

利用阿特武德機裝置測量黏滯係數

陳汕塘
國立中興大學物理系

壹、前言

利用光電管裝置測量液體的黏滯係數其準確度相當高，是一種非常巧妙的實驗設計⁽¹⁾。然而此種實驗裝置卻有一缺點，即光電管裝置無法追蹤物體在非透明液體中的運動，亦即光電管裝置無法測量非透明液體的黏滯係數。因此，對於非透明液體的黏滯係數測量，必須設計其他的實驗裝置才行。比較各種測量非透明液體的黏滯係數實驗裝置後，作者認為阿特武德機裝置 (Atwood's machine) 其理論簡單⁽²⁾，是一種非常適合高中或大一學生實驗的裝置。在 1986 年 Greenwood 等人就曾利用阿特武德機裝置並配合攝影機來從事黏滯係數的測量工作，但可惜並未成功⁽³⁾。探究其失敗因素可歸納出下列幾點：(1) 未探討斯托克定律的適用條件。(2) 無法得知球後細線在流體中運動所受到的阻力大小。(3) 未考慮細線與液體表面的作用力是否可忽略。因此，若有辦法解決上面提出的三個問題，則利用阿特武德機裝置來測量不透明液體的黏滯係數，應該是可行且非常理想的實驗設計。

貳、如何解決阿特武德機測量黏滯係數所衍生之問題

由前面的說明已知，若想要利用阿特武德機測量非透明液體的黏滯係數，則必須先設法找出上面所提出的三個問題之答案。然而僅靠目前已知的流體力學理論與實驗數據想要獲得答案仍是力有未逮，因此必須再從事其他種實驗探討才行。作者由曾經做過的光電管裝置與氣墊軌裝置實驗所獲得的數據，可以圓滿的提供利用阿特武德機裝置，測量非透明液體的黏滯係數所必須先解決的三個問題之答案。今將實驗結果簡單敘述如下：(一) 半徑 R 的小球在圓柱管內運動時，小球所受到的黏滯力並非 $6\pi R\eta V$ (斯托克定律)，應該修正為 $6\pi R\eta V \left(1 + 2.1 \frac{R}{R_c}\right)$ ，其中 R_c 代表圓柱管內的半徑，此結果與 Happel 和 Brenner 的理論相符⁽⁴⁾。(二) 當小球的半徑與細線的半徑比小於 30 倍且小球的雷諾

耳數 (Reynolds' Number) $N_s < 0.5$ 時，則與球相連接的細線在充滿液體的圓柱管內運動其所受到的黏滯力，與一單獨圓柱體在圓柱管內運動所受到的黏滯力是相同的，即長度 L 的細線與球一起在黏滯係數 η 的液體中運動，細線所受到的黏滯力等於

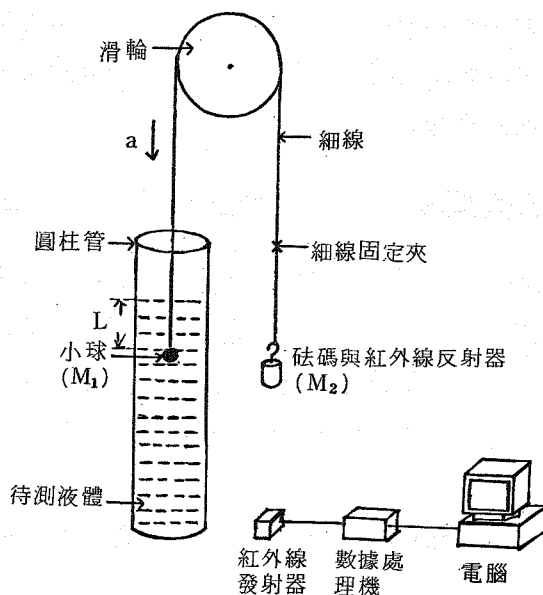
$$2\pi L\eta V / [\ln(\frac{R_c}{r} - 1)]$$

，其中 r 代表細線的半徑⁽⁵⁾。(三)細線與液體表面的作用力非

常小，可忽略不計⁽⁶⁾。由上述的實驗方法和所得的結果，可以順利解決前面所提出的三個問題，因此我們現在就可以利用阿特武德機裝置去測量非透明液體的黏滯係數。

參、實驗裝置與實驗步驟

Greenwood 等人曾使用攝影機來追蹤阿特武德機裝置中的砝碼運動情形，以求得小球在充滿液體的圓柱管內運動的終端速度；然後再利用終端速度大小去計算液體的黏滯係數。此種實驗設計並不是很理想的，因為利用攝影機不但無法精確求得小球的終端速度，且更無法顯示物體從起始至達到終端速度的過程，使學生可以親眼目睹，以提供學生較高層次的認知過程 (Cognitive Processes)⁽⁷⁾。爲了改進這些缺失，作者認爲使用紅外線發射器、反射器與個人電腦來取代攝影機較爲恰當，其詳細實驗裝置如圖一所示。如此，學生可從個人電腦螢幕精確求得小球的終端速度，更可以清楚看到小球從開始運動至達到終端速度的過程。利用阿特武德機配合微電腦裝置來求得不透明液體的黏滯係數，其實驗步驟簡述如下：(1)將待測液體、紅外線發射器反射器與數據處理機、個人電腦依圖一所示裝置妥。(2)放鬆細線固定夾，由電腦螢幕所顯示的 $v-t$ 圖及 $x-t$ 圖，求得砝碼即小球的終端速度 V_t 與達到終端速度時細線浸在液體內的長度 L 。(3)重複步驟 2 數次，求出 V_t 及 L 的平均值。(4)由公式(1)



圖一 阿特武德機配合微電腦裝置

$$(M_1 - M_2)g - 6\pi R\eta V_t \left(1 + 2.1 \frac{R}{R_c}\right) - 2\pi L\eta V_t / \left[\ln\left(\frac{R_c}{r}\right) - 1\right] - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0 g = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

其中 ρ_0 代表液體的密度，計算待測液體的黏滯係數 η 。(5) 改變砝碼的質量 M_2 重覆 2-4 步驟。(6) 對於不同的 M_2 ，計算待測液體的黏滯係數並與公認值比較。(7) 找出 M_1/M_2 在何種條件下所測得的黏滯係數其誤差最小。

肆、公式(1)的理論與實驗基礎

半徑 R 的小球在半徑 R_c 且充滿液體的圓柱管中心運動時，小球所受到的黏滯力並不是 $6\pi R\eta V$ ，必須修正為 $6\pi R\eta V \left(1 + 2.1 \frac{R}{R_c}\right)$ ⁽⁴⁾。但半徑 r 、長度 L 的細線若與小球相連接，且置於上面所述的圓柱管內運動時，則細線所受到的黏滯力大小並無理論可尋，經作者利用光電管裝置實驗的結果分析得知⁽⁵⁾，若球的雷諾耳數 $N_s < 0.5$ 且球半徑與線半徑比小於 30 倍時，則球後的細線所受到的黏滯力與一單獨圓柱體在圓柱管內所受到的黏滯力相同，等於 $2\pi L\eta V / \left[\ln\left(\frac{R_c}{r}\right) - 1\right]$ ⁽⁸⁾。因此由圖一的阿特武德機裝置可知，當細線夾放鬆時，則其運動方程式為：

$$(M_1 - M_2)g - 6\pi R\eta V \left(1 + 2.1 \frac{R}{R_c}\right) - 2\pi L\eta V / \left[\ln\left(\frac{R_c}{r}\right) - 1\right] - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0 g = (M_1 + M_2)a \quad \dots\dots\dots (2)$$

當小球達到終端速度時，其加速度 $a = 0$ ，即可得到公式(1)。其中 $\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0 g$ 項代表小球所受到的浮力，而細線的重量與其浮力兩項忽略不計。

伍、結語

對於高中或大一學生而言，光電管裝置是各種測量透明液體黏滯係數實驗裝置中較為準確的實驗裝置。然而，對於各種測量非透明液體的黏滯係數裝置來說，阿特武德機配合微電腦裝置，亦可說是一種非常好的實驗設計；只是因為時間關係，作者尚未對此

實驗裝置從事精確的測量分析，因此，其準確度為何？ M_1/M_2 的值在何種情況下準確度最高等問題，尚無法作進一步的評論，希望對本實驗有興趣者能繼續本實驗研究。

參考文獻

1. 陳汕塘(民82)：利用光電管測量黏滯係數的實驗設計。科學教育月刊，第160期，39-42。
2. Young, H. D. (1992). University Physics, eighth edition. Copyright by Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 135.
3. Greenwood, M. S. (1986). Using the Atwood machine to Study Stokes' law, Am. J. Phys. 54 (10), 904-906.
4. Happel, J. and Brenner, H. (1957). Slow viscous flow past a Sphere in a cylindrical tube. J. Fluid. Mech. 4, 195-213.
5. Shan-Tarng Chen (1994). The resistive force on a sphere with a string moving in a viscous fluid. Chinese Journal of Physics. Vol. 32, No. 4, 395-404.
6. 陳汕塘(民81)：斯托克定律的適用性之實驗研究與黏滯係數測定實驗的設計。彰化師大科學教育研究所碩士論文。
7. 邱美虹(民81)：實驗室的新夥伴—微電腦在學習圖形上所扮演的角色。科學教育月刊，第148期，53-58。
8. Happel, J. and Brenner H. Low Reynolds Number Hydrodynamics. (Prencice Hall, 1965), P. 342.