

1994年第25屆國際物理奧林匹亞競賽 試題及參考解答(一)

林明瑞

國立臺灣師範大學物理系

理論試題第一題：相對論性粒子

在狹義相對論裏，一個靜止質量為 m_0 的自由粒子的能量 E 和動量 p 之間有下列的關係

$$E = (p^2 c^2 + m_0^2 c^4)^{1/2} = mc^2$$

當這樣的粒子受到一個保守力作用時，其總能量，即 $(p^2 c^2 + m_0^2 c^4)^{1/2}$ 與位能之和，是守恆的。如果粒子的能量非常高，則它的靜止能量可以被忽略（這樣的粒子叫作極端相對論性粒子）。此種粒子在運動過程中，可能在某些短暫的時間間隔內，不能當作是極端相對論性粒子，但在本題中，這些情況可以忽略不計。

(1) 考慮一個能量極高，作一維運動的粒子（忽略靜止能量）。它在 $x=0$ 處所受的力為零，但在其它位置則受到一個量值為 f 的常數向心吸引力的作用。設開始時 ($t=0$) 粒子處於力的中心 ($x=0$)，具有初始動量 p_0 ，請在動量 p 對空間坐標 x 的圖上和在 $x-t$ (時間) 圖上分別畫出粒子運動的關係曲線（或圖形），至少畫一個運動週期，標出各轉折點的坐標用所給的參數 p_0 和 f 表示，並在 $p-x$ 圖上用箭頭指示出運動過程的方向。使用答題紙 1。

(2) 介子是一種由二個夸克構成的粒子。介子的靜止質量 M 等於兩夸克系統的總能量除以 c^2 。

考慮一個關於靜止介子的一維模型，在此模型中，介子的兩個夸克沿著 x 軸運動，它們之間存在著一個常數吸引力，大小為 f 。並假設它們可以自由地互相穿透。在分析夸克的高能運動時，它們的靜止質量可以被忽略。設開始計時時 ($t=0$) 兩夸克都在 $x=0$ 處。請在 $x-t$ 圖上和 $p-x$ 圖上分別畫出兩夸克的運動關係曲線（或圖形），並標出轉折點的坐標（用 M 和 f 表示之）。在 $p-x$ 圖上用箭頭指示出運動的方向並求出兩夸克間的最大距離。使用答題紙 2。

(3) 上面第(2)題中所用的參考坐標系記為 S ；今有一實驗室參考坐標系 S' ，它相對於

S 以速度 $v=0.6c$ 沿負 x 方向運動。兩參考系的坐標這樣選擇：使得 S 中的點 $x=0$ 與 S' 中的點 $x'=0$ 在 $t=t'=0$ 時重合。請在 $x'-t'$ 圖上畫出兩夸克的運動關係曲線（或圖形），標示出轉折點的坐標（用 M 、 f 和 c 表示之），並給出實驗室坐標系 S' 所觀察到的兩夸克間的最大距離。使用答題紙 3。已知在參考坐標系 S 和 S' 所觀察到的粒子坐標之間的關係為洛仁茲轉換式

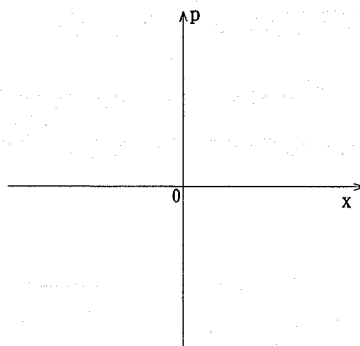
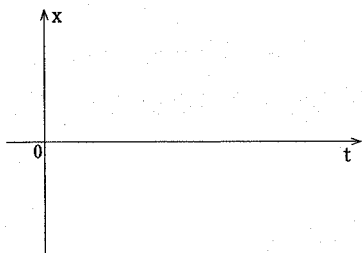
$$\begin{cases} x' = \gamma (x + \beta ct) \\ t' = \gamma (t + \beta \frac{x}{c}) \end{cases}$$

式中 $\beta = \frac{v}{c}$ ， $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ ， v 為坐標系 S 相對於 S' 的速度。

(4) 已知一介子，其靜止能量為 $Mc^2 = 140 \text{ MeV}$ ，相對於實驗室坐標系 S' 的速度為 $0.60c$ ，求出它在實驗室坐標系 S' 中的能量。使用答題紙 4。

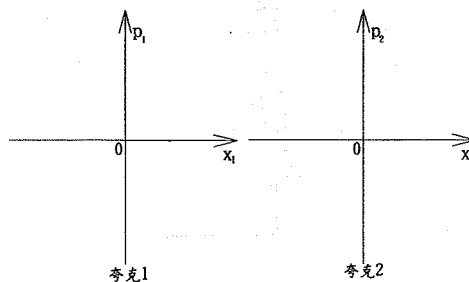
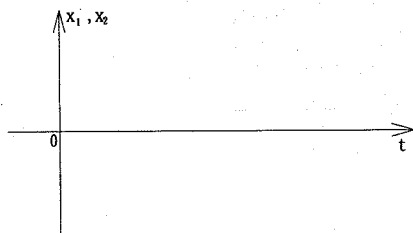
答題紙 1：

(1)



答題紙 2：

(2)

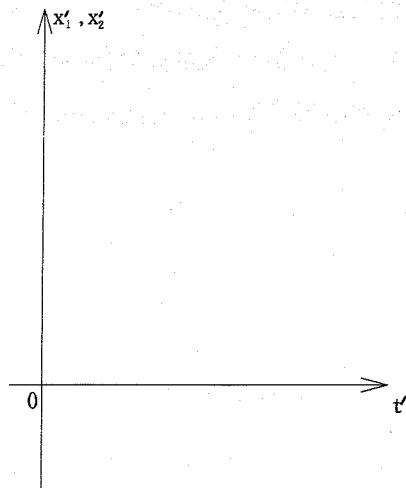


兩夸克間之最大距離為

$d =$

答題紙3：

(3)



在 S' 坐標系中觀察到的兩夸克間之最大距離為
 $d' =$

答題紙4：

(4)

理論試題第二題：超導磁鐵

實驗室中常用超導磁鐵。超導磁鐵的最普通的形式是用超導線繞製的螺線管線圈。超導磁鐵突出的優點是在產生強磁場時沒有因焦耳熱而導致的能量損耗，因為當磁鐵浸

箭頭表示 I 、 I_1 及 I_2 的正方向

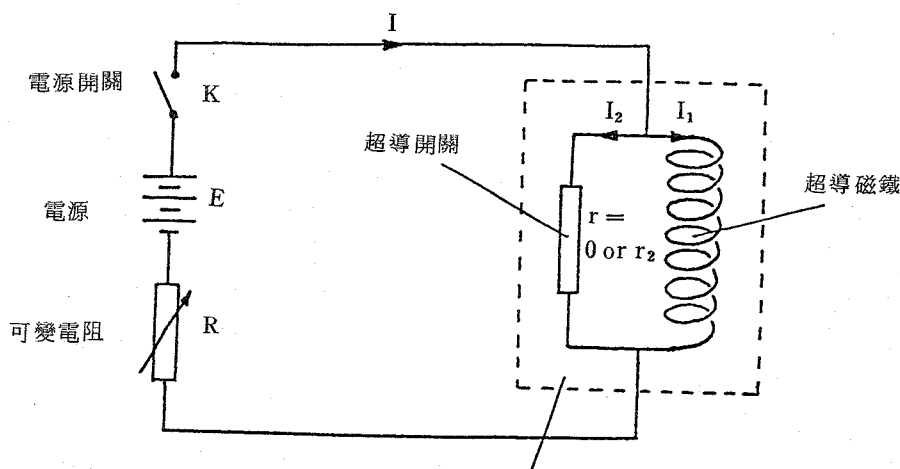


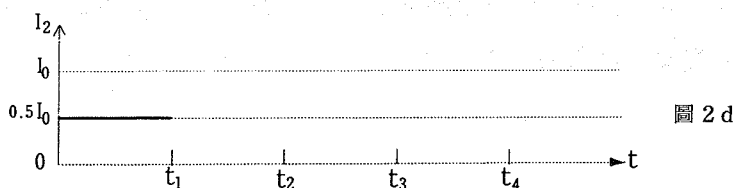
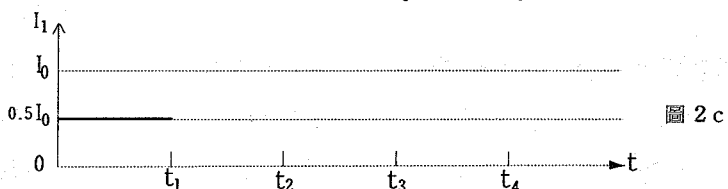
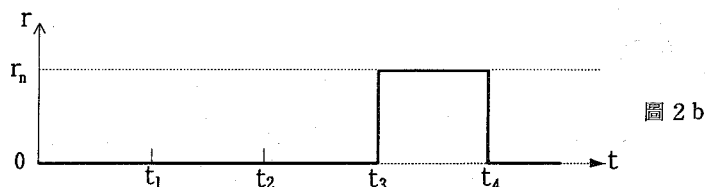
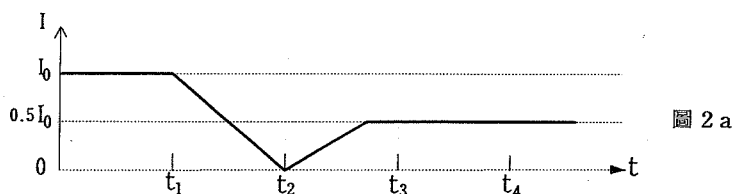
圖 1

虛線圍成的部份浸於
 溫度為 4.2K 的氦液池中

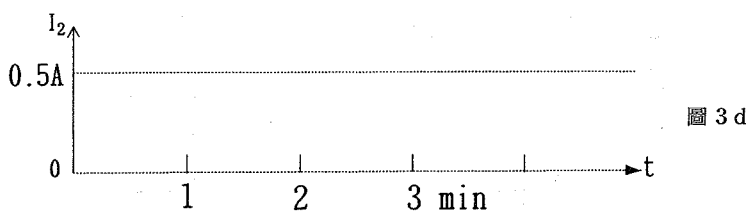
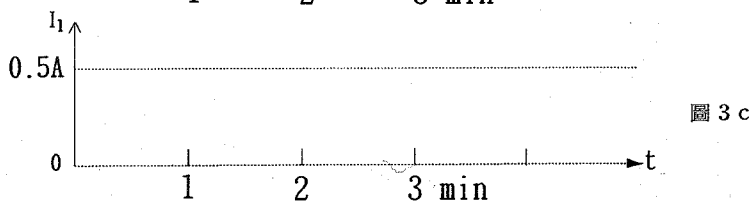
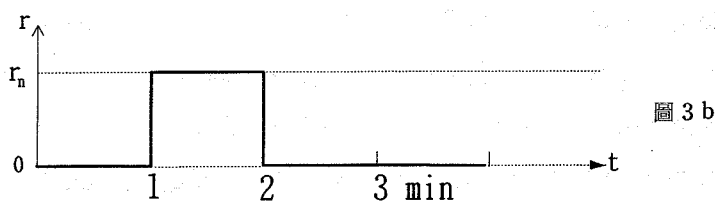
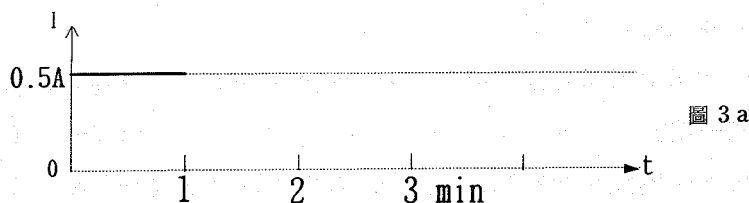
泡在溫度為 4.2 K 的液態氦中時，超導線的電阻為零。磁鐵上常配置一特別設計的超導開關，如圖 1 所示。我們可以控制超導開關的電阻，使其處於 $r=0$ 的超導態，或處於 $r=r_n$ 的正常態。當開關的電阻處於超導態時，超導磁鐵可在持續電流模式下工作，此時通過磁鐵和超導開關的電流持續地循環流動。這樣，可不再需要外加電源供電而可長時間地維持一極為穩定的磁場。

超導開關結構的細節在圖 1 中未畫出。它通常是由一小段超導線和一條可通電加熱的電阻線繞在一起並和氦液池適當地隔熱而成。加熱時，超導線的溫度上升並轉變到有電阻的正常態。 r_n 的電阻值約為幾個歐姆，本題中取為 5 歐姆 。超導磁鐵的電感視磁鐵大小而定。設圖 1 中的磁鐵電感為 10 亨利 ，總電流 I 可經由調節 R 的大小而改變。

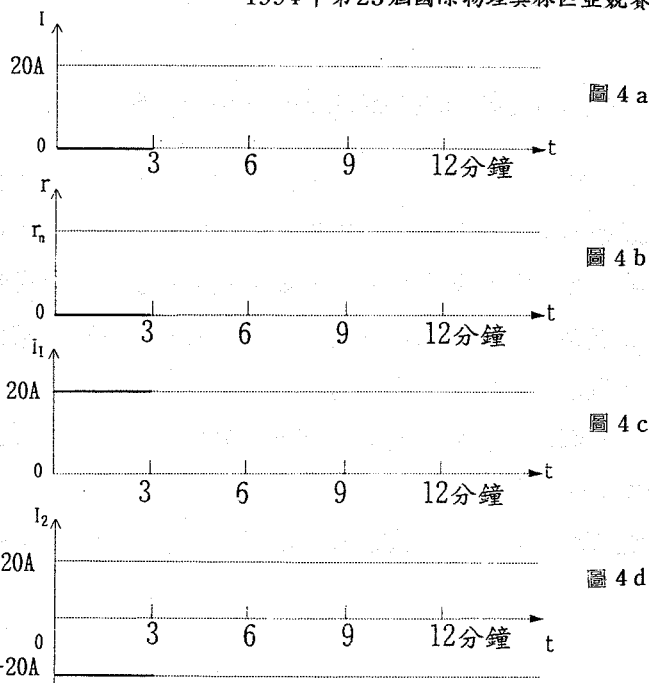
- (1) 如控制總電流 I 和超導開關的電阻 r ，使它們隨時間的變化分別如圖 2a 和 2b 所示。假定開始時流經磁鐵的電流 I_1 和流經開關的電流 I_2 相等(圖 2c 和 2d)，則從時間 t_1 到 t_4 ，它們將如何改變？請將你的答案畫在圖 2c 和 2d 上。



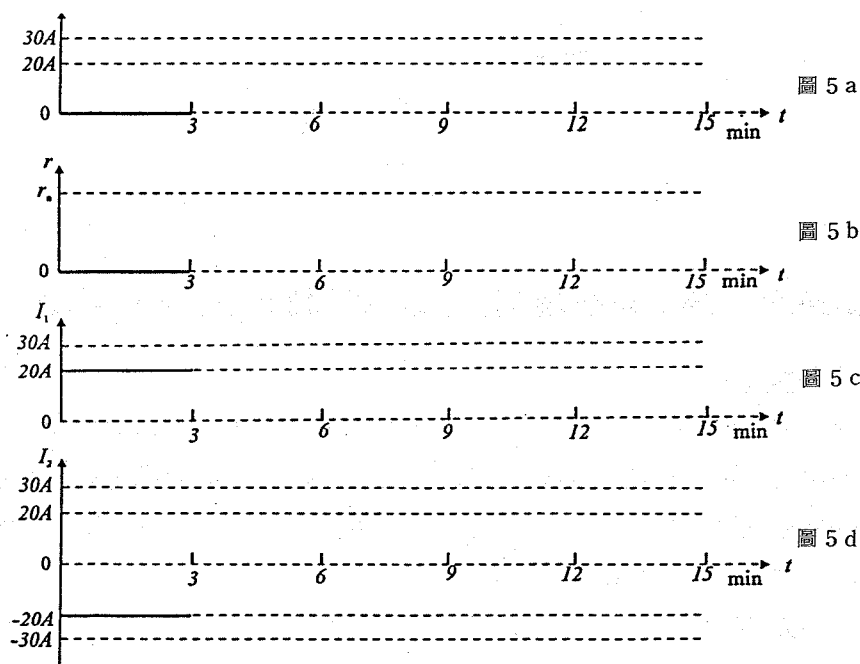
- (2) 假定時間 $t=0$ 時，在 $r=0$ 、 $I_1=0$ 、 $R=7.5\Omega$ 的狀態下接通電源開關 K ，得到的總電流 $I=0.5\text{A}$ ，隨後 K 一直保持接通，但超導開關的電阻 r 按圖 3b 所示的方式變化。請分別在圖 3a、3c 和 3d 中畫出 I 、 I_1 和 I_2 相應的變化。



- (3) 當超導開關處於正常態 $r=r_n$ 時，僅能通過小於 0.5A 的電流。否則開關會被燒壞。假定超導磁鐵在持續電流模式下工作，即 $I=0$ 、 $I_1=i_1$ （例如 $I_1=20\text{A}$ ）， $I_2=-i_1$ ，如圖 4 中 $t=0$ 到 3 分鐘之時段所示。如要將通過磁鐵的電流減小到零，以停止進行實驗，你該怎麼辦？這需要進行一系列的操作，請將相應的 I 、 r 、 I_1 和 I_2 的變化畫在圖 4 中。



- (4) 假定磁鐵在持續電流模式下工作，電流大小為 20 A（如圖 5 中 $t = 0$ 到 3 分鐘之時段所示），現要求磁鐵仍然於持續電流模式下工作，但要求持續電流改變為 30 A，你該怎麼辦？請將你的答案畫在圖 5 中。

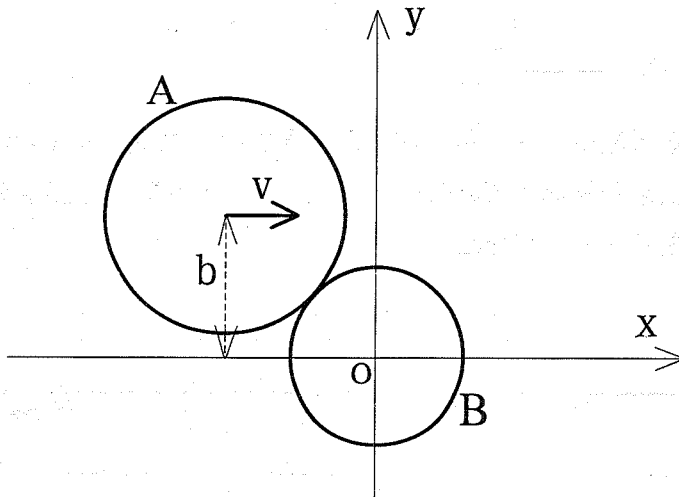


[本題將只就你所畫出的圖形評分]

理論試題第三題：有表面摩擦的圓盤的碰撞

一質量為 m ，半徑為 R_A 的均勻圓盤在光滑的 $x-y$ 水平面上，盤心距 x 軸為 b 的距離沿 x 軸方向，以速度 v 作平移運動。圓盤A與同質量、同厚度，但半徑為 R_B ，盤心靜止置於坐標原點的另一圓盤B發生碰撞（如下圖附示）。假設碰撞後，兩圓盤的接觸點在垂直於兩盤心連線的方向具有相同的速度，且兩圓盤接觸點在沿盤心連線方向之相對速度的量值，在碰撞前後相等。在上述情況下，

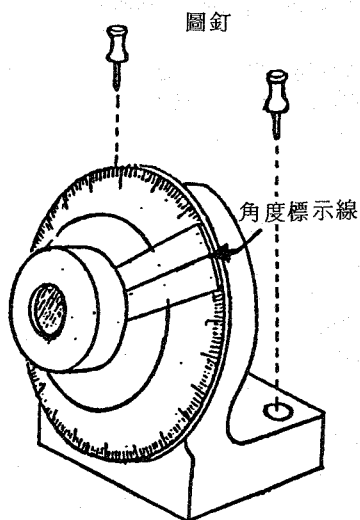
- (1) 求出碰撞後，兩個圓盤在 x 和 y 方向速度的分量，即求出 v'_{Ax} 、 v'_{Ay} 、 v'_{Bx} 和 v'_{By} 。這些分量必須以 m 、 R_A 、 R_B 、 v 及 b 表示之。
- (2) 分別求出圓盤A和B碰撞後的動能 E'_A 和 E'_B （以 m 、 R_A 、 R_B 、 v 及 b 表示之）。



實驗試題第一題：測量透明介質之表面對光的反射係數

實驗儀器、設備：

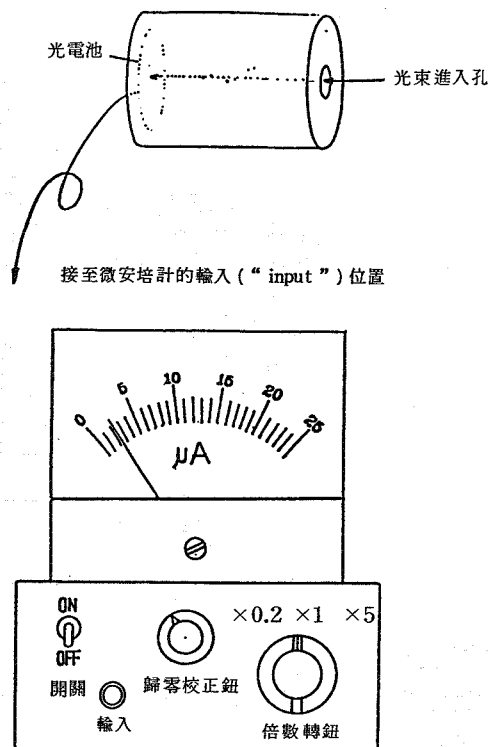
1. 氦氖雷射（ $\sim 1.5\text{ mW}$ （毫瓦）），本光源所射出之光不是線偏振光。
2. 兩片附有角度標示盤的偏振片，其中的一片已裝在雷射光源出口處，作為起偏器用。另一片偏振片，若需要時，可用圖釘（push pin）將它固定安置在水平木板上的適當位置處，作為檢偏器用（參考圖一）。
3. 兩組由光電池和微安培計組成的光強度偵測器（參考圖二）。
4. 用以分開光束的玻璃片（glass beam splitter）一片。



圖一 附有角度標示盤的偏振片

注意：

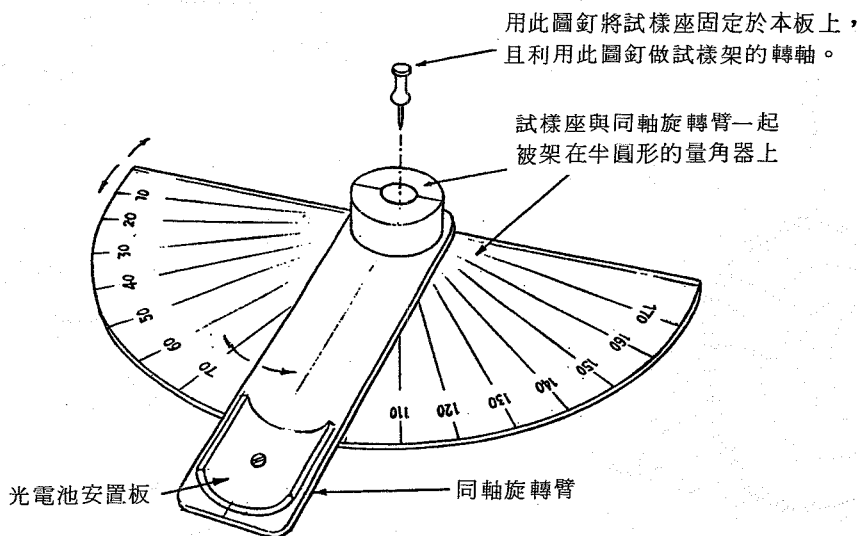
在偏振片上的角度標示線
僅供量測角度用，而非表
示偏振的方向。



圖二 光強度偵測器

- (1) 將光電池的插頭插入微安培計的“輸入”(input)位置。
- (2) 按下微安培計的開關。
- (3) 先遮蔽光電池前方的“光束進入孔”，然後調整微安培計的指針讀數，使其歸零。
- (4) 將微安培計的倍數轉鈕轉至適當的位置(“×5”的位置)。

5. 透明介質 (transparent dielectric plate) 一片作為試樣，此試樣之反射係數及折射率待測定。
6. 試樣座裝置在一半圓形透明量角器上，並連接有一可轉動的指示臂。(參考圖三)
7. 數個圖釘 (push pin)，可用於將試樣座固定在木板上，並可作為轉軸之用。
8. 紙片狹縫和光屏，可用以觀察並調整雷射光束至水平方向及光學元件的精準排列。
9. 用以固定光學元件之膠泥。
10. 大木板一塊。
11. 繪圖紙。



圖三 架於半圓形量角器上的試樣座

實驗要求：

1. 試測定P分量的反射係數與入射角間的函數關係（所謂“P分量”是指光之電場在平行於入射面方向的分量）。
 - (a) 在作P分量的測量時，利用偏振片（裝在雷射光源出口處）上刻度盤的角度標示線，定出該偏振片的透射軸（透射軸是指透射光的電場的振動方向）。
 - (b) 任選一組光強度偵測器，並將其微安培計的測量檔設定在“ $\times 5$ ”的位置。證明光強度與微安培計讀數的關係為線性關係。畫出本部分實驗裝置的示意圖。用表格的形式列出你的測量數據及計算結果（含計算公式）。畫出此線性關係曲線。
 - (c) 求出P分量的反射係數和入射角間的函數關係。畫出本部分實驗裝置的示意圖。用表格的形式列出你的測量數據及計算所得之反射係數（包含你所用的公式）。畫出反射係數和入射角間的函數關係圖。
2. 儘可能精確地決定出試樣的折射率。

說明和建議：

1. 避免雷射光直接照射眼睛。
2. 由於雷射光源的輸出功率會隨時間變動，因此在實驗過程中，必須設法偵測輸出光的變動，並且用以校正所得的實驗結果。
3. 讓雷射光源一直保持發光狀態，即使在你做完實驗，和離開實驗場所時，也不要關

閉該光源。

4. 當入射角 θ_B ，滿足以下關係式：

$$\tan \theta_B = n$$

時，反射光即完全成為線偏振（ n 為折射率）。

實驗試題第二題：

一個黑箱：

一個黑箱，附有兩個相似的接頭。在黑箱裡有至多只有三個被動的電路元件。求在兩接頭間之等效電路中各元件的數值。

注意：不准打開此黑箱。

實驗儀器設備：

1. 雙頻道示波器。另附有一張標示有各種旋鈕名稱及功能的面板圖。
2. 聲頻訊號產生器。另附有一張標示有各種旋鈕名稱及功能的面板圖。
3. 電阻值設定為 100 歐姆（ $\leq \pm 0.5\%$ ）的電阻箱。
4. 數條接線。
5. 同軸電纜線，其中之黑色接線是地線。
6. 提供有三種坐標紙：對數—對數坐標紙、半對數坐標紙，和一般坐標紙，可視需要使用之。

注意：未顯示在訊號產生器及示波器之面板圖上的旋鈕，均已經設定在正確的位置，學生不得去碰觸它們。

實驗要求：

1. 畫出你的實驗電路圖。
2. 請將你的實驗數據及計算結果以表格的形式呈現。將你得到的結果畫在所提供的坐標紙上（在坐標紙上須標註圖的名稱和各坐標軸的名稱、刻度及單位）。
3. 畫出黑箱內部的等效電路圖。在此電路圖上標註各元件的名稱及它們的量值（並寫出你用以計算的公式）。

指導說明：

1. 在 100 Hz 至 50 kHz 的頻率範圍內做實驗。
2. 聲頻訊號產生器的輸出電壓必須小於 1.0 V（指峰值至峰值的電壓）。將“輸出衰減”開關調至“20” dB（分貝）位置，之後不要再改變。

3. 在連接電線時，一定得妥善安排它們的連接方式，以儘量減少由電源線產生的50 Hz 電波的干擾。

DX 2 型聲頻訊號產生器的使用說明：

1. 將“輸出衰減”(Output attenuation)調至“20”dB的位置，之後不要再改變。
2. 將“阻尼開關”(Damping Switch)調至“快”(FAST)的位置。
3. 聲頻訊號產生器上伏特計的讀數是相對值，不是真實的輸出電壓值。
4. 可忽略頻率讀數所產生的誤差。

注意：XD22型的聲頻訊號產生器沒有阻尼開關(Damping Switch)，其輸出開關應設定在sine“~”的位置。

SS-5702型示波器使用說明：

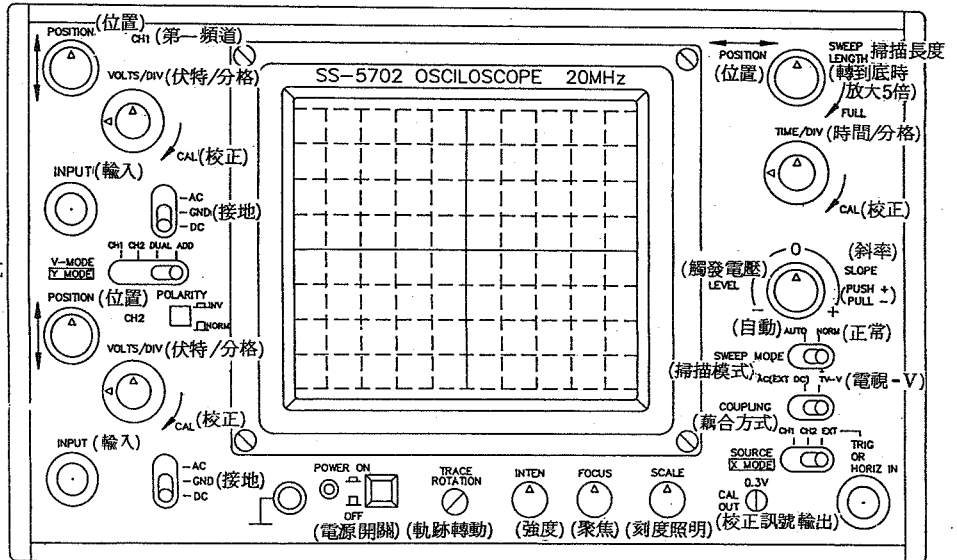
1. 將“V模式”開關維持在“雙(Dual)”位置。
2. “伏特/分格”(黑色鈕)和“可變控制鈕”(紅色鈕)可改變垂直放大器的增益(gain)。當“可變控制鈕”(紅色鈕)沿順時針方向完全轉到底時，黑色鈕所指示的刻度即為校正值。
3. “時間/分格”(黑色鈕)可改變水平掃描速率，從 $0.5\mu\text{s}/\text{分格}$ 到 $0.2\mu\text{s}/\text{分格}$ ，而且當“可變控制鈕”(紅色)被順時針方向轉到CAL位置時，黑色鈕所指示的刻度即為校正值。
4. “觸發信號源”(Triggering Source)用來選擇觸發訊號的頻道。“觸發電壓”(level)控制鈕用來調整觸發訊號之振幅。
5. 測量準確度： $\pm 4\%$ 。

電阻箱使用說明：

電阻箱的電阻已被設定在100歐姆，不要去改變它。

SS-5702 示波器

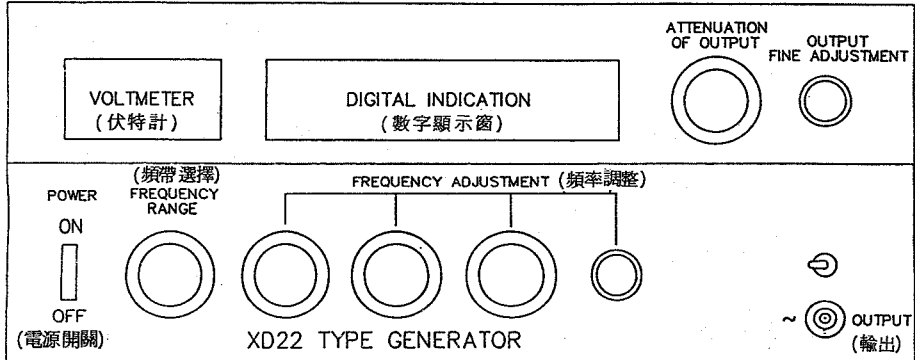
DUAT: 雙軌跡
V-MODE: V 模式
POLARITY: 極性
INV: 反向
NORM: 正常



SOURCE: 觸發訊號源
TRIG OR HORIZ: 觸發或水平掃描訊號輸入
EXT: 外部

XD22 型訊號產生器

(輸出衰減) (輸出微調)



XD 2 型訊號產生器

