

中華民國參加1994年第35屆 國際數學奧林匹亞競賽檢討



陳昭地
國立臺灣師範大學數學系

一、前言

爲了發掘培養科學資優人才，同時也希望向國際上顯示我國科學教育的成功，教育部與國科會共同極力支持我國參加國際性科學競賽。今年七月在香港舉行的第35屆國際數學奧林匹亞競賽（簡稱IMO），我國組團參加以四銀一銅一榮譽獎的佳績，在69個參賽國中，以總分170排名第13。在整個競賽期間，我代表團組織成員之大，活動工作績效顯著，確認1998年主辦東道國，並邀請競賽顧問委員會瑞典籍主席Samuelsson夫婦來華訪問我國籌備1998IMO事宜，另包括賽後全代表團員參觀馬來西亞與新加坡文教設施於七月廿四日返抵國門，圓滿完成任務。本報告將簡要記述我國參加此次競賽盛況、競賽成果及相關檢討與建議，以提供我國未來繼續研辦參與國際數學競賽活動之參考。

二、代表團組織成員

爲了讓1998年在我國主辦IMO活動進行順利，這次我國派出較多的觀察員參加仔細觀摩IMO活動的一切過程，教育部核定公布了中華民國數學奧林匹亞委員會推薦領隊、副領隊、觀察員及甄選出競賽學生代表名單及任務分配如表一：

表一、中華民國參加 1994 年第 35 屆國際奧林匹亞競賽隊職員名單

職 務	姓 名	性 別	服 務 機 關 (就 讀 學 校)	職 稱	職 責
團 長	陳昭地	男	國立臺灣師範大學數學系	教 授	第 35 屆 IMO 中華民國奧林匹亞聯絡人；參加 APMO 年會。
副團長	柳 賢	男	國立高雄師範大學理學院	院 長	觀察數學學會參與 IMO 活動；觀察 IMO 培訓活動事宜。
領 隊	林哲雄	男	國立清華大學數學系	教 授	入闕翻譯試題；閱卷評分及協調成績。
副領隊	張瑞吉	男	國立臺灣大學數學系	教 授	帶領學生代表；協助評閱試卷及協調成績。
秘 書	吳瑞謀	男	教育部中教司	科 長	觀察並協助 IMO 活動行政配合事宜。
隨隊助理裁判	賴漢卿	男	東海大學應用數學研究所	教 授	協助翻譯試題及評閱試題，蒐集數學資優教育研究資料。
觀察員	*郭允文	女	國科會科教處	研究員	觀察 IMO 科教學術研究活動配合事宜。
觀察員	李虎雄	男	國立臺灣師範大學數學系	教 授	觀察 IMO 組織委員會活動，研究競賽場地參觀活動之安排事宜。
觀察員	葉永南	男	中央研究院數學研究所	研究員	觀察 IMO 試題運作會議活動蒐集研究各國 IMO 開發試題觀察主辦國成績協調運作技術
輔導員	屠耀華	女	國立臺灣師範大學數學系	副教授	輔導學生生活起居；觀察錄影 IMO 活動事宜。
隊 員	黃有章	男	板 橋 高 中	學 生	參加比賽。
隊 員	單中杰	男	建 國 中 學	學 生	參加比賽。
隊 員	陳和麟	男	建 國 中 學	學 生	參加比賽。
隊 員	蘇柏青	男	台 南 一 中	學 生	參加比賽。
隊 員	夏俊雄	男	師 大 附 中	學 生	參加比賽。
隊 員	黃暉娟	女	北 一 女 中	學 生	參加比賽。

(*)國科會郭研究員因業務關係未能隨行觀察此次活動，殊為可惜！

三、競賽概況及活動日程表

出席IMO的工作可分為三段。第一階段為各國的領隊與裁判觀察員選題、譯題的工作。第二階段為各國學生代表參與競試，而教授們則批閱試題，訂立得分標準。第三階段為訂立金、銀及銅牌得獎的標準與人數、頒獎與檢討會務，並移交下一屆接辦國的庶務與規劃等，其間利用空檔，大會安排隨行家屬、觀察員及學生等參觀香港文化景觀建設等活動。

本屆IMO競賽自7月8日展開到7月20日結束，前後共13天，8日～12日是選題工作，由各參與國領隊代表參加，觀察員在場協助領隊並觀摩選題工作的討論情形，但僅有領隊有發言權與投票權。我國參與第一階段選題工作計有領隊林哲雄教授及柳賢院長、賴漢卿教授、葉永南教授等四位觀察員，而屠耀華觀察員則負責會場作業的錄影拍攝工作；隨後7月11日下午，團長陳昭地教授、李虎雄教授及吳科長到達後，也都以觀察員的身分加入協助未完成的選題、試題翻譯製作工作。此次選題工作，大會提供了易、中、難的不同程度的題目，其中有代數（函數方程問題）、幾何、（整）數論、組合理論四種類型。共有二十四題。這二十四題是大會在數週前由幾個專家從一百多個題目中挑選出來的。表決權是每個國家一票（共有61個國家出席）。9日上午10點大會發下題目後，各隊裁判都先看題目及其參考解題，當日下午兩點即開始討論挑選題目，扣去吃飯時間所剩無幾，大多數的國家代表採取任其自然的態度，完全置身度外，我國代表在林領隊分配任務下，每人各自對一些題目作了解及分析，並向林領隊報告，所以在下午討論題目前，我國代表大概是全部隊伍中唯一對24道題都完全了解的一個，選題一開始就有一些國家提出某某題是考古題，曾經在某次考試裡出現過，3小時過去竟有 $\frac{1}{3}$ 的題目出局，被踢出的題目也沒有被證明是「真的」出現過。

隨後，大會把剩下的題目請各國代表投票，決定喜好的順序作為參考，看看時間已經近7點由於大多數國家根本沒進入情況，會場秩序也很凌亂，有人提議應該多留點時間讓大家看看題目再作決定，經投票後大會決定取消晚上會議，明天再討論。

回到旅館後，林領隊召集大家就較熱門的題目作詳細的分析，每個人從題目的難易是否適合我國學生的胃口、類似的解題基本技巧是否教過等等多方面探討，一直到凌晨才散會。

10日早上一開始又有一些題目被指為考古題被淘汰出局，眼看題目剩下不多有人提議用「整體包裝」方式來選題，也就是各國代表提出剩下題目中的6題組合，最後產

生 7 種組合，再投票逐一去掉票數最少的題目，好不容易到了下午產生 6 道題目在吃晚飯前第一天考題（3 道）的中、英、法、俄四種標準版本才定稿。隨後各國將原英文題譯成各自國家語言。爲防杜有含提示的譯文，各國的譯文必須在會中經大家的審核，俟大家都沒有異議時方才算是。11 日早上選題有了變化，哥倫比亞的代表提出其中有一題爲以前某國訓練試題中類似的題目，因而掀起一陣擾動，臨時得另選一題替補，過程中有一段小插曲，在候補的題目裡又有人提出這題也是考古題，出現在某本書中恰好有代表身上帶有這本書，在遍尋不獲下指這題爲考古題者才說「也許我記錯了」，再經投票手續確定後，繼續討論四種標準語文版本，選題工作總算落幕，然而這樣已花了三天二夜的時間。我們在主試會議後，回到旅館仍分工合作討論譯題，一直工作到半夜，時間的緊迫，沒有一天可以好好地睡一覺，真是疲勞轟炸！

我們的學生及隨隊的老師於 7 月 11 日下午到達。學生們住在離我們約有個把小時車程的地方，由張瑞吉教授陪同他們一起住。其他有我隊的團長陳昭地教授，觀察員李虎雄教授及中教司吳瑞謀科長亦於 7 月 11 日同學生一起到香港後，與我們住在一起。由於選題過程中發現類似有過的題目是第六題，屬第二天的考題，故還來得及於 7 月 12 日做翻譯與確定，再開會到晚上，大家都已相當累了，當天晚上，吳科長也爲此再謄寫一次，忙到半夜 3 點半。

第一天（13 日）比賽的前夕，蘇柏青因爲肚子十分疼痛，由副領隊張瑞吉教授在半夜三點多冒著大雨在路邊攔下救護車送往醫院急救，另外幾位同學雖然覺得不舒服，但不甚嚴重。

大會事前曾有問卷調查食物的習慣及禁忌，但是我國學生團員居住的麥理浩夫人渡假村並未作適當的安排，學生黃暉娟是素食者，在前幾天的伙食上產生不少的困擾。

13 日從 9 點到下午 3 點考 1～3 題，當天晚上開始，我們則開始閱卷，每一題都有二位教授批閱。14 日則考第 4～6 題。15 日看完卷子後，於 16～17 日則由當地裁判分組，分題與各國裁判協調訂立給分的標準，每題（有 6 個學生）每個國家給定半個小時時間討論，以確定學生的得分。因而此工作花了兩天，連晚上都沒休息。各國分數在 18 日陸續出來，並在 18 日晚上，在香港科技大學開會決定金、銀及銅牌報的分數與人數。7 月 19 日下午 5 點舉行閉幕典禮，並同時在會中頒獎。7 月 20 日各隊代表整裝離開香港，各奔自己的下一個目的地。

其間團長陳昭地教授以中華民國亞太數學奧林競賽代表的身分，在 7 月 17 日晚上參加一年一度的亞太數學奧林比亞（APMO）年會，我國學生代表在今年亞太數學奧林

表二、第 35 屆 IMO 全體參賽國總分名次、獎牌統計表

名次	國 名	總 分	金 牌	銀 牌	銅 牌	參賽人數
1	USA 美 國	252	6	0	0	6
2	CHN 中國大陸	229	3	3	0	6
3	RUS 俄 羅 斯	224	3	2	1	6
4	BUL 保加利亞	223	3	2	1	6
5	HUN 匈 牙 利	221	1	5	0	6
6	VIE 越 南	207	1	5	0	6
7	UNK 英 國	206	2	2	2	6
8	IRA 伊 朗	203	2	2	2	6
9	ROM 羅馬尼亞	198	0	5	1	6
10	JPN 日 本	180	1	2	3	6
11	FRG 德 國	175	1	2	3	6
12	AUS 澳大利亞	173	0	2	3	6
13	CHT 中華民國	170	0	4	1	6
13	POL 波 蘭	170	2	0	3	6
13	ROK 南 韓	170	0	2	4	6
16	IND 印 度	168	0	3	3	6
17	UKR 烏 克 蘭	163	1	1	2	6
18	HKG 香 港	162	0	2	4	6
19	FRA 法 國	161	1	1	3	6
20	ARG 阿 根 廷	159	0	3	1	6
21	CZE 捷 克	154	0	2	2	6
22	SLK 斯洛伐克	150	1	1	2	6
23	BEA 白俄羅斯	144	0	1	4	6
24	CAN 加 拿 大	143	1	0	3	6
24	ISA 以 色 列	143	0	1	4	6
26	COL 哥倫比亞	136	0	2	2	6
27	SOA 南 非	120	0	0	3	6
28	TUR 土 耳 其	118	0	0	4	6
29	NZL 紐 西 蘭	116	0	0	4	6
29	SIN 新 加 坡	116	0	2	0	6
31	AUT 奧 地 利	114	1	0	0	6
32	ARM 亞美尼亞	110	0	0	4	5
33	THA 泰 國	106	0	0	3	6
34	BEL 比 利 時	105	0	0	2	6
34	MOR 摩 洛 哥	105	0	0	2	6

中華民國參加 1994 年第 35 屆國際數學奧林匹亞競賽檢討

表二 (續)

名次	國 名	總 分	金 牌	銀 牌	銅 牌	參賽人數
36	ITA 義 大 利	102	0	0	2	6
37	NET 荷 蘭	99	0	0	2	6
38	LAT 拉脫維亞	98	0	0	3	6
39	BRA 巴 西	95	0	2	0	5
39	ROG 喬 治 亞	95	0	0	2	6
41	SWE 瑞 典	92	0	0	1	6
42	GRE 希 臘	91	0	0	1	6
43	CRO 克羅埃西亞	90	0	0	2	6
44	EST 愛沙尼亞	82	0	0	1	5
45	NOR 挪 威	80	0	1	1	6
46	MAC 澳 門	75	0	1	0	6
47	LIT 立 陶 宛	73	0	0	1	6
48	FIN 芬 蘭	70	0	0	0	6
49	IRE 愛 爾 蘭	68	0	0	0	6
50	MAD 馬 其 頓	67	0	0	1	4
51	MON 蒙 古	65	0	1	0	6
52	TRN 千 里 達	63	0	0	0	6
53	PHI 菲 律 賓	53	0	0	0	6
54	CHL 智 利	52	0	1	0	2
54	MOL 摩達維亞	52	0	0	1	6
54	POR 葡 萄 牙	52	0	0	0	6
57	DEN 丹 麥	51	0	0	2	4
58	CYP 塞浦路斯	48	0	0	0	6
59	SLN 斯洛瓦尼亞	47	0	0	0	5
60	INA 印 尼	46	0	0	0	6
61	BOS 波士尼亞	44	0	0	1	5
62	SPA 西 班 牙	41	0	0	0	6
63	SWT 瑞 士	35	0	0	1	3
64	LUX 盧 森 堡	32	0	1	0	1
65	ICE 冰 島	29	0	0	0	4
65	MEX 墨 西 哥	29	0	0	0	6
67	Kryghyzstan	24	0	0	0	6
68	CUB 古 巴	12	0	0	0	1
69	KUW 科 威 特	12	0	0	0	5
觀察國	MAL 馬來西亞	人數合計	30 金	64 銀	98 銅	385

匹亞的優異傑出表現，再次獲得與會十四個國家之一致肯定與讚賞；隨即陳昭地教授也獲邀觀察本屆競賽顧問委員會（IMO Advisory Board）會議，了解未來IMO規章修訂及主辦IMO東道國應盡職責事宜。

四、競賽成績與得獎概況統計

參加IMO的學生代表，每一國家派遣學生人數不得多於6人。本（第35屆）屆擬定參與競試的國家在名冊中有70個國家，實際參賽的只有69個國家。其中除了古巴及盧森堡各派1人，智利2人，瑞士3人，丹麥、冰島、馬其頓4人以及有五隊5人之外，其餘的隊伍都是6人參賽。這一屆與賽的學生代表共有385人；馬來西亞則為觀察國；則尚未派遣學生代表參加本屆競賽。

競試題目共6題，每天考3題，分兩天賽完。分數的分配為各題7分，每一考生以42分為滿分。這一屆美國隊全部6位代表都得滿分共得252分，是相當難能可貴的成績，名列第一。

茲將第35屆IMO全體參賽國名次總分獎牌及參賽人數的統計表詳列如表二（IMO 94 Contest Results）。

在IMO得獎的原則是參賽人數的一半以內，再以1：2：3分為金牌、銀牌、銅牌三種。因此在本屆與賽的結果，金牌得主的分數為40分以上，人數有30人；銀牌得主的分數是30～39分，人數有64人；銅牌得主的分數為19～29分，人數有98人。我國隊中有4人得銀牌，1人得銅牌，成績雖然沒有金牌，也屬難得的成就。6人中的得分與得獎情形如下表：

姓 名 \ 題 次	1	2	3	4	5	6	總 分	獎 牌
陳 和 麟	7	7	7	2	3	7	33	銀
夏 俊 雄	2	7	7	1	6	7	30	銀
黃 暉 娟	0	7	5	1	5	0	18	榮譽獎
黃 有 章	3	7	7	7	6	1	31	銀
單 中 杰	3	7	7	7	3	7	34	銀
蘇 柏 青	0	7	7	3	0	7	24	銅
總 分	15	42	40	21	23	29	170	4 銀 1 銅 1 榮譽獎

黃暉娟雖差一分可得銅牌，因她有一題滿分 7 分，按大會規定獲得一面榮譽獎。

由於這次主辦單位請一些研究生（約一半）當評分裁判，而且開始評分時，各隊代表及部份裁判並不清楚給分標準，所以評分過程有這次我國的成績在林領隊耐心地解說不厭其煩地敘述學生解題過程的思維，充分地與評分裁判溝通，而得到學生該得的成績。由於學生解題方式千奇百怪，幾乎每題每個學生都有自己獨特的解法，其中學生們在敘述時常常大而化之省略一些重要步驟，又數學符號混用，答題敘述筆誤連連，6 個人 6 道題，竟花去整個團隊三天二夜的時間（每個人每天睡眠不超過 6 小時），幸好這次大家默契相當好，大家都努力盡自己本分，作好林領隊分配的任務，值得一提的是，評分將近尾聲時，各題的評分標準才公布，陳昭地團長發現我國有一位學生被評分裁判引錯評分標準而少一分，馬上向首席評分裁判反應，經查證無誤而收回這寶貴的 1 分。有關此次競試試題成績評析包括我國六位學生解題得失探討另以專文提出（陳昭地等，民 83 年，刊於科學教育月刊）。

五、競賽特色與缺失

跟過去三屆比較，本屆香港主辦競賽有其特色之處，但亦有部分之缺失，值得我們未來籌辦 1998 IMO 東道國之參考：

（一）特色

1. 經費主要來自民間企業募捐，政府支援部分約僅占二成，遠比上屆土耳其幾全由政府編列預算經費，甚至連俄羅斯主辦時，政府經費亦占五成以上為低。
2. 籌備組織委員會、選題委員會表面上稱得上陣容堅強，但實際參與人力却頗精簡，機場接送安排理想，有關試務或學生導遊的服務工作，多靠徵求中學教師或中六學生當義工。
3. 選題委員會的先前工作多靠與香港國際數學奧林匹亞委員會關係密切的大陸數學競賽界人士支援（也因此今年大陸未提供自己的試題），即使主持選題之主試會議時，也經常由加拿大來的劉江楓教授代理。
4. 開、閉典禮場地在香港沙田大會堂，設備佈置環境良好，典禮隆重、壯觀，特別設有採訪記者席，尤其是廣播電視記者，閃光灯此起彼落，異常熱鬧。
5. 學生代表住宿場地環境寬敞整潔，競賽場地各國代表混合編序，監考嚴格。
6. 獎牌、獎狀或參與證書的印製頗費心設計，香港地區風景特色表露無遺。

(二) 缺失

1. 各國領隊教授住宿地點跟學生代表住宿地點相距頗遠，來往其間不便；領隊主試會議地點多在中文大學，跟住宿地點有一段車程，食宿不便，浪費不少時間，降低工作效率。
2. 限於經費人力嚴重不足，各國領隊代表入闈選題場地不便，服務人員又少，耗費精力時間，會議作業未能完全依規程進行，影響所及可能部分國家學生代表受到不良的結果。
3. 競賽前段時日，乏人妥善安排食宿，且學生伙食上衛生欠佳，造成很大的困擾，甚至發生 7 月 12 日晚間 10 多位競賽代表腸胃不適發高燒送醫院急診的案例，對 7 月 13 日第一天的競賽有某種程度的影響。
4. 選題先前作業時間過於短促，跟考古題類似題比例偏高，造成主試會議上臨時換題思考欠週的困擾，也許是造成本屆試題過於偏易的一大主因。
5. 資深協調成績的人員比例過低，協調成績準則未能逐題詳列，影響成績協調的公正性，或許會影響參賽國之排名。

六、結論與建議

今年由於占地利之便，並為籌備主辦 1998 IMO，教育部與國科會共同支援核定組成陣容龐大實力堅強的代表團，與會期間團員代表合作無間，克盡職守，備極辛勞，給予參與國家的代表領隊間留下深刻的印象，爭取國民外交及國家榮譽。除此之外值得提出如下之心得與成果：

1. 我國六位代表獲得四銀一銅一榮譽獎，個個都得獎的佳績，在參與亞太數學奧林匹亞競賽十四個國家中，獲得最多的銀牌，六道題有一道排名第一，另有二道排名前十名內，成績表現仍屬最優（陳昭地等，民 83 年）；總分 170 分比前二屆都有進步，在 69 個參賽國中，總分排名第 13 名，以些微之差，未能擠入前十名殊為可惜（陳昭地，民 81 年、民 82 年）。
2. 參與亞太數學奧林匹亞年會中，獲得確認我國學生代表在本屆 APMO 最突出優異的表現外，並連任 1995 年 APMO 助理協調國，提昇未來參與國際數學競試的影響力。
3. 與會期間收集到各國準備培訓 IMO 之最新資料，拜訪了解前些屆主辦國家的籌辦經驗，獲得寶貴的經驗，可提供我國繼續參與 IMO 活動或規畫主辦 1998 IMO 之

重要資料。

4. 全體團員在主辦單位人員之協助下，分時分段參與觀察本屆所有競賽活動，包括主試選題會議，開、閉幕、住宿場地安排等，甚至親自觀察協調成績評分實況，對往後參與國內外舉辦類似競賽活動的能力大有助益。
5. 將本屆競賽活動之重要會議活動全程錄影，這個影帶可提供未來規劃培訓 1998 IMO 相關活動之重要工具。
6. 完成向下一屆主辦國加拿大提交國內官方與學術界聯絡調查表。
7. 獲得確認我國主辦 1998 IMO 東道國的權利，並利用機會邀請競賽主席 Samuelsson 夫婦順道來台訪問，拜會教育部楊次長、李次長、台師大呂校長及中華民國數學奧林匹亞委員會、數學學會等，提供交換主辦 IMO 經驗策略，增進我國國際數學資優學術教育形象之地位。
8. 獲得電視報紙媒體採訪，代表團員就讀學校師生熱烈歡迎，教育部安排於八月卅日公開表揚及晉見李總統，獲得極高的榮譽。

此外，這一次 IMO 的活動，香港主辦單位共花費了 450 ~ 500 萬港幣，合臺幣約一仟六佰萬元，人員動用百餘人，感到人手資源稍有欠缺，值得我們要舉辦時的參考。明年下一屆加拿大舉辦的首次通告（1995 年 7 月 13 ~ 25 日在多倫多舉行），及後年（1996 年）在印度的 IMO 均有初步資料印出。籌辦此項工作預算等事項都在兩年前開始籌劃，甚至南韓籌辦 2000 年 IMO 的活動業已展開，今年南韓代表團的制服印有 2000 年漢城及標誌，頗為搶眼。我國應善加運用過去（顏啓麟等，民 80 年；趙金祁等，民 81 年；吳清基等，民 82 年）及今年觀察 IMO 競賽活動的心得，檢討培訓學生代表外，更積極投入規畫主辦 1998 IMO 事宜，於此我們提出具體建議，供有關單位參考：

1. 確認主辦 IMO 活動，提昇國內數學資優生參與的功能，導引更傑出的學生代表參賽，進而獲致更優異的成績，至少跟上一屆一樣擠入前五名之第一等級強隊（吳清基等，民 82 年），甚至能邁進到前三名的超級強隊，獲得更優異的獎牌，尤其是金牌。
2. 請教育部與國科會以合理充裕的經費支援主辦 1998 IMO 及其搭配之相關活動，這段籌劃主辦 1998 IMO 期間，相關的國內外數學學術教育活動應予妥善規劃，並獲得充分奧援，尤其邀請在國際數學競賽的學者，諸如瑞典籍的 Samuelsson 教授、匈牙利籍的 Josze Pelikan 及俄羅斯籍的 Arkadii Slink 博士等在適當時機訪華協助指導籌辦 IMO 相關活動，集結有觀察國際數理競賽活動的人員，

提出意見交換並協助培養傳承參與國際數學競賽的活動經驗，始能作好充分的準備，辦好難得一次的國際數學競賽活動，並獲致多方面有利的影響。

七、參考資料

1. 顏啓麟、劉豐哲、陳昭地 (民 80 年)，一九九一年第三十二屆國際數學奧林匹亞年會，科學教育月刊，142 期 (80 年 9 月)，8 ~ 12。
2. 趙金祁等 (民 81 年)，中華民國參加一九九二年第三十三屆國際數學奧林匹亞競賽報告，科學教育月刊，152 期 (81 年 9 月)，24 ~ 32。
3. 吳清基等 (民 82 年)，中華民國參加一九九三年第三十四屆國際數學奧林匹亞競賽報告，科學教育月刊，163 期 (82 年 10 月)，37 ~ 47。
4. 陳昭地等，一九九四年第三十五屆國際數學奧林匹亞競賽試題解答評析，刊於本刊。
5. 35th IMO 資訊 (July 8-20, 1994, Hong-Kong)。
6. IMO 1994 Contest Results (1994 IMO Jury Committee)。

(上承第 26 頁)

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{M_1}}{\sqrt{M_2}}$$

t_1, t_2 表示氣體 1 及氣體 2 的通孔擴散時間。

M_1 表已知氣體 1 的分子量。

M_2 表未知氣體 2 的分子量。

參考資料

1. 林濤、黃曙平合譯 基本物理學 新陸書局 上册 p. 421-427。
2. 陳國成著 參考化學 大中國圖書 上册 p. 139-142。
3. 國中理化教師示範實驗 臺灣師大化學研究所 p. 67-69。
4. 科學教育 國立臺灣師大科教中心 第 29 期 p. 49-51。
5. 高中化學 國立臺灣師大科教中心主編 第一冊 p. 57-64。