不但可促進系統思考，進一步還可增加學習者創新應變的執行能力。

從種種的數學教學研究顯示，為了避免學生學習時的負荷過重，需要使用適當的工具、教材與呈現方式。而藉由數學活動來發展教學思維，需要在素材和解題活動的難度上作出適當的調整（鄭英豪，2000）；為避免學生在學習上的負荷過重，適當的工具、教材與呈現方式是必要且需慎重考慮的。選擇筆者發展逾十年的數學手作課程，並結合陽明交通大學陳明璋教授開發的AMA（Activate Mind Attention）軟體來呈現教材，將使老師易於上手、學生樂於學習。進一步並透過教材步驟化、區塊化且結構化（Step、Block & Structure）的設計，以及激發式動態呈現（Trigger-base Animation）的開關應用，可增加教學成效並且適性化學習；此外結合動態幾何GeoGebra軟體，除了作動畫與3D圖像的呈現，進一步可利用所學，應用於筆者已投入多年的3D列印、雷射切割或是紙雕設計，作成品的設計與輸出，更可達到所學於所用的目的。

本計畫建立筆者已發展多年的手作課程，透過問題導向學習進行課程設計，並結合數學科普閱讀與師生的寫作，進一步應用於課堂。期待現場教師與課堂內的學生透過實作與文字，便於上手、容易理解並設計延伸挑戰，對數學學習更正向且積極。所謂的「問題導向學習」有別於傳統教育方式，從真實情境的問題出發。可以引發學生的好奇心與想要解決的動機。透過小組成員自我導向的學習（self-directed learning），試圖解決問題。至於選擇問題導向學習來設計課程，其原因

在問題解決的過程中，將著重與他人合作時，可以激發出自己建構的知識與技能（計惠卿、張杏妃，2001），恰與數學寫作預定發展概念理解與程序性技能精熟的成效不謀而合。

就 Barrett et al. (2011) 的觀點，認為問題導向學習法的方式，應該是以學生為設計問題的中心，而教師或是助教(Tutor)通常只在討論的過程，扮演引導者(Facilitator)的角色，而並不積極的介入討論的過程當中。而且種種研究也說明在數學學習透過 PBL 問題導向教學模式，比傳統講述教學法之數學教學模式，更能提升學生的數學學習成就（張賢吉，2022）。綜上所述，筆者選擇將數學手作結合，以 PBL 方式進行課程與問題解決，期待符合 PBL 學習循環圈的模式（如圖2），從問題產出、反思議題，進一步提出假設並形成想法、將問題一般化，最後匯聚結論並提出解決方案，接著產生新問題繼續同樣歷程。

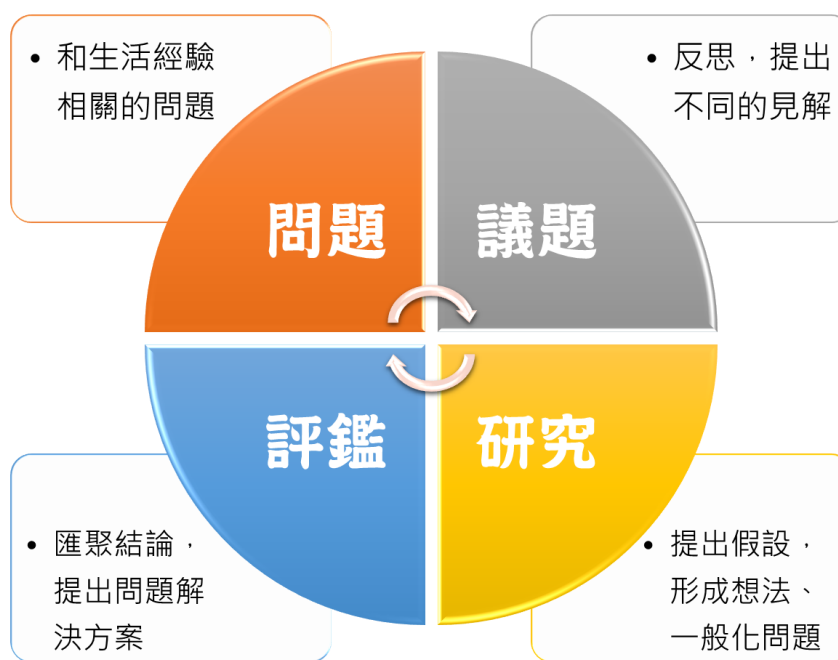


圖2 PBL 學習圈（修改自：Raine, D., & Symons, S. (2012). Problem-based learning: undergraduate physics by research. Contemporary Physics, 53(1), 39-51.）

美國數學教師協會（National Council of Teachers of Mathematics）所出版之「學校數學課程與評量標準」一書中已建議把數

學寫作融入數學教學中，並且強調二十一世紀的數學教育將特別強調溝通的能力，主張學生應藉由數學寫作的溝通方式來幫助他們釐清自己的想法，加深他們既有的數學概念，以及協助他們連結新舊概念

(NCTM, 1989)。袁媛(2003)指出在中學階段實施數學寫作活動，能有效增進學生對數學概念的理解，亦能提升中學生對數學學習的興趣與溝通能力。Van de Walle (1994)則認為，寫作活動在數學的教學與學習過程中，應該扮演相當重要的角色，因為數學寫作活動可以讓學生藉由寫作的方式自由表達數學學習的心得、想法與解決問題的思路過程，也能幫助學生發展概念性知識的理解以及促進程序性技能的精熟；透過數學寫作作為評量的方式，學生將有機會去證實自己對程序性知識及概念性知識的瞭解，以及溝通與表達想法的能力 (Liedtke & Sales, 2001)。而 Connolly 和 Vilardi (1989)也指出數學寫作對學生的推理、溝通與連結之發展具有正面的幫助，而教師更能透過數學寫作的安排與課程設計，將知識聚焦於文字，有系統性的呈現教學脈絡。因此今年度特別延續去年已設計的數學科普閱讀，持續透過新教材的引進，讓現場教師學生透過書籍、影片、網站等媒介，搭配所安排的主題與設計的學習單，將所學訴諸文字，進一步進行發表與投稿。

因此針對上述數學手作設計合適問題製作教材，與結合科普閱讀進行寫作，進一步發展課程及教案，將是今年度本計畫的主要目的，並視完成狀況決定來年是否持續申請。而數學手作與科普閱讀寫作目前看來似乎關聯性不大，國內將兩者進行結合的研究也不多見，這也是筆者在設計課程時會遇到的困難之一。期待經過今年整合，透過更多元的資源引入，有機會深入結合，以數學寫作撰寫手作課程，透過發表確認其專業性，再導入科普閱讀與實作，以進行問題導向的課程設計，設計出有別於一般傳統式教學的課程；並藉由我們所產出的成果，確認其結合的可能性與必要性。也讓這些教材，得以裨益更多的教師與學生們，提昇素養與解決問題能力、達到終身學習的目的。

## 二、執行單位對計畫支持(援)情形與參與計畫人員

本校（新北市立林口國中）相關行政人員與社群教師，對於計畫的執行推動與推廣，都是全力支持與協助，包含：校長與主任對教材推廣與設計時需公假外出，教學組的排課需求，出納會計的協助核銷，以及進行相關課程的學生全力配合與協助等，都是計畫推行時的最大助力。本年度計畫之參與人員及協助計畫內容如下：

1. 林口國中 李政憲：計畫主持人，林口國中數學科教師兼任資優班導師暨新北市數學輔導團團員，交通大學 AMA 團隊講師，教育部108年師鐸獎得主
2. 山腳國中 謝熹鈺：山腳國中數學科教師兼任桃園數學輔導團專任輔導員，106~112年「山中藝科數社群」教師專業學習社群主持人，計畫協同主持人，參與課程設計暨教學實施，榮獲桃園市109及110學年度教師專業學習社群-進階社群甲等獎、桃園市107及104學年度教師學習社群績優團隊特優、桃園市105學年度教師學習社群績優團隊優等、桃園市109及106學年度教師優良教學示例特優、107年度桃園市師鐸獎獎項、桃園市105學年度優良教育人員、桃園市106年度國民教育輔導團員傑出貢獻獎。
3. 林口國中 賴韻竹：林口國中美術科教師兼任導師，計畫協同主持人，參與課程與模型設計暨教學實施
4. 楠梓國中 顏敏姿：楠梓國中專任教師，高雄國教數學輔導團專任輔導員，計畫協同主持人，協助課程推動與產出、帶領種子教師共備成長，國中教科書出版品編輯。

5. 林口國中 校長 劉銘恩/輔導主任 邵信慧/教務主任 黃桂玲/人事主任 呂旭卿/會計主任 吳亭頤/教學組長 郭于禎/設備組長 羅兆晉/出納組長 周佳蓉：提供執行計畫相關行政支持、課程安排、經費核銷等
6. 林口國中 葉麗珠、廖婉君、王雪芬、陳俊儒、王楷淇、林一川/安溪國中 謝麗燕/碧華國中 張簡定易/中興國中 李慧玲、陳怡雯：「玩每思，思完美」教師社群成員，協助教材施作分析暨課程設計諮詢
7. 交通大學 陳明璋：交通大學教授，提供資訊融入教學、數位教材設計暨模型製作意見諮詢
8. 上海普陀少年中心交叉學科高級教師 常文武博士/師大附中 彭良禎：提供立體圖形與摺紙教學模型製作議題分享暨專業諮詢
9. 林口國中退休教師 王樹文，參與課程設計專業諮詢
10. 林口國中 七、八年級數理資優班/國小科學營：教材施作對象
11. 羅東高中退休教師 官長壽/泰北高中 藍邦偉，協助動態幾何軟體製作、獨立研究主題發想諮詢與指導
12. 藝數摺學講師群暨所屬學校：含高雄鳳山高中連崇馨、台南建興國中高國祥、屏東女中陳哲成、台中居仁國中游曉琦、桃園中壢高商吳淑惠、台南仁德文賢國中王儷娟、苗栗高商蔣小娃（陸續增加中），協助文章編寫、課程實作與修正推廣。

### 三、研究方法

「工欲善其事，必先利其器」，此次計畫選定一般授課常用的 PowerPoint 簡報軟體，結合 AMA 外掛程式集製作課程簡報進行教學設計與示範演練，今年度於學生進行分組簡報發表時，也會針對其發表內容、簡報與提問設計進行補充。而部份幾何手作課程，更搭配動態幾何軟體，作

為教師教學呈現與學生作業研究工具，使得教師研究與學生學習容易上手並易於討論，進一步可延伸學習或進行補救教學；透過提問設計討論、問題解決回饋，搭配學習單撰寫與作品製作等方式，讓學生從中學習預定達到之教學目標，也透過文章投稿與教具包出版，讓老師更容易上手。

底下再針對預定發展的兩類課程列表說明如下：

| 課程 | 課程主題   | 主要上課內容                                       | 課程設計結合數學概念   | 評量方式                                 | 結合領域                        |
|----|--------|--|--|--------------------------------------|-----------------------------|
| 1  | 數學手作探究 | N 軸星組木製作<br>平面鑲嵌圖形探究<br>井字格模型製作<br>雙軸對稱立體書製作 | N 軸星組木結合菱形<br>多面體組裝<br>平鋪、圖形解構創作<br>同心圓半徑設定/圓<br>切球切割與軟體操作 | 問題導向<br>課程提問與<br>作品設計<br>發表評量<br>學習單 | 藝術與人文<br>領域<br>社會領域<br>科技領域 |
| 2  | 科普閱讀寫作 | 科普閱讀作品發表<br>科普文章寫作投稿                         | 依指定科普書籍製作<br>相關簡報<br>文章整合數學概念                              | 學習單<br>文章撰寫<br>簡報製作                  | 語文領域                        |

表1 112學年度計畫預定發展課程列表

以上兩大主題共五類課程預計於今年進行教材設計、實際施作與修正回饋，並視實施結果暨學生反應，進一步調整課程內容。

至於選擇這五類課程進行施作分析的原因，其中 N 軸星組木與井字格模型製作是去年度已開始設計並實施的課程，今年度尚需針對未完整度補強。而平面鑲嵌圖形探究在去年出版教具包告一段落後，今年度回歸筆者鑽研多年的摺紙進行結合，也與專家討論作課程的分類與發表、實作，頗受教師好評，也預計於下學期正式對學生進行施作。至於雙軸對稱立體書製作則是今年新研發的課程，一開始的目的是為了與井字格模型搭配，後來發現其實用性亦可獨立為一門課程，目前正蒐集資料，待寒假整合後，預計下學期作更多元的設計與應用。

而科普寫作部份的作品發表，這半年來多數集中於出版社出版品的發



表暨教師與學生的寫作文章撰寫，預計下學期進行學生的寫作發表投稿、教師的合作發表，讓這些手作課程與數學科普閱讀能見度更高。

而以上課程也將依照近年筆者計畫推動的經驗，藉由下列研究步驟進行設計修正：



圖3 課程設計修正模式

(一) 課前討論：

1. 教材學習單模型製作：蒐集相關資料，製作完整教學簡報與學習單、課程相關模型或進階思考題設計；
2. 專家諮詢討論與修正：藉由相關專家與社群互動暨諮詢，討論修正後實施。
3. 線上共備群組討論：透過定期的課程討論，使有興趣推動這些課程的老師聚焦且容易上手。

(二) 課中實施：

1. 課堂施作攝影暨討論：協助引導學生理解，並藉由研究助理協助拍攝上課實施過程相片與攝影，彙集成冊或上傳至網路；
2. 學習單作品完成施作：藉由學生完成的學習單回饋或所完成的作品，確認學生的接受與理解程度。
3. 線上社群交流：目前「藝數摺學」社團已累積逾兩萬人加入，所成立線上寫作共備社團與課程推動教師群組，也會定期進行



實體或不定時進行線上共備。

### (三) 課後分享：

1. 課後回饋分析：整理學生的學習單、回饋與作品，根據學生的回饋再行修正教材定稿；
2. 社群分享互動：蒐集學生的回饋結果，連同教材集結成冊或上傳網站，於社群分享或投稿相關期刊發表施作後心得。
3. 線上社團分享：藉由目前已設立的「藝數摺學」協作平台，讓想要下載相關檔案學習的老師與學生們更加便利與完整。

## 四、執行進度（請評估目前完成的百分比）

這半年多以來，數學手作課程中，N 軸星組木製作課程延續去年的摺紙與數學魔術課程，從四軸星延伸至六軸星，甚至是十軸星。搭配 IQ-light 燈片進行模型解構與組裝，進一步探討其課程實作時的優點與劣勢（如圖 4、5），除「從四軸星組木談起」一文已正式出版（如圖 6，科學教育月刊第 460 期，民國 112 年 7 月），這半年來共備夥伴還寫了「利用 IQ 燈破解六軸星」並已投稿待審（如圖 7），期待能讓想實作的老師與朋友們更容易上手，整體課程結構已算完整。


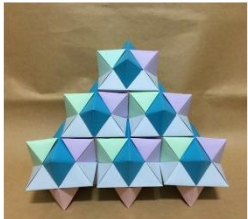

|   |  |
|---|--|
| <p>科學教育月刊 第 460 期 中華民國 112 年 7 月</p> <h3>從四軸星組木摺紙談起</h3> <p>李政憲<sup>1*</sup> 王儷娟<sup>2</sup><br/><sup>1</sup> 新北市立林口國民中學<br/><sup>2</sup> 台南市立仁德文賢國民中學</p> <h4>壹、前言</h4> <p>2021 年 10 月 17 日，承蒙中興大學豐財團法人創藝文化基金會的贊助支持，藝數摺學社團在中興大學辦理了第三屆的年會，而此次年會邀請到高雄女中退休的林義強老師針對組木與摺紙間的關聯性作了開場演講（如下圖 1），介紹了 Stewart Coffin 對於 Diagonal Barr 的作品介紹，引發了我們在群組中的熱烈討論，除了研究如何以摺紙方式完成同樣比例零件以組裝，甚至延伸開發了新的模範與組裝方式，因此特撰此文以作紀錄。</p>  <p>圖 1</p>  <p>圖 2</p> <p>圖 4</p> | <h3>利用 IQ 燈破解六軸星</h3> <p>游曉琦... 王儷娟... 蘇小娃</p> <p>我們在「從四軸星組木摺紙談起」的文章中[1]討論了 John 和 Jane Kostick 所設計的 Tetraxis<sup>®</sup>，認識了其內部的空間是一個菱形 12 面體，也可以將 Tetraxis<sup>®</sup> 的每個零件以柱狀的物體取代，則可形成不同效果的成品。如果以細木棒取代 Tetraxis<sup>®</sup> 的零件，再將互相平行的四組木棒兩端束紮，則可製作出四軸的 John Kostick's Stars (如圖 1)。在 Kostick 的資料圖片中，還有六軸的 John Kostick's Stars [2]，有四軸星的成功經驗後，我們繼續了六軸星的探究。</p> <p>如果四軸星的核心是菱形 12 面體，那麼六軸星的核心會是甚麼形體呢？很自然的我們想到了同樣是由菱形組成的多面體，菱形 30 面體。四軸星的操作是將 Tetraxis<sup>®</sup> 的零件以細木棒替代，其實就等同於在菱形 12 面體的每一個面上放置一根細木棒。所以如果以類似的方法使用在菱形 30 面體上，會是甚麼情形呢？</p>  <p>圖(1) 左：Tetraxis<sup>®</sup>... 右：四軸星</p> <p>圖 5</p> |
|---|--|



圖6



圖7

而「平面鑲嵌圖形探究」這半年來則是將重點放在鑲嵌摺紙的系統化與推廣，除了與鳳山高中連崇馨老師分類了鑲嵌摺紙的分類與操作時長（如圖8、9），更已今年度於海科館辦理的第五屆藝數摺學年會由連老師分享，得到與會老師們的一致好評（如圖10），也於下午的跑攤工作坊由苗栗高商的蔣小娃老師帶領老師們進行體驗（如圖11）。

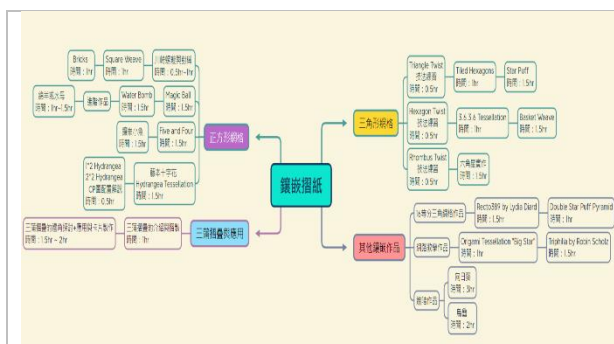


圖8



圖9



圖10



圖11

原訂的「切圓球模型製作」與專家諮詢討論帶領共備後（如圖12），決定正名為「井字格模型製作」，除了製作步驟化簡報並搭配動態幾何軟體，



讓老師們更容易上手（如圖13），也於今年度的年會由洪新富老師帶領近百位老師一起學習（如圖14），會後並進一步發展為井字格的解鎖活動（如圖15），從解鎖過程，體會數學平移與旋轉的不同變化，達成預定挑戰的任務。除了今年寒假將於屏東教師職業工會與金門高中分別辦理井字格實作工作坊，也將於科教館辦理的數學日活動，正式帶領一般民眾體驗這項新發展的解鎖課程。



圖12

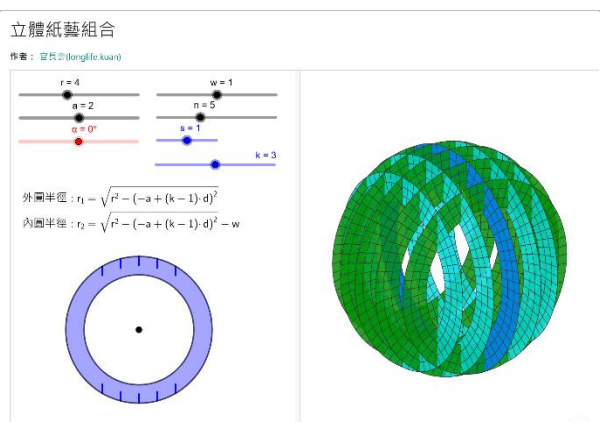


圖13



圖14



圖15

而「雙軸對稱立體書製作」目前正處理蒐集並製作相關範本的過程，社群的張怡雯老師也與廠商合作，即將於下學期出版立體書教具包，屆時可推動至一般學校，結合現行課程讓老師們更有感。

至於科普閱讀寫作課程中的「科普閱讀作品發表」，這半年來陸續與出版社合作出版「乘其體面」、「碎碎平安」教具包並辦理實體與線上研習（如圖16~19），也與其他社群老師合作撰寫了「日曆魔方轉轉轉」、「撲數迷離」教具包搭配北中南實體研習各三場（如圖20~23），社群老

師也延續之前產出的「知書達體」教具包，於去年年底與出版社合作出版「DIY 聖誕卡片：矩形結構應用篇」並辦理相關研習，讓老師們知道應用方式（如圖24、25）。



圖16



圖17



圖18



圖19





圖20



圖21



圖22

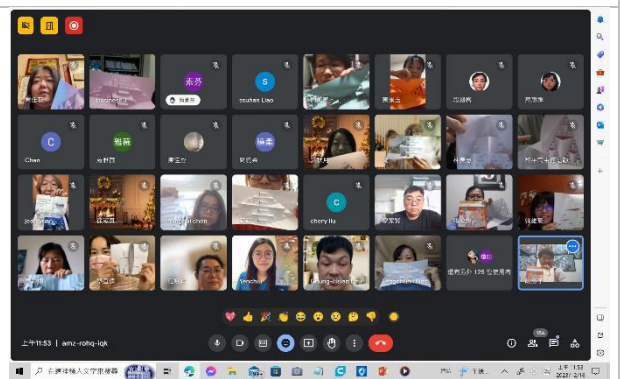


圖23



圖24



圖25

至於「科普寫作文章投稿」，教師社群部份目前已累積撰寫七篇文章，其中兩篇已發表，其他文章待投稿（如圖26~29）。而學生指導部份由於本學年的數感盃停辦，預計與校內的閱推老師合作，指導學生撰寫數學新詩與散文，投稿中學生報，並藉由分組報告與閱讀心得書寫，讓學生的科普寫作不間斷。

### 續「黏」市松紋~菱形多面體再探與再變

彭良禎  
國立臺灣師範大學附屬高級中學數學科教師

#### 一、前言

繼前一篇〈「黏」市松紋〉介紹「菱形 $n(n-1)$ 面體」的衍生脈絡之後，本文進一步探究其自成一格的構成比例，並借用 GeoGebra 軟體的介面平台，將其衍生脈絡複製到以正多面體為核心的分割設計，賞析其透過局部鏡像對稱而成的立體造型。另分享在實際推廣本摺紙系列的教學活動中，筆者所見的創意發想，以及結合組合摺紙的結構巧思，將目前已研發成型的幾款特殊菱形摺紙零件，轉而加工、黏貼成多種凹凸角錐的星狀體，期讓有興趣的讀者也能將這些創意拼組的立體模型摺好、黏好放置在桌上，以便進一步摸一摸、看一看、想一想，探究其立體結構背後的數學關係與幾何特徵。

#### 二、解「菱」繫「菱」

若正 $n$ 角錐的高為 $h$ ，底面正 $n$ 邊形的外接圓半徑為 $r$ ，則其與生成菱形 $n(n-1)$ 面體的外接圓柱的高( $H$ )與底圓半徑( $R$ )的長度關係如下：

1. 圓柱高 $H=n \times h$ 。
2. (1)當 $n$ 為奇數時，底圓半徑 $R = \frac{r}{2\sin(\frac{\pi}{2n})}$ 。
- (2)當 $n$ 為偶數時，底圓半徑 $R = \frac{r}{\sin(\frac{\pi}{2n})}$ 。

如圖1，上述介於正 $n$ 角錐與其衍生菱形多面體之間高矮胖瘦的結構關係式，是上回在投稿〈「黏」市松紋〉的審查期間，筆者邀請官長壽老師幫忙呈現GGB動畫設計時，雙方在你來我往Q&A的階段，意外察覺、引發的探究結果，但當時礙於審查時間與篇幅的限制而沒能同步發表。而因為存在於角錐與圓柱兩者之間的高度關係( $H=n \times h$ )實在是太精簡了，故特別借此篇幅完整呈現。(註1)

圖26



#### 摺紙學數學

參考正三角形四疊合的作品來學習空間座標的建立  
 屏東女中 陳哲成  
 文賢國中 高國祥  
 以下先介紹此作品的摺法與拼組，需要四個顏色的正方形色紙各三張，每個零件摺法如下：

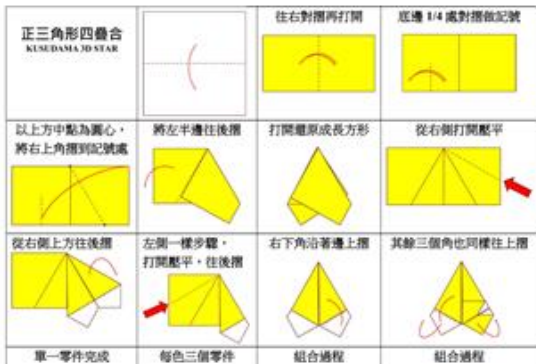


圖28

### 正多邊形摺紙與組合式多角禮物盒

蔣小娃<sup>1</sup> 連崇馨<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> 國立苗栗高級商業職業學校  
<sup>2</sup> 國立鳳山高級中學

#### 壹、前言

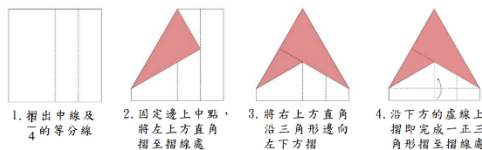
正多邊形的摺紙其實很適合在國中學過畢氏定理後或是搭配尺規作圖，以及高中配合三角比搭配計算機的計算引入課程內，讓學生嘗試探索並了解其中蘊含的數學知識，本文將針對正三角形、正五邊形、正六邊形與正七邊形的摺紙做一點探討與說明，並利用正多邊形的摺紙原理及三角比的計算，來解構日本摺紙大師 Tomoko Fuso(布庭知子)在組合式多角禮物盒一書中的設計原理。

#### 貳、正三角形與組合式三角禮物盒

(1)正三角形：

正三角形的摺紙方式有很多種，以下我們用其中的兩種為例。

範例 1：



[說明]：在步驟 2 中，若設色紙的邊長為 4，則右圖中的  $AB=2, BD=1$ ，且  $\triangle ABD$  為直角三角形，可知  $AD=\sqrt{5}$ ，因此  $\angle ABD=60^\circ, \angle BAD=30^\circ$ ，又  $\triangle ABC$  為一直角三角形， $\angle ABC=60^\circ, \angle BCA=30^\circ$ ，

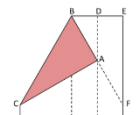


圖27

當藝術遇上數學—紙摺蒙德里安方塊·林口國中李政憲/居仁國中退休·游曉琦

#### 一、前言

□皮特·科內利斯·蒙德里安 (Piet Cornelies Mondrian, 1872 年 3 月 7 日—1944 年 2 月 1 日)，荷蘭，遷於紐約，是風格派運動後藝術家和非具象繪畫的創始者之一，對後代的建築、設計等影響很大。自稱其畫風為「新造型主義」，又稱「幾何形態派」，強調只運用最簡化、基礎的直線與形元素，進行抽象藝術的創作。如下左圖 1「Composition in red, yellow, blue and black, 1921」作品為其於法國時的創作，使用了藍紅黃三原色與白、黑兩色，而右圖 2「Composition No.10, 1939-1942」為其於英國倫敦時的創作，時值二次世界大戰將至，其作品中的粗黑線象徵著主觀，呈現失落的心情，數快的顏色也隨之減少。(註 1)。

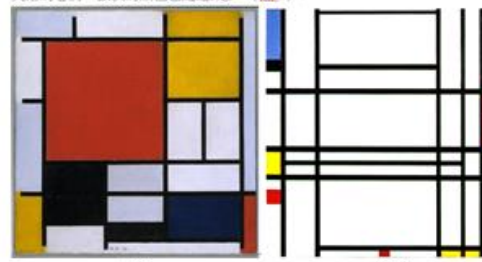


圖 1

圖 2

圖29

以上課程於校內授課方式多利用原授課時間（普通班彈性課程、第八節、寒暑假輔導課、社團活動或資優班數學課、個別指導及專題課）時間，或是原訂完成的活動（國中小科學營或寒暑假營隊）的部份課程，並提供相關模型材料以利施作討論。透過研習的舉辦或研討會參與，讓教材與現場老師的互動更深入，了解相關設計理念、實施細節與進階應用；最

後透過網頁分享、整理與交流，使有意使用於教學的老師或再行複習或練習的學生們更加方便。目前相關工作時程表列舉如下，因配合局端來文，目前整體完成進度約60%；與申請的經費比例使用額度大致符合，惟目前經費尚未到位，相關墊付款項幸虧校方以校內款項先行支應，是這半年來遇到最大的問題。接下來幾個月將依剩餘進度完成剩餘款項的核銷與計畫的執行：

| 數學手作問題導向課程與科普閱讀寫作設計<br>之研發與實作 II | 112年8月 | 112年9月 | 112年10月 | 112年11月 | 112年12月 | 113年1月 |
|----------------------------------|--------|--------|---------|---------|---------|--------|
| (一)相關資料蒐集                        |        |        |         |         |         |        |
| (二)關鍵提問、互動簡報製作                   |        |        |         |         |         |        |
| (三)專家諮詢、舉辦相關講座或研習                |        |        |         |         |         |        |
| (四)相關教材學習單設計                     |        |        |         |         |         |        |
| (五)手作模型設計製作印刷                    |        |        |         |         |         |        |
| (六)互動教材施作                        |        |        |         |         |         |        |
| (七)輔導團團內或到校分享                    |        |        |         |         |         |        |
| (八)網頁交流與共備群組社團互動                 |        |        |         |         |         |        |

表2 目前已完成工作甘特圖

## 五、預期成果

綜而言之，針對此次計畫，筆者預期要完成的工作與已達到的成果如以下十點（如圖30）：

1. 延續已開發課程，發展更多元的教材，讓數學與藝術、科技及語文等領域作結合，輔助相關知識的理解與應用；
2. 根據教案內容屬性，設計提問學習單、製作教學簡報大綱與學習單方便教師上手，學生學習容易聚焦；目前已陸續完成 N 軸星組木製作簡報、課程大綱與學習單、輔助教學軟體，平面鑲嵌圖形課程簡報與大綱，井字格模



型製作簡報、輔助教學軟體，而科普閱讀作品發表直接與手作課程結合教具包出版，至於科普文章寫作投稿則已產出七篇文章，其中一篇文章已發表，六篇文章待投稿。

3. 將發展出的數學手作與閱讀寫作教材，於課堂中實作，讓學生能從操作與討論中進行「有感覺的數學課」；也能藉由所學，將知識應用於解決問題，理解數學與生活結合的適切性，更能訴諸文字，具體呈現心得與素養能力。本學期著重在學生的閱讀能力提昇與新詩寫作，接下來將以專書讓學生進行分組發表，並將其作品進行投稿。
4. 設計研發製作數學手作相關模型，讓老師與學生們便於上手，並與現場老師分享施作方式與心得，吸引更多老師加入數學手作課程設計與推動的行列。除了已開發的 N 軸星組木模型，本年度陸續研發了平面鑲嵌模板、遮光罩模擬板、「方·圓之間」模板，都是透過這些模板，可以讓老師們更容易上手的課程。
5. 結合科普閱讀與數學寫作，搭配問題導向設計專題課程，聚焦數學手作課程學習，培養學生自學能力；今年度最大的突破是邀請閱推老師，直接入班對於同學們的寫作能力進行指導，並結合時下正夯的 AI 輔助，也期待接下來學生的修改與投稿能有好成績。
6. 針對課程成立線上共備群組與寫作社團，於適當時機邀請有意願加入推動的老師一起討論參與課程寫作或教案投稿；並將施作與研究的心得投稿相關科學或數學期刊，進一步與廠商合作出版教具包，藉以驗證其專業與普及性。迄今與廠商合作出版了四份教具包，也協助社群老師獨力與廠商出版乙份教具包。

7. 透過資源分享的雲端空間，整合相關成果，並將所發展與推廣的數位教材檔案放置於網路平台（藝數摺學社團、共享平台），讓有興趣的學生或老師能方便使用與討論，達到線上共備的效能，進一步透過平台分享，裨益各地的老師與學生們。
8. 聘請相關領域的專家學者到校、社群或輔導團，針對老師或學生作演講及研討諮詢，發展可以實際運用於課堂的教材，讓教材發展更多元。今年度預定辦理的研習活動將邀請數學手作與科普閱讀或寫作相關講師針對教師社群、全市教師或校內師生進行講座 3-4 場次，每場次 2-3 節課、參加人次預計為 6 人到 40 人不等。
9. 本年度購置魔數學習單、藝數摺學、超展開數學教室、塗鴉學數學等數學科普專書與參考書籍，帶領學生閱讀書寫學習單製作專題，透過學生作品、學習單實作與回饋，檢驗教材設計的適切性，並根據學生學習狀況，進而修改出更適切的相關教材內容。
10. 與相關機構與民間基金會合作，辦理更多元的工作坊，裨益更多地區的師生，培養更多的亮點種子教師，為台灣的教育貢獻一己之力。剛於十一月份辦理的第五屆藝數摺學年會，結合了財團法人創藝文化基金會、中華民國數學會、國科會科學推廣中心數學組，並緊密結合了此次計畫的內容，作課程的研發與發表，十分受與會老師好評。

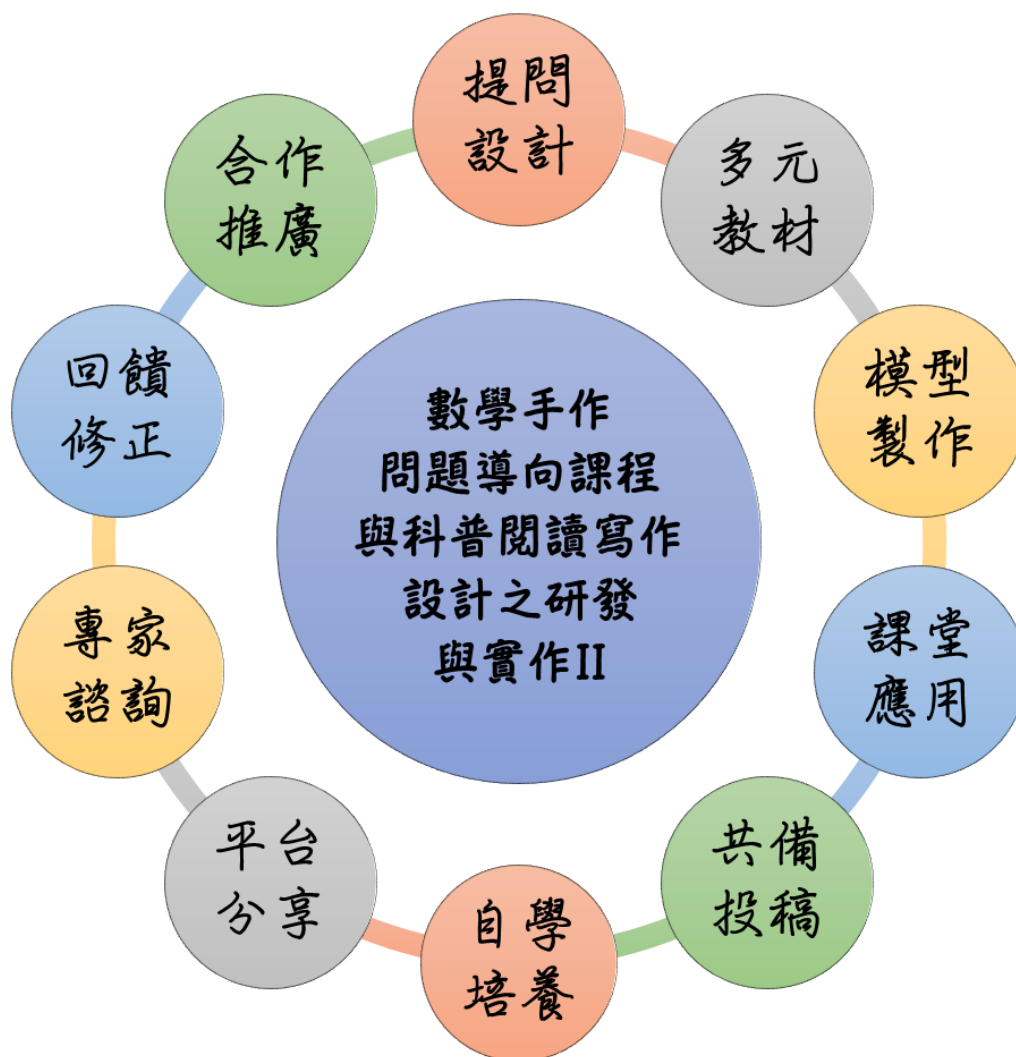


圖30

## 六、檢討

本計畫因想發展的課程不少，也因執行時的考量，對相關的進度作了微調；針對這半年來所遭遇困難與目前的解決之道分別如下（如圖31）：

1. 經費到位太晚，相關經費支付有所困難：局端十一月中旬來文，需於十二月核銷完畢總經費之70%國教署部款，經電話與承辦人員確認無法流用至隔年。而十二月份會計部門關帳前，製據的費用尚未撥款，至十二月底款項始撥款核銷。而於十二月底又來文部款可流用至今年，惟相關單據已送出核銷，預計將影響下半年的執行運用。
2. 資料取得整合困難，茲以底下方式進行調整：
  - (1) 藉由經費挹注，購置相關書籍教具，以利課程設計與施作；

- (2) 經由專家諮詢提供意見，協助教材整合，並確認其正確性與實用性；
  - (3) 藉由社群教師分工合作，整理教材、書寫文章並發展課程，進一步組成團隊參與競賽以加強推廣；
3. 無法配合進度實施，茲擬定相關配套措施如下：
- (1) 安排於輔導課與社團課施作，部份延伸內容改於個別指導選修深入討論，一方面不會耽擱原本進度，另一方面也可依照學生個別興趣，於討論完畢進行發表；
  - (2) 配合模型轉換原課程為學生較易操作課程，提昇學生動機，引發其學習興趣，如今年度發展的「方圓之間」暨鑲嵌相關模板，都是讓現場教師與學生更容易上手的模板設計；
  - (3) 利用營隊方式實施；
  - (4) 切割實作與討論課程分別實施；
  - (5) 搭配活動由學生設計課程、擔任關主，從分享中學習成長更迅速；
  - (6) 搭配進度與出版社合作教具包，鼓勵教師投入實作：如今年與出版社合作出版的「乘其體面」、「碎碎平安」與「日曆魔方」等教具包，即搭配出版社辦理研習與社團活動，受惠學生逾3000位。
4. 不易同步操作學習：實作課程最擔心的就是無法跟著教學進度，按步就班完成相關作品，茲針對此問題，提供下列解決之道：
- (1) 發展摺紙模型步驟化操作，設計實作教具，由自製到製模，增加實作精準度及增進學生操作；
  - (2) 搭配實物投影機、大型教具同步學習，可使老師更易講解說明，學生印象更為深刻；
  - (3) 使用網際網路預錄對照學習，透過 youtube 網站分享摺法使教師與學生可重覆學習；
  - (4) 結合其他軟體或實體課件對照學習，如透過 GGB 動態軟體進行圖形的繪製與動畫展示、使用扣條針對移動方塊的平面結構進行理解；
  - (5) 透過小組合作學習模式進行，藉由討論與分組完成作業可增進學生互動，減輕學生完成指定作業的壓力；
  - (6) 視人數安排助教進行教學協助，並於課後進行討論共備；

5. 學生反應不如預期：部份設計內容因設計時無法確認學生接受度與延伸學習的可能性，針對此問題所採取相關措施如下：
- (1) 降低作業門檻，或以分組方式進行發表；
  - (2) 鼓勵有興趣深入研究同學於課堂或以其他形式發表，透過作品的發表可讓討論所得的結論更為具體；
  - (3) 設計另類作業，使學生願意投入的意願性增高；
6. 課間操作推動不易：有鑑於多數課程，無法以個人之力全面推動或於正課中實施，茲安排以底下方式進行調整：
- (1) 與其他單位合作辦理假日研習與營隊；
  - (2) 線上共備群組互動討論；
  - (3) 培訓「藝數摺學」講師群；
  - (4) 調整課程內容，從簡單作品製作討論起；
7. 社群教師鎖課不全：透過課程的切割與教務處的排課安排，使得有課務的老師也能部份或完整學習。惟因這學期僅三位校內社群老師完全鎖課，所以外校社群老師多需直接到校參與相關活動。
8. 線上社群互動度小：目前「藝數摺學」社團人數雖滿23000人，且固定辦理相關活動，但會回應與互動的人數畢竟有限。故透過「藝數摺學寫作社團」，除鼓勵有興趣深入研究的老師們寫作聚焦，亦會定期辦理實體共備，並透過線上共備群組即時討論，讓課程發展更全面。
- 期待透過以上調整方式，使後續半年的課程進行更為順遂，計畫推動更完善。

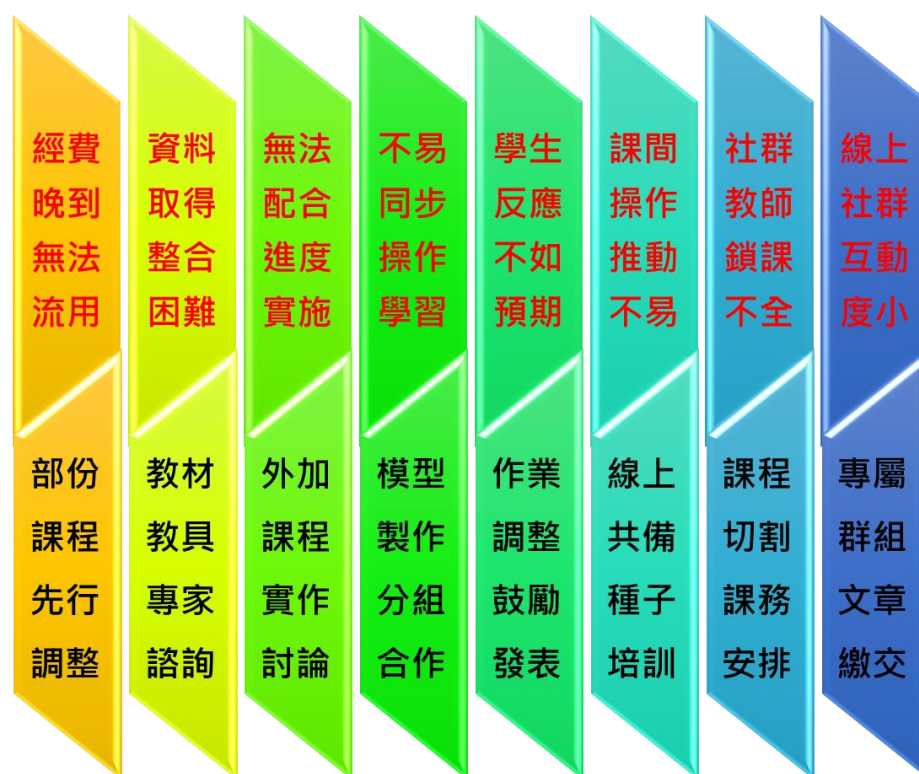


圖31

## 七、參考資料

1. 十二年國民基本教育國民中小學暨普通型高級中等學校數學領域課程綱要，教育部，2021年修訂。
2. 鄭英豪(2000)：學生教師數學教學概念的學習：以「概念啟蒙例」的教學概念為例。國立台灣師範大學數學研究所。博士論文，14-17頁。
3. 袁媛（2003）。高中網路數學寫作的實施與其對學生數學態度之影響研究。花蓮師院學報，17，190-210。
4. 計惠卿、張杏妃（2001）。全方位的學習策略－問題導向學習的教學設計模式。教學科技與媒體，55，58-71。
5. Barrett, Terry, Cashman, Diane, & Moore, Sarah. (2011). Designing problems and triggers in different media. In T. Barrett & S. Moore (Eds.), *New approaches to problem-based learning : revitalising your practice in higher education* (pp. 18-35). London: Routledge.
6. 張賢吉（2022）。運用PBL教學模式在技術型高中數學課程之研究。
7. Raine, D., & Symons, S. (2012). Problem-based learning: undergraduate physics by research. *Contemporary Physics*, 53(1), 39-51.
8. National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
9. Liedtke, W. W., & Sales, J. (2001). Writing tasks. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(6), 350-355.
10. Connolly, P., & Vilardi, T. (1989). *Writing to learn mathematics and science*. New York: Teachers College Press.