

1994年第25屆國際物理奧林匹亞競賽 試題及參考答案(二)

林明瑞
國立臺灣師範大學物理系

《參考解答》

理論試題第一題：

(1) (a) 取力中心為坐標原點和位能參考點，則粒子的位能可寫為

$$U(x) = f|x| \quad (1)$$

其總能量為

$$W = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} + f|x|$$

(b) 忽略靜止能量，可得

$$W = |p|c + f|x| \quad (2)$$

由能量守恆定律得知，在運動過程中，總能量 W 不變，所以

$$W = |p|c + f|x| = p_0 c \quad (3)$$

取 $+x$ 軸沿著粒子的初動量方向，上式可分為

$$pc + fx = p_0 c \quad \text{當 } x > 0, p > 0;$$

$$-pc + fx = p_0 c \quad \text{當 } x > 0, p < 0;$$

$$pc - fx = p_0 c \quad \text{當 } x < 0, p > 0;$$

$$-pc - fx = p_0 c \quad \text{當 } x < 0, p < 0. \quad (4)$$

當 $p = 0$ 時，粒子距原點最遠，設其間之距離為 L ，則

$$L = p_0 c / f$$

(c) 由(3)式和牛頓定律，得

$$\frac{dp}{dt} = F = \begin{cases} -f, & x > 0 \\ f, & x < 0 \end{cases} \quad (5)$$

由(4)和(5)兩式，可得粒子的速度量值為

$$\left| \frac{dx}{dt} \right| = \frac{c}{f} \left| \frac{dp}{dt} \right| = c \quad (6)$$

即除了在極為靠近 $x = \pm L$ 的區域之外，該高能粒子以光速運動。今以 τ 表示粒子從原點移至 $x = L$ 所須的時間，則

$$\tau = L/c = p_0/f$$

所以粒子在 $x=L$ 和 $x=-L$ 兩點之間，以光速 c 往復運動的週期為

$4\tau = 4p_0/f$ 。 x 和 t 之間的關係式為

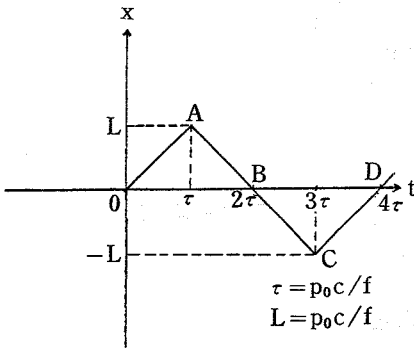
$$x = ct, \quad 0 \leq t \leq \tau,$$

$$x = 2L - ct, \quad \tau \leq t \leq 2\tau,$$

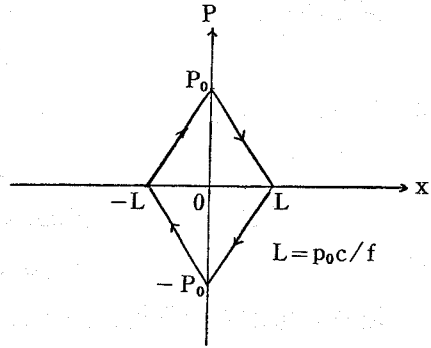
$$x = -2L + ct, \quad 2\tau \leq t \leq 3\tau,$$

$$x = -L + ct, \quad 3\tau \leq t \leq 4\tau.$$

題中所要求繪出的圖形 $x-t$ 和 $p-x$ ，分別如圖一和圖二所示。



圖一



圖二

(2) 兩夸克系統的總能量可表為

$$Mc^2 = |p_1|c + |p_2|c + f|x_1 - x_2| \quad (8)$$

其中 x_1 和 x_2 ， p_1 和 p_2 分別為夸克 1 和 2 的位置坐標和動量。就靜止的介子而言，此兩夸克的總動量為零，且在相反的方向上做對稱性的運動，即

$$p = p_1 + p_2 = 0, \quad p_1 = -p_2, \quad x_1 = -x_2 \quad (9)$$

以 p_0 表示當夸克 1 和 2 同在 $x=0$ 時的動量，則

$$Mc^2 = 2p_0c \quad \text{或} \quad p_0 = Mc/2 \quad (10)$$

由(8)、(9)和(10)三式，夸克 1 的總能量可寫為

$$p_0c = |p_1|c + f|x_1| \quad (11)$$

此式和(3)式相同，即相當於上小題中所描述的單一粒子的運動，其初動量為 $p_0 = Mc/2$ ，因此可引用其結果。夸克 1 的 $x-t$ 和 $p-x$ 的關係圖如圖三和圖四所示。夸克 2 的運動情形和夸克 2 相似，只是 x 和 p 的方向皆相反，即多一負號，以虛線標示在圖三和圖四上。

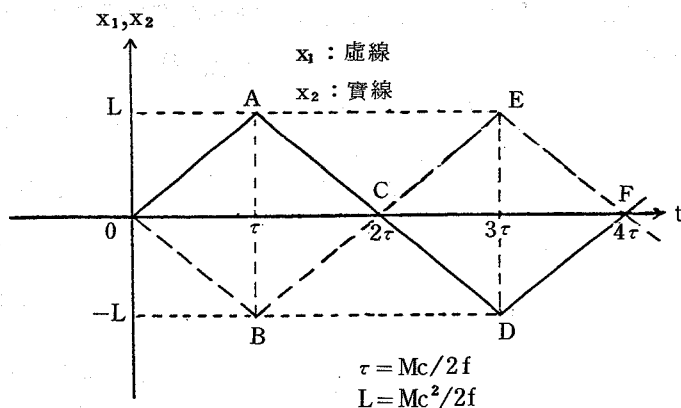


圖 三

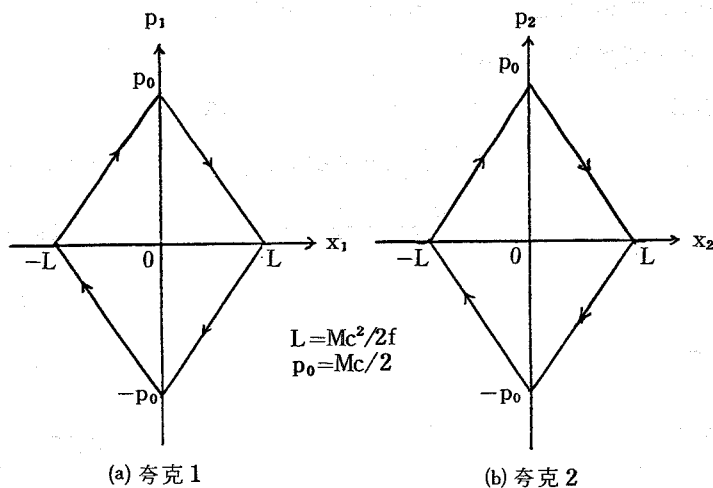


圖 四

由圖三可得出兩夸克之間的最大距離為

$$d = 2L = 2p_0 c / f = Mc^2 / f \quad (12)$$

(3) 兩參考坐標系 S 和 S' 之間的洛倫茲轉換式為

$$\begin{aligned} x' &= \gamma (x + \beta ct), \\ t' &= \gamma (t + \beta x/c). \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $\beta = v/c$, $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, 已知 $v = 0.6c$, 得 $\beta = 3/5$, $\gamma = 5/4$ 。由於洛倫茲轉換式為線性方程式, 在 $x-t$ 圖上的直線轉換為 $x'-t'$ 時, 其圖形仍為一直線。因此我們只須計算夸克運動在 S' 坐標系的轉折點坐標。

夸克 1 在參考坐標系 S 和 S' 的轉折點坐標，分別計算如下表所示：

坐標系 S		坐標系 S'	
x_1	t_1	$x_1' = \gamma(x_1 + \beta ct_1)$ $= \frac{5}{4}x_1 + \frac{3}{4}ct_1$	$t_1' = \gamma(t_1 + \beta x_1/c)$ $= \frac{5}{4}t_1 + \frac{3}{4}x_1/c$
0	0	0	0
L	τ	$\gamma(1+\beta)L = 2L$	$\gamma(1+\beta)\tau = 2\tau$
0	2τ	$2\gamma\beta L = \frac{3}{2}L$	$2\gamma\tau = \frac{5}{2}\tau$
-L	3τ	$\gamma(3\beta-1)L = L$	$\gamma(3-\beta)\tau = 3\tau$
0	4τ	$4\gamma\beta L = 3L$	$4\gamma\tau = 5\tau$

式中 $L = p_0 c / f = Mc^2 / 2f$, $\tau = p_0 / f = Mc / 2f$.

夸克 2 的部分，則如下表所示：

坐標系 S		坐標系 S'	
x_2	t_2	$x_2' = \gamma(x_2 + \beta ct_2)$ $= \frac{5}{4}x_2 + \frac{3}{4}ct_2$	$t_2' = \gamma(t_2 + \beta x_2/c)$ $= \frac{5}{4}t_2 + \frac{3}{4}x_2/c$
0	0	0	0
-L	τ	$-\gamma(1-\beta)L = -\frac{1}{2}L$	$\gamma(1-\beta)\tau = \frac{1}{2}\tau$
0	2τ	$2\gamma\beta L = \frac{3}{2}L$	$2\gamma\tau = \frac{5}{2}\tau$
L	3τ	$\gamma(3\beta+1)L = \frac{7}{2}L$	$\gamma(3+\beta)\tau = \frac{9}{2}\tau$
0	4τ	$4\gamma\beta L = 3L$	$4\gamma\tau = 5\tau$

利用以上的結果，這兩夸克的 x' - t' 關係曲線圖如圖五所示。圖中直線 OA 和 OB 的方程式分別為：

$$\begin{aligned} x_1'(t') &= ct', & 0 \leq t' \leq \gamma(1+\beta)\tau = 2\tau; \\ x_2'(t') &= -ct', & 0 \leq t' \leq \gamma(1-\beta)\tau = \frac{1}{2}\tau. \end{aligned} \quad (14)$$

當 $t' = \frac{1}{2}\tau$ 時，兩夸克之間的相距距離 d' 最大，其值為

$$d' = 2c\gamma(1-\beta)\tau = 2\gamma(1-\beta)L = \frac{Mc^2}{2f} \quad (15)$$

- (4) 已知介子以 $v = 0.6c$ 的速度相對於實驗坐標系 S' 運動，因此在 S' 中的能量為

$$\begin{aligned}
 E' &= \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)^2 c^2 + m_0^2 c^4} \\
 &= \left(\sqrt{\frac{v^2/c^2}{1 - v^2/c^2} + 1}\right) m_0 c^2 \\
 &= \left(\sqrt{\frac{0.36}{0.64} + 1}\right) M c^2 \\
 &= \frac{5}{4} M c^2 = \frac{5}{4} \times 140 \\
 &= 175 \text{ MeV}.
 \end{aligned}$$

評分標準：

- (1) 小題 2 分，分配如下：

0.4 分，圖一中 $x(t)$ 的曲線形狀；

0.3 分，圖一中四個等時間隔內的公式推導；

0.4 分，圖一中轉折點 A 和 C 的坐標，每一點之坐標 0.1 分，共 0.4 分；

0.4 分，圖二中 $p(x)$ 的曲線形狀（若公式推導正確得 0.2 分）；

0.5 分，圖二中正確標示 P_0 ， $L = p_0 c / f$ ， $-p_0$ ， $-L$ 和箭矢方向，每一項得 0.1 分，共 0.5 分（每一轉折點的坐標，若僅計算正確得 0.05 分）。

- (2) 小題 4 分，分配如下：

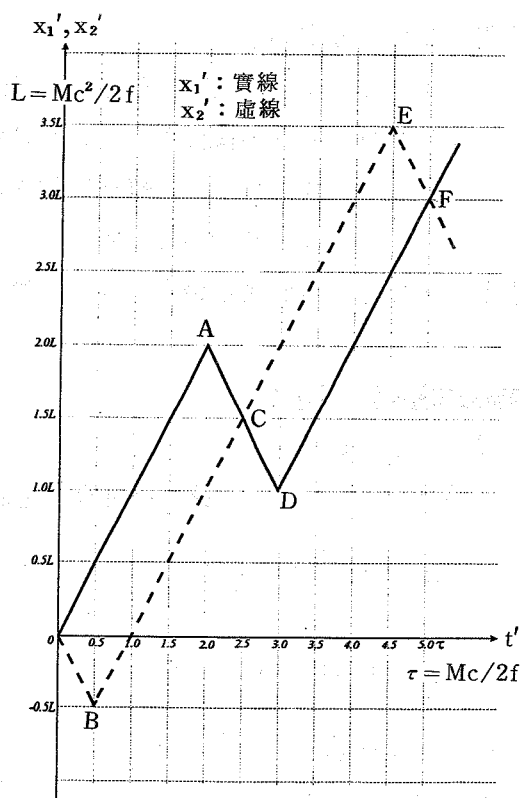
1.2 分， $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的曲線形狀，各 0.6 分，共 1.2 分；

0.8 分，圖三中轉折點 A、B、D 和 E 的坐標，每一點之坐標 0.1 分，共 0.8 分；

0.6 分， $p_1(x_1)$ 和 $p_2(x_2)$ 的曲線形狀，各 0.3 分，共 0.6 分；

1.0 分，圖四(a)和(b)中標示 $p_0 = Mc/2$ ， $L = Mc^2/2f$ ， $-p_0$ ， $-L$ 和箭矢方向，每一項得 0.1 分，共 1.0 分；

0.4 分，求出 $d = Mc^2/f$ 。



圖五

(3)小題 3 分，分配如下：

1.6 分， $x_1'(t')$ 和 $x_2'(t')$ 的曲線形狀，各 0.8 分，共 1.6 分；

0.8 分，圖五中轉折點 A、B、D 和 E 的坐標標示，每一點之坐標 0.1 分，共

0.8 分（每一轉折點的坐標，若僅計算正確，得 0.05 分）。

0.6 分，求出 $d' = Mc^2/2f$ 。

(4)小題 1 分（計算公式正確得 0.5 分；答案數值和單位正確得 0.5 分）。

理論試題第二題：

(1) 從 $t = t_1$ 至 t_3 ：

因為 $r = 0$ ，所以超導磁鐵兩端的電壓為 $V_M = L \frac{dI_1}{dt} = 0$ ，由此得

$$I_1 = I_1(t_1) = \frac{1}{2} I_0$$

$$I_2 = I - I_1 = I - \frac{1}{2} I_0$$

從 $t = t_3$ 至 t_4 ：

因為在 $t = t_3$ 時，

$I_2 = 0$ ，且 I 在 $t = t_3$ 之後，維持

等於 $\frac{1}{2} I_0$ ，所以

$$V_M = I_2 r_n = 0。$$

I_1 和 I_2 將不會改變，即

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0$$

$$I_2 = 0$$

圖六顯示所得的結果。

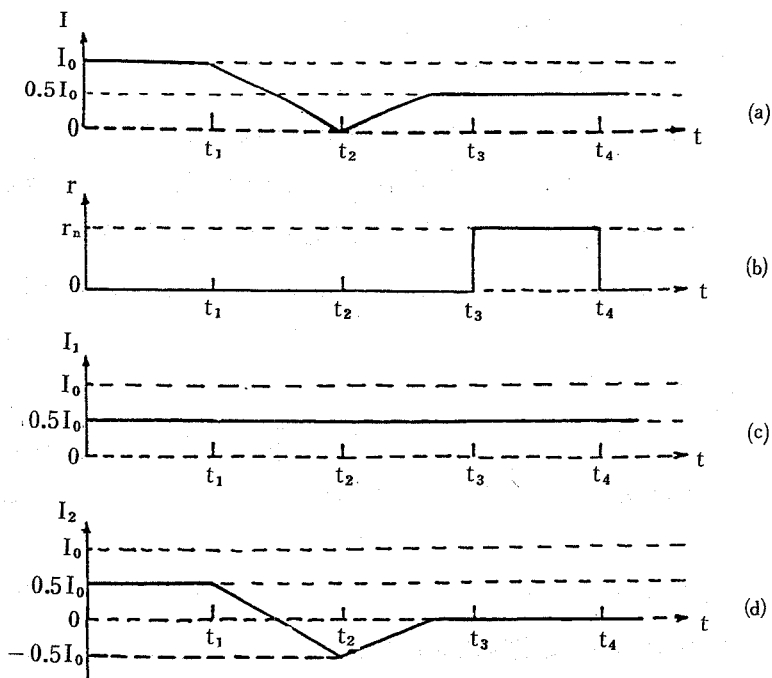


圖 六

(2) 從 $t=0$ 至 $t=1$ 分鐘：

因為 $r=0$ ， $V_M = L \frac{dI_1}{dt} = 0$ ，所以

$$I_1 = I_1(0) = 0$$

$$I_2 = I - I_1 = 0.5 \text{ A}$$

當 $t=1$ 分鐘時， r 突然由 0 升至 r_n ，由於超導磁鐵線圈的電感阻抗， I_1 不能立即改變，所以 I 將由 E/R 瞬降至 $E/(R+r_n)$ 。已知 $E/R=0.5 \text{ A}$ ， $R=7.5 \Omega$ ， $r_n=5 \Omega$ ， I 將降至 0.3 A 。

從 $t=1$ 分鐘至 2 分鐘：

I 、 I_1 和 I_2 將逐漸趨近它們的穩定值，即

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E}{R} = 0.5 \text{ A}$$

$$I_1 = I = 0.5 \text{ A}$$

$$I_2 = 0$$

其時間常數為

$$\tau = \frac{L(R+r_n)}{Rr_n}$$

已知 $L=10 \text{ H}$ ，

$$R=7.5 \Omega，$$

$$r_n=5 \Omega，$$

得 $\tau=3 \text{ sec}$ 。

從 $t=2$ 分鐘至 3 分鐘：

因為 $r=0$ ，

I_1 和 I_2 將不會改

變，即

$$I_1 = 0.5 \text{ A}$$

$$I_2 = 0$$

圖七顯示所得的結果。

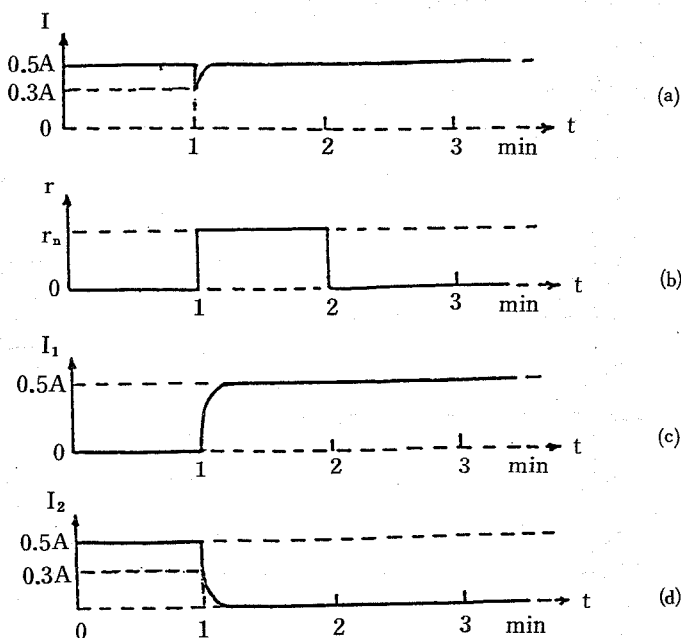


圖 七

(3) 操作步驟如下：

第一步：

接通電源開關K，把總電流 I 增加至 20A，即和 I_1 相等。因為超導開關處於 $r = 0$ 狀態，所以 $V_M = LdI_1/dt = 0$ 。 I_1 將不會變動， I_2 則增加 20A，即從 -20A 變化至 0A。

第二步：

使超導開關由 0 變化至 r_n 。

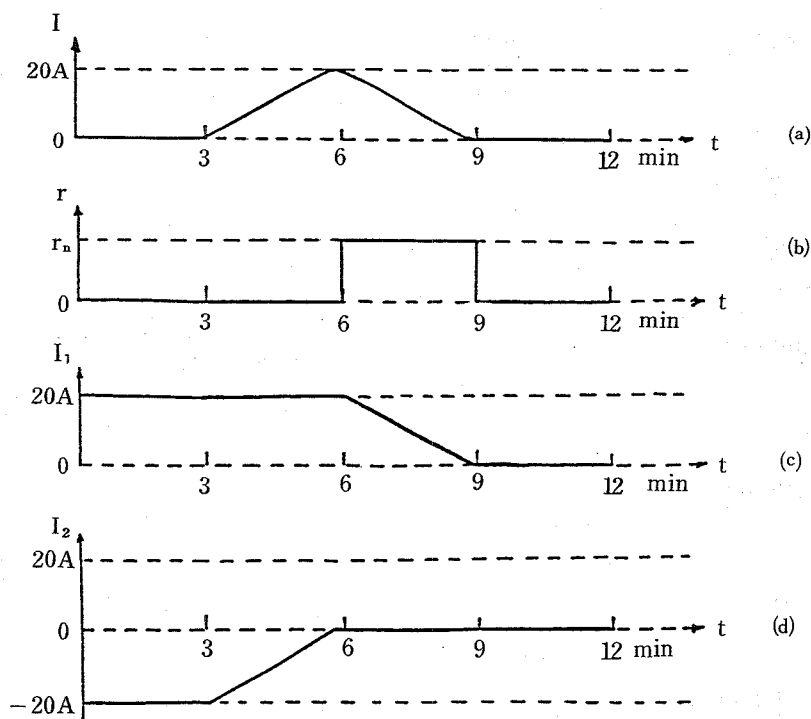
第三步：

慢慢地使 I 降到 0，但保持 $I_2 < 0.5A$ 。因為 $I_2 = V_M/r_n$ 又 $V_M = LdI_1/dt$ ，已知 $L = 10H$ ， $r_n = 5\Omega$ ，要求 $I_2 < 0.5A$ 即相當於 $dI_1/dt < 0.25A/sec$ ，也就是 $< 15A/min$ 。在圖八中， $dI/dt \sim 0.1A/sec$ ， dI_1/dt 也大致在這個值，所以上述的要求可以滿足。

第四步：

當 $V_M = 0$ 時，使超導開關轉成超導態 ($r = 0$)，切斷電源開關K。

以上的步驟，繪如圖八所示。



圖八

(4) 操作步驟如下：

第一步和第二步和(3)題對應的部分相同，使 $I_2 = 0$ 。

第三步：

使總電流 I 由 20A 增加至 30A，其變化速率仍受限於 $I_2 < 0.5A$ 的要求。

第四步：

當 $V_M = 0$ ，使超導開關切換至超導態 ($r=0$)。

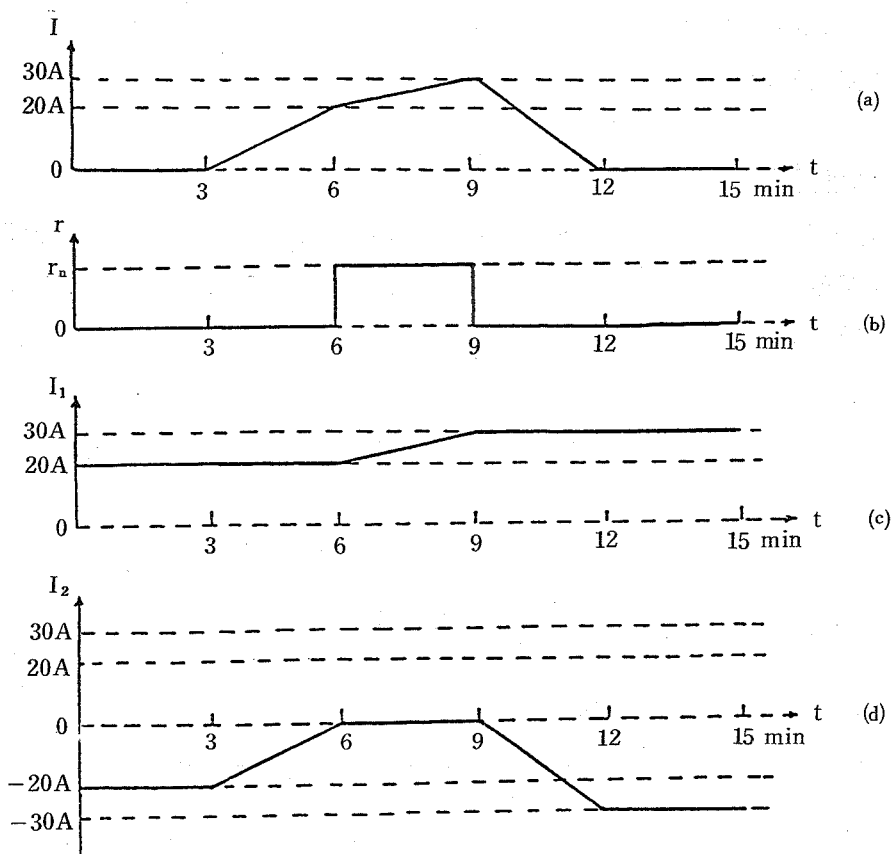
第五步：

使總電流 I 下降至 0，因為 $V_M = 0$ ， I_1 將維持在 30A，不會改變。 $I_2 = I - I_1$ ，將變化至 $-30A$ 。流經超導磁鐵的電流，將經由超導開關完成迴路。

第六步：

切斷電源開關 K ，超導磁鐵將維持在持續電流的模式。

以上的步驟，繪如圖九所示。



圖九

評分標準：

(1)小題 2分，分配如下：

在 $t=t_1$ 至 t_3 和 $t=t_3$ 至 t_4 ，兩時間間隔內的 I_1 和 I_2 曲線，各0.5分，共2分。

(2)小題 3分，分配如下：

0.6分，在 $t=0$ 至 1min 內， I_1 和 I_2 的曲線各0.3分，共0.6分。

0.9分，在 $t=1\text{min}$ 時， I 、 I_1 和 I_2 的數值，各0.3分，共0.9分。

0.9分，在 $t=1$ 至 2min 內， I 、 I_1 和 I_3 的曲線，各0.3分，共0.9分。

0.6分，在 $t=2$ 至 3min 內， I 、 I_1 和 I_3 的曲線，各0.2分，共0.6分。

(3)小題 2分，分配如下：

在 $t=3$ 至 9min 內，每一段時間間隔（3分鐘）內的 I 、 r 、 I_1 和 I_2 ，每一項0.25分，共八項，合計2分。

(4)小題 3分，分配如下：

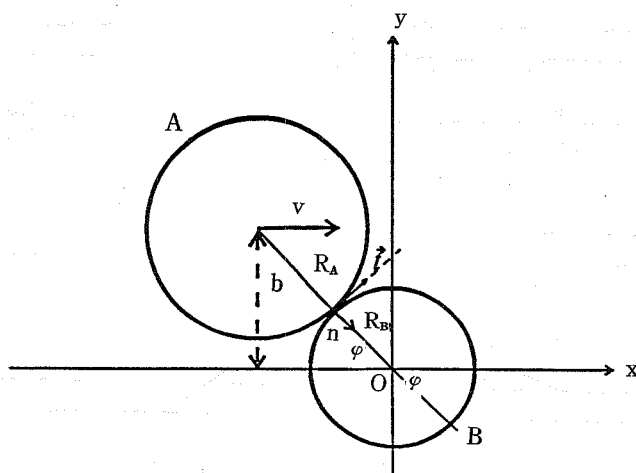
在 $t=3$ 至 12min 內，每一段時間間隔（3分鐘）內的 I 、 r 、 I_1 和 I_2 ，每一項0.25分，共有十二項，合計3分。

理論試題第三題：

(1) 當圓盤A碰撞圓盤B時，以 $\vec{n}$ 表示在接觸點處，沿表面法線方向上的單位向量， $\vec{t}$ 則為沿切線方向上的單位向量，如圖十所示。

設 φ 為 $\vec{n}$ 和 x 軸之間的夾角，則

$$b = (R_A + R_B) \sin \varphi$$



圖十

在碰撞前圓盤A和B沿 $\vec{n}$ 和 $\vec{t}$ 方向的動量分量分別為

$$mV_{An} = mV \cos \varphi, \quad mV_{Bn} = 0$$

$$mV_{At} = mV \sin \varphi, \quad mV_{Bt} = 0$$

以 mV_{An}' , mV_{Bn}' , mV_{At}' , mV_{Bt}' 分別表示圓盤A和B在碰撞後的動量分量；以 ω_A 和 ω_B 分別表示兩盤在碰撞後繞其中心軸轉動的角速度， I_A 和 I_B 各為其對應的轉動慣量，則

$$I_A = \frac{1}{2} mR_A^2, \quad I_B = \frac{1}{2} mR_B^2$$

由動量守恆定律，可得

$$mV \cos \varphi = mV_{An}' + mV_{Bn}' \quad (1)$$

$$mV \sin \varphi = mV_{At}' + mV_{Bt}' \quad (2)$$

由角動量守恆定律，可得（繞通過O點的垂直軸轉動）

$$mVb = mV_{At}'(R_A + R_B) + I_A \omega_A + I_B \omega_B \quad (3)$$

在碰撞過程中，作用于B的摩擦力衡量產生 mV_{At}' 的切線動量變化，同時也產生一角動量 $I_B \omega_B$ 。它們之間的關係式為

$$mV_{Bt}' R_B = I_B \omega_B \quad (4)$$

在碰撞期間，在接觸點處，A和B有相同的切線速度，

$$V_{At}' - \omega_A R_A = V_{Bt}' + \omega_B R_B \quad (5)$$

由題意假設兩圓盤在碰撞前後，沿盤心連線方向上（即接觸點的表面法線方向）的相對速度的量值相等，可得

$$V \cos \varphi = V_{Bn}' - V_{An}' \quad (6)$$

由(1)和(6)兩式，可得

$$V_{An}' = 0, \quad V_{Bn}' = V \cos \varphi$$

由(2)至(5)式，可得

$$V_{At}' = \frac{5}{6} V \sin \varphi, \quad V_{Bt}' = \frac{1}{6} V \sin \varphi,$$

$$\omega_A = \frac{V \sin \varphi}{3R_A}, \quad \omega_B = \frac{V \sin \varphi}{3R_B}$$

在碰撞後在x和y方向上的速度分量為：

$$V_{Ax}' = V_{An}' \cos \varphi + V_{At}' \sin \varphi = \frac{5Vb^2}{6(R_A + R_B)^2}, \quad (7)$$

$$V_{Ay}' = -V_{An}' \sin \varphi + V_{At}' \cos \varphi = \frac{5Vb \sqrt{(R_A + R_B)^2 - b^2}}{6(R_A + R_B)^2}, \quad (8)$$

$$V_{Bx}' = V_{Bn}' \cos \varphi + V_{Bt}' \sin \varphi = V \left[1 - \frac{5b^2}{6(R_A + R_B)^2} \right], \quad (9)$$

$$V_{By}' = -V_{Bn}' \sin \varphi + V_{Bt}' \cos \varphi = -\frac{5Vb \sqrt{(R_A + R_B)^2 - b^2}}{6(R_A + R_B)^2}, \quad (10)$$

(2) 在碰撞後，圓盤 A 和 B 的動能分別為：

$$E_A' = \frac{1}{2} m (V_{Ax}'^2 + V_{Ay}'^2) + \frac{1}{2} I_A \omega_A'^2 = \frac{3mV^2b^2}{8(R_A + R_B)^2}, \quad (11)$$

$$E_B' = \frac{1}{2} m (V_{Bx}'^2 + V_{By}'^2) + \frac{1}{2} I_B \omega_B'^2 = \frac{1}{2} mV^2 \left[1 - \frac{11b^2}{12(R_A + R_B)^2} \right], \quad (12)$$

評分標準：

(1) 小題 8 分

若四個速度分量的答案未完全正確如(7)、(8)、(9)和(10)式，則計分如下：

- ① 每一個正確的速度分量得 0.8 分；
- ② 正確寫出碰撞前後，兩盤沿盤心連線方向上的相對速度量值的等式，得 0.8 分；
- ③ 正確寫出角動量守恆的數學式，得 0.8 分；
- ④ 正確寫出在接觸點處，切線速率的等式，得 0.8 分；
- ⑤ 正確寫出衡量矩和角動量變化之間的關係式，得 0.8 分。

(2) 小題 2 分，配分如下：

- ① 正確寫出盤 A 的動能，得 1 分；
- ② 正確寫出盤 B 的動能，得 1 分。

實驗試題第一題：

(1) (a) 排列儀器如圖十一所示。

設 R_p 代表 P 分量雷射光在試樣表面上的反射係數，則當入射角等於布呂士特角時， $R_p = 0$ 。

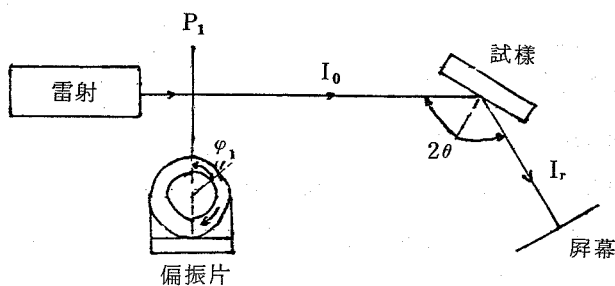


圖 十一

旋轉偏振片的角度盤，取任一角度 φ_1 ，改變試樣上的入射角 θ ，看是否可得 $I_r = 0$ ？若 I_r 不能為 0，則繼續變動偏振片的角度 φ_1 ，直至可使 I_r 為 0，此時的入射角即為布呂士特角。測得的實驗數據（參考用）如下：

φ_1	140.0°	322.0°	141.0°	322.5°
θ_B	56.4°	56.4°	56.2°	56.2°

得 $\varphi_1 = 140.5^\circ \pm 0.5^\circ$ 或 $322.3^\circ \pm 0.5^\circ$

布呂士特角 $\theta_B = 56.3^\circ \pm 0.1^\circ$

(b) 排列儀器如圖十二所示。

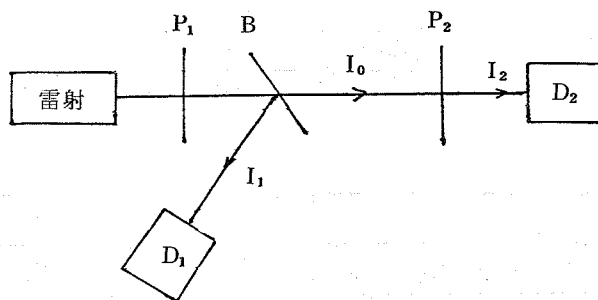


圖 十二

P_1, P_2 ：兩偏振片，

B ：分光鏡片，

D_1 ：光強偵測器，用以校正光源輸出光強的變動，

D_2 ：光強偵測器，用以測量入射光的光強。

利用馬呂士定律，以改變入射光的光強，

$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$

θ 為 P_1 和 P_2 兩偏振片透射軸之間的夾角。當 $\theta = 90^\circ$ 時，經 P_1 透出的光，完全被 P_2 擋住。

設 $i_1(\theta) = D_1$ 的讀數

$i_2(\theta) = D_2$ 的讀數

$\varphi_2(\theta) = P_2$ 相對於 P_1 透射軸的轉角

若在 $\varphi_2(90^\circ)$ 時， $i_2(90^\circ) = 0$ ，則

$$\theta = |\varphi_2 - \varphi_2(90^\circ) \pm 90^\circ|$$

實驗數據：

當 D_2 之讀數為 0 時，即 $\theta = 90^\circ$ ，此時偏振片 P_2 之角度盤讀數為 4° ，即 $\varphi_2(90^\circ) = 4^\circ$ 。

表 一

$\varphi_2 (^\circ)$	94.0	64.0	49.0	34.0	4.0
$\theta (^\circ)$	0.0	30.0	45.0	60.0	90.0
$i_1(\theta)(\mu A)$	6.3×1	5.7×1	5.7×1	5.7×1	5.7×1
$i_2(\theta)(\mu A)$	18.7×5	12.7×5	8.2×5	4.0×5	0.0×5

數據分析：

$$\frac{I(\theta)}{I_0} \propto \frac{i_2(\theta)/i_1(\theta)}{i_2(0)/i_1(0^\circ)}$$

表 二

$\theta(^\circ)$	0.0	30.0	45.0	60.0	90.0
$\cos^2 \theta$	1.00	0.75	0.50	0.25	0.00
$I(\theta)/I_0$	1.00	0.75	0.49	0.24	0.00

$i_2(\theta)/i_0$ 對 $I(\theta)/I_0$ 的關係曲線，繪如圖十三所示。

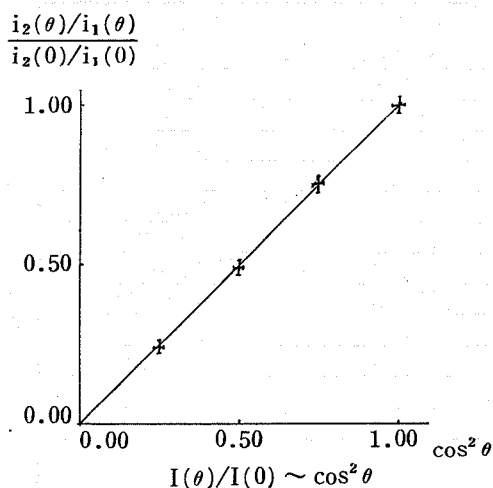


圖 十三

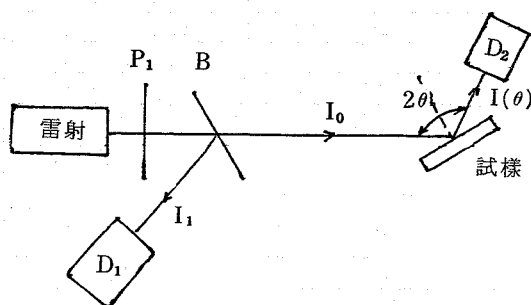


圖 十四

(c) 排列儀器如圖十四所示。

P_1 ：偏振片，

B ：分光鏡片，

D_1 ：光強偵測器，用以校正光源輸出光強的變動，

D_2 ：光強偵測器，用以測量從試樣表面反射出的光強，

$i_1(\theta)$ ：在入射角為 θ 時的 D_1 讀數，

$i_2(\theta)$ ：在入射角為 θ 時為 D_2 讀數，

$R_p(\theta)$ ：在入射角為 θ 時， P 分量雷射光的反射係數。

$$R(\theta) = \frac{I(\theta)}{I(0^\circ)} = \frac{i_2(\theta)/i_1(\theta)}{i_{20}/i_{10}}$$

i_{20} ：入射光直接射入 D_2 時的讀數，

i_{10} ：測量 i_{20} 時， D_1 的讀數。

由 1-(a) 中知，欲得 P 分量雷射光，則 P_1 上的角度盤需旋至角度 $\varphi_1 = 140.5^\circ$

實驗中測得

$$i_{20} = 19.8 \times 5 \mu A$$

$$i_{10} = 13.3 \mu A$$

實驗數據和分析如下表：

表 三

入 射 角 $\theta(^{\circ})$	D_2 讀 數 $i_2 (\mu A)$	D_1 讀 數 $i_1 (\mu A)$	反 射 係 數 $R(\theta)$
5	15.1×0.2	11.1	0.037
10	14.9×0.2	11.2	0.036
20	13.3×0.2	11.1	0.032
30	11.4×0.2	12.2	0.025
40	7.8×0.2	14.7	0.014
50	2.3×0.2	16.9	0.0037
53	0.7×0.2	11.3	0.0017
55	0.3×0.2	11.3	0.00059
56.3 (暗)	~ 0	11.5	~ 0
58	0.3×0.2	11.5	0.0007
60	1.1×0.2	13.5	0.0024
64	6.5×0.2	16.7	0.011
66	7.8×0.2	11.8	0.18
68	16.3×0.2	15.0	0.029
72	5.3×1	11.7	0.061
76	13.1×1	14.0	0.13
80	4.4×5	11.7	0.25
84	9.1×5	14.5	0.42

上表的數據繪如圖十五所示。

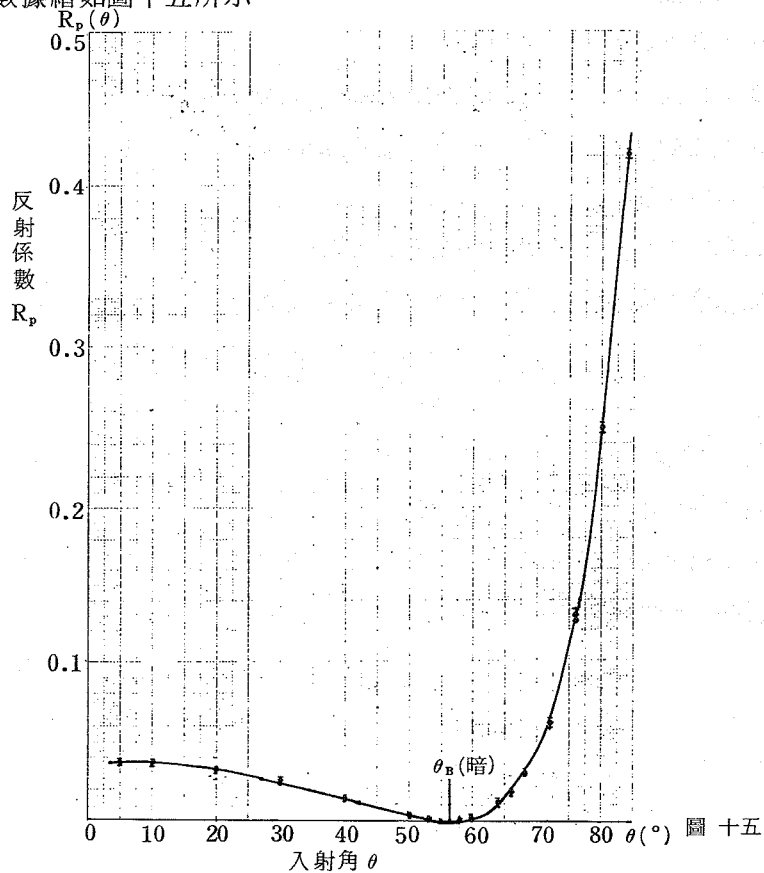


圖 十五

(2) 布呂士特角 $\theta_B = 56.3^\circ \pm 0.1^\circ$

試樣折射率 $n = 1.50 \pm 0.01$

可能的實驗誤差來源為：

- ① 光強偵測器的靈敏度過低。
- ② 偏振片的位置不十分準確。
- ③ 角度盤的刻度不夠精準。

評分標準：

(1) 小題 7 分，配分如下：

(a) 1 分，若測出的透射軸角度與標準值相比，相差在：

$\pm 2^\circ$ 以內，得 1 分

$\pm 3^\circ$ 以內，得 0.7 分

$\pm 4^\circ$ 以內，得 0.3 分

$\pm 5^\circ$ 以內，得 0.1 分

(b) 2 分，

① 正確畫出光學儀器排列圖，得 1.0 分（若未含監視光源輸出光強變動之裝置，則僅得 0.4 分）。

② 應用 $I/I_0 \propto \cos^2 \theta$ ，以顯示光強與微安培計的線性關係，得 0.5 分。

③ 正確列表顯示實驗數據（至少五點），得 0.5 分。

(c) 4 分，

① 正確畫出光學儀器排列圖和列表顯示實驗數據，得 2 分。

② 繪出反射係數和入射角的關係曲線，並在數據點上標示誤差槓，得 2 分。

(2) 小題 3 分，

① 試樣的布呂士特角，與標準值相比，若相差在

$\pm 1^\circ$ 以內，得 1.0 分，

$\pm 2^\circ$ 以內，得 0.5 分，

$\pm 3^\circ$ 以內，得 0.2 分，

$\pm 3^\circ$ 以上，得 0 分。

② 試樣的折射率 0.5 分。

③ 實驗誤差討論 1.5 分。

實驗試題第二題：

聯接電路如圖十六所示。

圖中 Z 為黑箱內電路的阻抗。

設 I 代表流經電阻 R 的電流，則

$$I = \frac{V_R}{R}$$

$$Z + R = \frac{V_{Z+R}}{I}$$

$$= \left(\frac{V_{Z+R}}{V_R} \right) R$$

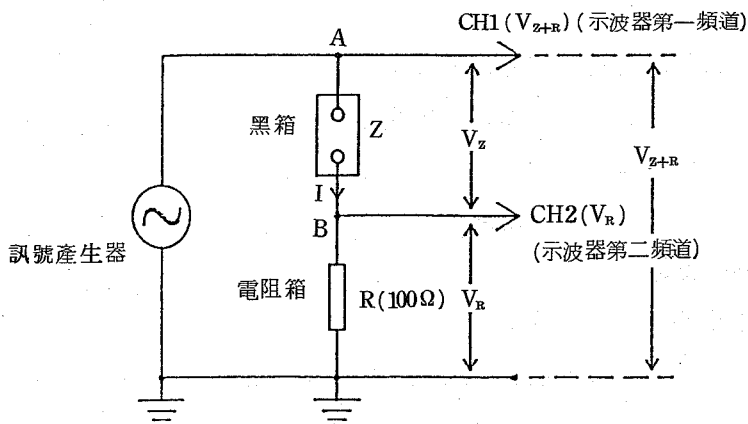


圖 十六

改變訊號頻率，利用示波器測出相應的 V_{Z+R} 和 V_R ，計算 $Z + R$ ，所得的數據如下表所示：

表 四

$R = 100\Omega$

f ($\times 10^3$ Hz)	V_{Z+R} (V_{PP})	V_R (mV _{PP})	$Z + R$ ($\times 10^3 \Omega$)
0.100	0.600	22.0	2.730
0.200	0.600	45.0	1.330
0.400	0.600	94.0	0.638
0.700	0.300	92.0	0.326
0.900	0.300	121.0	0.248
1.00	0.300	136.0	0.220
1.10	0.300	140.0	0.214
1.16	0.300	141.0	0.213
1.25	0.300	140.0	0.214
1.50	0.300	120.0	0.250
2.00	0.300	88.0	0.341
4.00	0.600	78.0	0.769
8.00	0.600	38.0	1.580
15.0	0.600	20.0	3.000
30.0	0.600	10.0	6.000
50.0	0.600	6.0	10.000

上表的數據繪如圖十七所示。

由表四和圖十七，可得：

- (1) 當頻率等於 $f_0 \approx 1.16 \times 10^3 \text{ Hz}$ 時，電路發生共振（即阻抗最小）。

- (2) 當 $f \ll f_0$ 時， $Z \propto \frac{1}{f}$ ，
且相位角變化 $\Delta \phi \approx -90^\circ$ ，因此可知黑箱內的電路在低頻時，其阻抗主要來自於電容。

- (3) 當 $f \gg f_0$ 時， $Z \propto f$ ，
且相位角變化 $\Delta \phi \approx 90^\circ$ ，

因此可知黑箱內的電路在高頻時，其阻抗主要來自於電感。

- (4) 黑箱內的等效電路應為 r 、 L 和 C 的串聯，如圖十八所示。

- (a) 當電路共振時，即 $f = f_0$ ，

$$V_C = -V_L$$

$$Z = \frac{V_Z}{I} = \frac{V_C + V_L + V_r}{I}$$

$$= \frac{V_r}{I} = \frac{I r}{I}$$

$$= r$$

$$Z + R = r + R$$

由表四，得

$$r + R = 213 \Omega$$

$$r = 113 \Omega$$

- (b) 當在低頻時，即 $f \ll f_0$ ，電感的阻抗 $Z_L \approx 0$ 。

圖十八黑箱內的電路，實際上可認為是 RC 串聯電路。從圖十九所示的相位圖，可得

$$|V_C| = |V_{Z+R}| \sin \Delta \phi$$

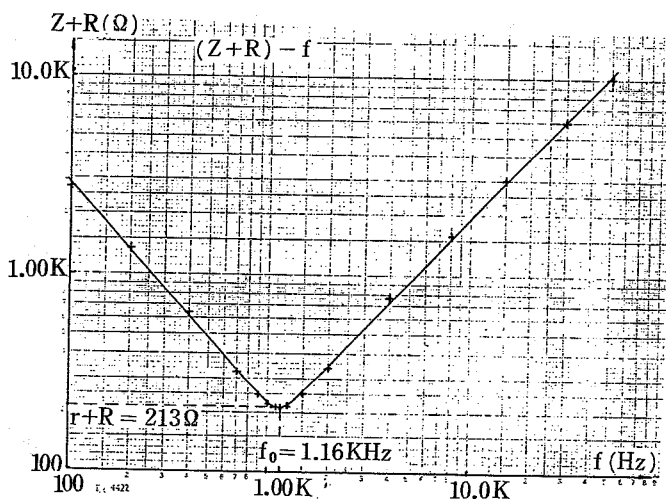


圖 十七

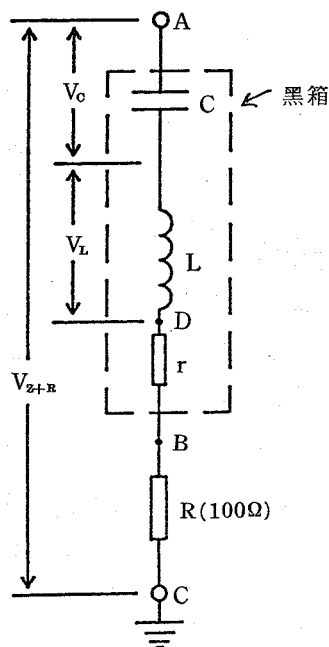


圖 十八

因爲 $|V_c| = I |Z_c| = \frac{I}{\omega C}$,

$$\begin{aligned} \text{所以 } \frac{1}{\omega C} &= \frac{|V_c|}{I} = \frac{|V_{Z+R}| \sin \Delta \phi}{I} \\ &= \frac{|V_{Z+R}| \sin \Delta \phi}{V_R} \times R \end{aligned}$$

利用表四之數據，求得

$$C \simeq 0.583 \mu F$$

- (c) 當在高頻時，即 $f \gg f_0$ ，電容的阻抗 $Z_c \simeq 0$ 。黑箱內的電路，實際上可認為是 RL 串聯電路。從圖二十所示的相位圖，可得

$$|V_L| = |V_{Z+R}| \sin \Delta \phi$$

因爲 $|V_L| = I |Z_L| = I \omega L$

$$\begin{aligned} \text{所以 } \omega L &= \frac{|V_L|}{I} = \frac{|V_{Z+R}| \sin \Delta \phi}{I} \\ &= \frac{|V_{Z+R}| \sin \Delta \phi}{V_R} \times R \end{aligned}$$

利用表四之數據，求得

$$L \simeq 31.8 \text{ mH}$$

評分標準：

- (1)小題 正確繪出如下圖所示的電路聯接圖，得 2 分。

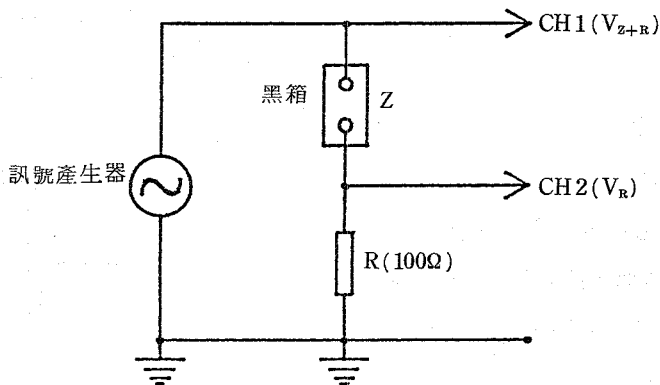


圖 二十一

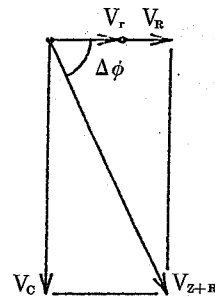


圖 十九

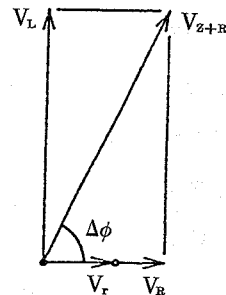


圖 二十

(2)小題 將實驗數據正確列表並繪圖以顯示黑箱內電路的特性，得2分。

(3)小題 正確寫出黑箱內的等效電路，以及電路上各元件的名字和量值，得6分。

若不盡正確，則計分如下：

- ① 寫出 r 、 L 和 C 串聯者，得 1.5 分。
若僅寫出 L 和 C 串聯者，得 1.0 分。
- ② 每一元件的量值，和標準值相比，誤差在 15 % 以下者，得 0.5 分，
在 15 % 和 30 % 之間者，得 0.3 分，
在 30 % 和 50 % 之間者，得 0.1 分。
- ③ 每一元件量值的計算公式正確者，得 0.5 分。
- ④ 每一元件量值的誤差估計合理者，得 0.5 分。

八十三年度科學教育專題研究 計畫成果討論會簡介

編輯室

行政院國家科學委員會科學教育發展處於83年11月7、8日假國立臺灣師範大學分部科教大樓舉行「八十三年度科學教育專題研究計畫成果討論會」，共有十二項專題領域，251主講人次，詳見下表：

領	域	主講人次
1.	通識教育	47
2.	環境教育	20
3.	技學專業教育	31
4.	技學素養教育	39
5.	學 習	23
6.	國小數理科概念研究	13
7.	電腦輔助學習	22
8.	智慧型電腦輔助學習與資訊教育	16
9.	自然學科教育指標	6
10.	評量、化學教育、其他	10
11.	教師與教學	17
12.	資優與空間能力	7
合	計	251