

第二十四屆國際物理奧林匹亞競賽 實驗試題及參考答案

林明瑞
國立臺灣師範大學物理系

本刊曾在第166期發表1993年第二十四屆國際物理奧林匹亞競賽理論試題及參考答案。今續發表實驗試題部分。實驗試題共有兩大題，每一題10分，共計20分。考試時間，每一題限時二小時三十分鐘，共計五小時。

實驗試題1：氮的蒸發熱

本實驗的目的是使用兩種不同的方法以測量氮每單位質量的蒸發熱(L)。在第一種方法中，你把一小塊鋁投入盛有液態氮的容器內，在鋁塊冷卻時，量出有多少液態氮因蒸發而散失。在第二種方法中，你以一已知的速率供熱給液態氮，量出液態氮的蒸發速率。

供你實驗使用的液態氮盛放在一儲存桶內。小量的液態氮可倒入小容器內，放在天平上稱重。當液態氮蒸發時，天平上所稱得的質量會漸漸減少。這是由於(1)容器不是完全絕熱；(2)在第一種方法中，鋁塊冷卻時所釋出的熱量，流入液態氮中；(3)在第二種方法中，電流流經浸於液態氮中的電阻時，供熱給液態氮。本實驗提供一個三用電錶，用以測量電壓(V)、電流(I)、和電阻(R)，另外也提供有一個停錶。

警告：

- (1) 液態氮非常冷，絕對不要讓液態氮，或是被液態氮冷卻過的物體，碰觸你的身體或是衣服。
- (2) 不要掉落任何東西到液態氮內，自始至終，要一直帶著防護目鏡。
- (3) 慢慢地把鋁塊放入液態氮內，因為它會使得液態氮迅速沸騰，然後才平靜下來達成熱平衡。有一小段繩子便是為這個目的而設。
- (4) 如果電阻沒有浸入液態氮內，便通以電流，則它會變得很熱。只有當電阻放入容器內，而且完全浸在液態氮中時，才通以電流。

方法一：

鋁的比熱(C)在室溫和在液態氮於一大氣壓下蒸發時的溫度(77K)之間有相當幅度的變化。附圖顯示比熱 C 和溫度(T)之間的變化關係。試做實驗量出當鋁塊冷卻時，有多少液態氮蒸發散失。使用這個實驗數據和所附的比熱圖以定出氮每單位質量的蒸發熱。你可假設室溫為 $21 \pm 2^\circ\text{C}$ 。對於你的蒸發熱數值的準確度，必須給予定量的估計。

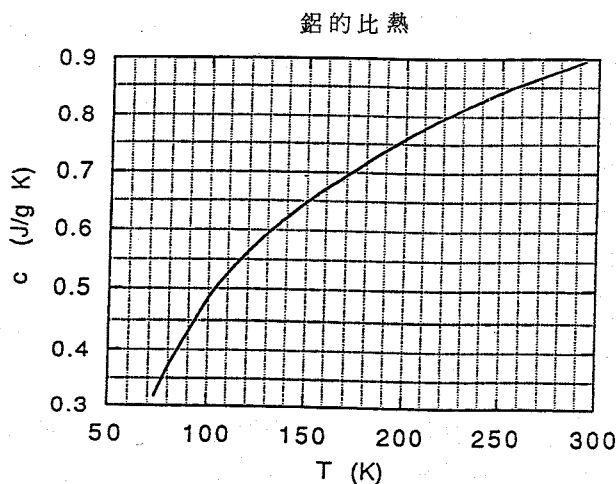
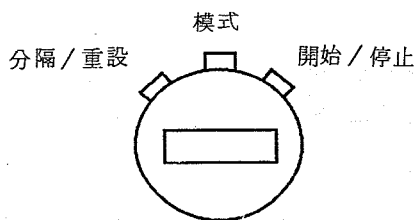
方法二：

試做實驗量出當對一浸於液態氮中的電阻通以電流時，液態氮的蒸發速率。本實驗提供有一直流電源供應器（使用時，轉紐必須旋至“8”的位置，不要拆除跨接在輸出接頭上的電容）。使用這個實驗數據以定出液態氮每單位質量的蒸發熱。對所得結果的準確度，必須給予定量的估計。

[註]：

- (1) 答題時請附上實驗裝置草圖、適當標註的數據表格、實驗數據圖形，數據需加有適當的單位，以便閱卷者能確知你的所做所為。
- (2) 如果任何一件儀器工作不正常，可要求協助。

數字停錶



1. 選定計時操作：

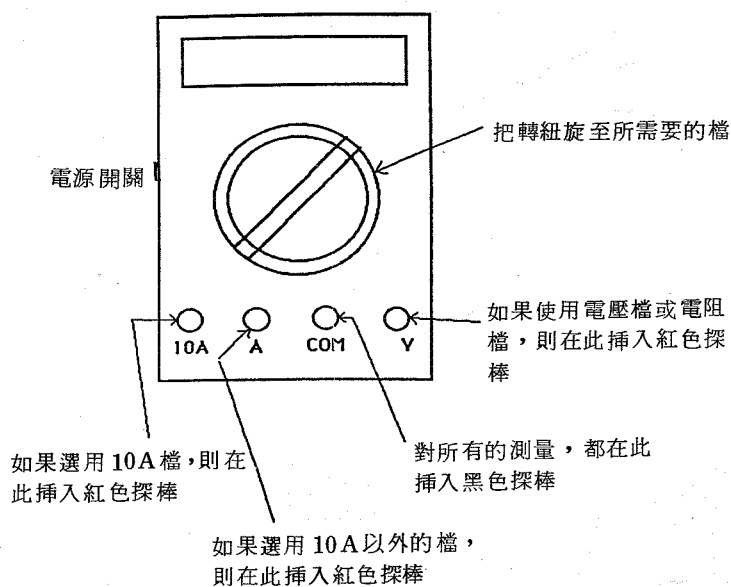
- (1) 按“模式”鍵，直至出現 $\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc$ 。

（你可能必須連按“模式”鍵數次，才能使 $\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc$ 出現）

2. 單一事件的計時：

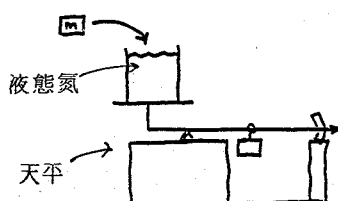
- (1) 按“開始/停止”鍵，以啓動計時。
 - (2) 按“開始/停止”鍵，以停止計時。
 - (3) 按“分隔/重設”鍵，使停錶歸零。
3. 多次事件的計時，但不切斷停錶。
- (1) 按“開始/停止”鍵，以啓動計時。
 - (2) 按“分隔/重設”鍵，以鎖定顯示，但停錶仍繼續計時。
 - (3) 按“分隔/重設”鍵，重新顯示真實時刻。
 - (4) 按“開始/停止”鍵，以停止計時。
 - (5) 按“分隔/重設”鍵，使停錶歸零。

三用電錶



實驗試題1：參考解答

方法一：

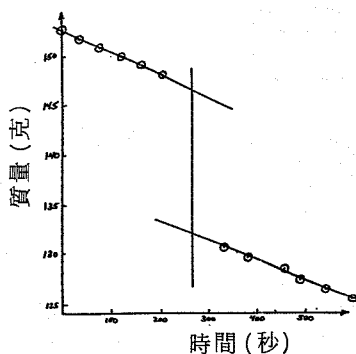


$$Q = mc\Delta T = m \int c dT$$

$$Q = L \Delta M_{\text{液氮}}$$

$$m = 19.4 \pm 0.1 \text{ g}$$

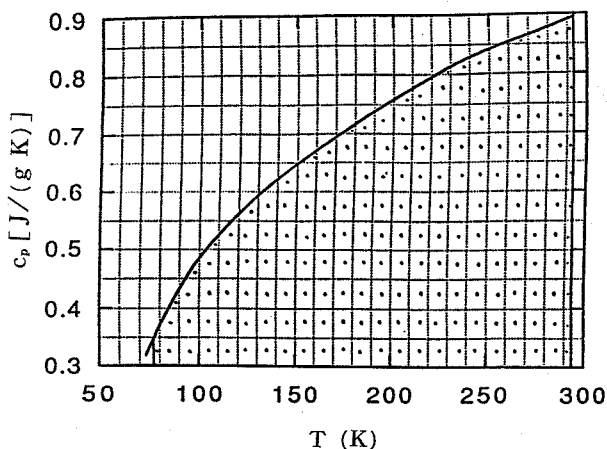
全部質量	計時時刻	時間
153 g	0:00.0	0
152	0:36.8	36.8
151	1:19.1	79.1
150	2:00.7	120.7
149	2:40.5	160.5
148	3:23.1	203.1
加入鉛塊		
150 (130.6)	5:31.8	331.8
149 (129.6)	6:21.6	381.6
148 (128.6)	7:17.3	457.3
147 (127.6)	8:08.6	488.6
146 (126.6)	9:00.9	540.9
145 (125.6)	9:54.6	594.6



$$\Delta M_{\text{液氮}} = 146.5 - 132.0$$

$$= 14.5 \pm 0.3 \text{ g}$$

鋁的比熱



$$\int_{77}^{293} c dT \approx (0.3)(293 - 77) + (173)(0.5)$$

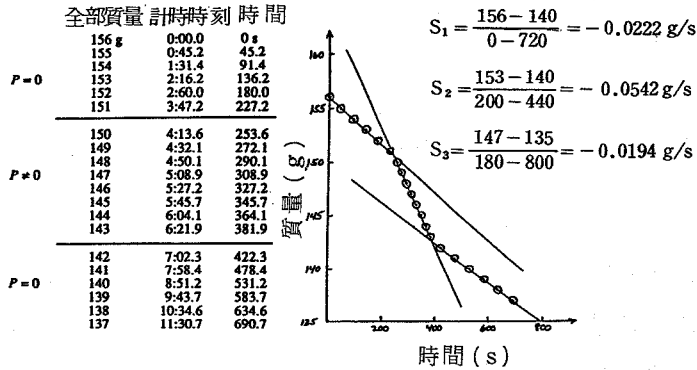
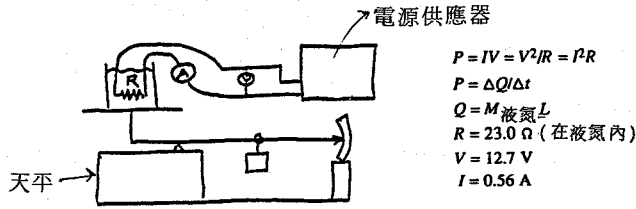
$$\approx 64.8 + 86.5 = 151 \pm 2 \text{ J/g}$$

$$Q = \int mc dT = (19.4 \pm 0.1 \text{ g})(151 \pm 2 \text{ J/g})$$

$$= 2930 \pm 42 \text{ J}$$

$$L = \frac{Q}{\Delta M_{\text{液氮}}} = \frac{2930 \pm 42 \text{ J}}{14.5 \pm 0.3 \text{ g}} = 202 \pm 5 \text{ J/g}$$

方法二：



$$S_{P \neq 0} = -0.054 \pm 0.001 \, \text{g/s}$$

$$\langle S_{P=0} \rangle = -0.020 \pm 0.001 \, \text{g/s}$$

$$\text{功率} = P = \left| \frac{Q}{\Delta t} \right| = L \left| \frac{\Delta M_{\text{液氮}}}{\Delta t} \right|$$

$$\left. \begin{aligned} P &= IV = 7.11 \, \text{W} \\ P &= I^2 R = 7.21 \, \text{W} \\ P &= V^2/R = 7.01 \, \text{W} \end{aligned} \right\} P = 7.1 \pm 0.1 \, \text{W}$$

$$|\Delta M_{\text{液氮}} / \Delta t| = 0.054 - 0.020 = 0.034 \pm 0.0014 \, \text{J/s}$$

$$L = \frac{P}{\Delta M_{\text{液氮}} / \Delta t} = \frac{7.1 \pm 0.1}{0.034 \pm 0.0014} = 209 \pm 9 \, \text{J/g}$$

實驗試題 1：評分標準

方法一：（滿分 5 分）

- (1) 0.5 分 使用 $Q = mC\Delta T$ 或 $Q = m \int C dT$ 。
- (2) 0.5 分 使用 $Q = L\Delta M_{\text{液氮}}$ 。
- (3) 0.5 分 準確量出鉛塊的質量。
- (4) 0.5 分 能設法量出 $\Delta M_{\text{液氮}}$ 。
- (5) 0.5 分 有考慮到液氮周遭物質的熱漏入量，並據以校正加入容器內的鉛塊放熱量。
- (6) 0.5 分 有考慮到“熱漏量”隨時間而變。

- (7) 0.5 分 使用 C 和 ΔT 的合理值，或設法計算出 $\int cdT$ 。
- (8) 0.5 分 所計算出的 L 值無誤。
- (9) 0.5 分 合理的誤差估計。
- (10) 0.5 分 L 值在閱卷組以良好程序所測出數據值的上下限之內。

方法二：（滿分 5 分）

- (1) 0.5 分 使用 $P = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ 。
- (2) 0.5 分 使用 $P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$ 。
- (3) 0.5 分 使用 $Q = LM_{\text{液氮}}$ 。
- (4) 0.5 分 正確量出兩參數以得 P 。
- (5) 0.5 分 設法量出 $M_{\text{液氮}}$ 。
- (6) 0.5 分 有考慮到“熱漏量”。
- (7) 0.5 分 有考慮到“熱漏量”隨時間而變。
- (8) 0.5 分 所計算出的 L 值無誤。
- (9) 0.5 分 合理的誤差估計。
- (10) 0.5 分 L 值在閱卷組以良好程序所測出數據值的上下限之內。

實驗試題 2：磁矩和磁場

本實驗題含有二個部分：

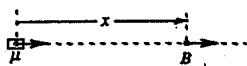
第一部分：在標記為“X”的封袋內有一支短小的圓柱形永久磁鐵，試測定此磁鐵之磁矩， μ_x ，的絕對值。（在標記為“A”的封袋內，另有一支相似的小磁鐵，也是本實驗所需。）

第二部分：試探討一已知軸向對稱分佈之磁鐵所形成之磁場，該磁鐵放在標記為“B”的封袋內。

在你的實驗中，你應利用下列事實：

- (1) 一磁偶在其軸的方向上，距離其中心為 x 處所產生的磁場，方向為平行於此軸，強度大小為

$$B = \frac{2\mu K}{|x|^3},$$



其中 B 的單位為 $\text{Tesla} (= \text{N}/(\text{A} \cdot \text{m}))$ ， $K = 10^{-7} \text{Tesla} \cdot \text{m}/\text{A}$ ， x 的單位為 m ， μ 為 $\text{A} \cdot \text{m}^2$ 。

- (2) 一水平自由懸掛的磁鐵，如同羅盤裡的磁針一樣，在磁場中做小角度的扭擺振動時，其週期為

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\mu B_h}},$$

其中 B_h 為磁鐵所在處的淨磁場強度的水平分量， I 為磁鐵繞通過其中心的垂直軸的轉動慣量。

器材：

器材圖示在本試卷之後。一木架上裝有兩個平台，一條細線從上平台上懸下。磁鐵（“X”或“A”）可繫在此線的底端。在下平台上置有一銅板，就放在所掛磁鐵的下方，在需要時可做為磁鐵運動的阻尼之用。另有兩個小木架，其中之一做為在第一部分實驗中，夾放磁鐵“X”或“A”之用；另一則在第二部分實驗中，夾放磁鐵系統B之用。懸掛中的磁鐵和這兩小木架之一所夾磁鐵之間的距離，可用安裝在小木架上的直尺量出。

警告：

這些磁鐵都非常強。要緊緊抓住，小心不要讓磁鐵從你的手指間被吸出去。

第一部分：

待測的磁矩（ μ_x ）是指放在“X”封袋袋內的一對磁鐵，其兩端處標示有一字母—數字的組合號碼。保持這一對磁鐵放在一起。這一對磁鐵的轉動慣量已經算好並寫在“X”封袋上。封袋“A”內則放有另一對磁鐵，其北極和南極分別用黑點和紅點標示。這一對磁鐵和封袋“X”內的磁鐵相似，但是其磁矩（ μ_A ）不能假設等於 μ_x 。取其中一對磁鐵，彼此分開，分置在一繫於懸線上鉛直垂下的黃銅圓片的兩邊，使形成一“指南針”測量此指南針的扭擺週期。（封袋“X”上的 I_x 值已計入黃銅片對轉動的影響。）

把一對磁鐵嵌入小木架的穿洞中心，可用於影響“指南針”磁鐵對的轉動，可能改變它的週期和角平衡位置。測量角位置的最好方法是把銅片放在“指南針”下方幾毫米處以產生電磁阻尼作用。請不要在銅片上做或寫任何標記。

你將需要使用不只一種的磁鐵排列方式。清楚地畫出每一種實驗安排的圖形並加上標示。也要寫出所用的方程式，顯示你如何結合不同的觀測數據以得出 μ_x 的數值。

所有的磁鐵必須維持在同一水平面上。注意在大木架頂部的轉紐，可用於調整懸線

的長度。每一平台的位置也可以調整。

實驗細節（重要！）：

- (1) 指南針的裝配和使用：取出一對磁鐵，先以一隻手的大拇指和食指夾住其中的一個磁鐵。以其一端對準抵住黃銅片的中心，然後以另一隻手抓住第二個磁鐵，小心且緩慢的移近，但不可拉住懸線，使兩磁鐵相吸引形成一類似的指南針，此即上述的指南針磁鐵對（“X”或“A”）。當把此磁鐵對分開時，要避免拉住懸線。

警告：若兩磁鐵快速吸引而碰在一起，則可能造成斷線或碰碎。如果懸線斷開，

可將線再穿過黃銅片上的小孔。（若有需要，請詢問試場服務人員。）

- (2) 探討指南針轉動的扭擺模態。爲了避免激發指南針的“單擺”模態，在大木架的下方平台上裝有一由銅線構成的小裝置。將此小裝置旋轉使水平的銅線抵靠在懸線繫結處上方約 2 毫米處的線上。若順同一方向再旋轉一點，將會使銅線繼續移動幾毫米。

警告：如果沒有做以上的調整，則這兩個模態會“耦合”，造成扭擺振幅的週期性變化，並且影響它們的週期。

使用鐵釘（見圖）以一種可操控的方法，啓動扭擺的轉動。

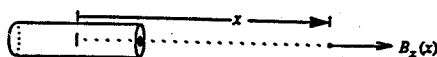
- (3) 磁鐵或可磁化的物體要設法保持不動，並盡可能使遠離實驗區域。考慮如鐵釘、手錶、筆等物件。實驗桌有一些鋼製的支撐零件；若你要變動實驗裝置的位置，得考慮這個事實。

建議：

- (1) 懸線的扭力常數很小，只要懸線夠長（例如 15 公分），則它的影響可以忽略。
- (2) 你也許注意到懸掛的磁鐵對不能成水平。這是因爲地球磁場有垂直分量的緣故。由於它對本實驗分析的影響很小，應可予以忽略。換句話說：簡單地假設這一磁鐵對成一水平。
- (3) 我們建議你把第一部分的誤差分析延至已完成第二部分所須各項實驗測量後再進行。
- (4) 你不可對地球磁場的大小做任何假設。

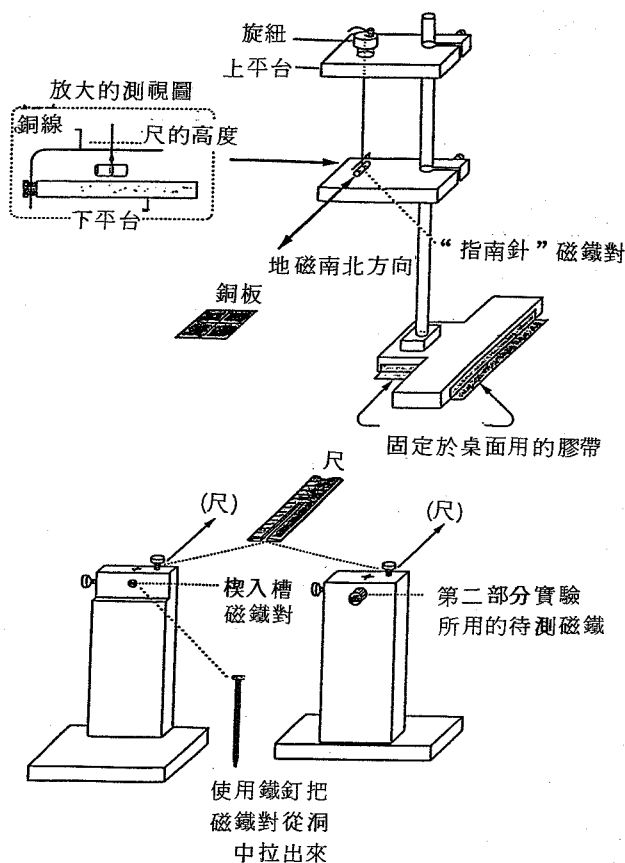
第二部分：

鋁管（在“B”封袋內）內含一軸向對稱分佈的磁鐵組。該磁鐵組在 x 軸上，距離管中心爲 x 處所成的磁場強度 B_x ，其量值依照下列函數關係： $B(x) = Cx^p$ 。試定出冪



次 p 及其近似的誤差。如上圖所示，你應探討磁鐵組端面標有黑點記號一邊方向的磁場。

在答卷上寫下你的實驗裝置號碼。這是一組字母 - 數字的組合號碼打印在器材盒上和裝磁鐵的封袋上如右所示：



實驗試題 2：參考解答

第一部分： μ_x 的測定

基本想法：

本題解題的着眼點在於：(1)一懸掛中的磁鐵，其扭擺週期主要決定於它的磁矩和所在處地球磁場（水平分量）的乘積。(2)以另一磁鐵靠近此類似指南針的磁鐵，將能改變它的指示方向，其方向改變的程度也是決定於這兩個物理量的比值。

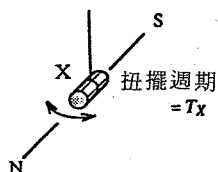
上述兩種形式的實驗測量結果，可據以算出磁鐵的磁矩和地球磁場的水平分量。

解法一：“反轉”法（含兩個未知量）

實驗裝置

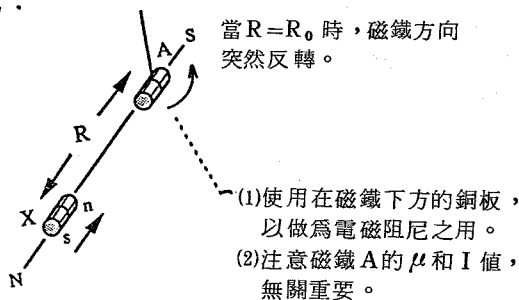
所使用的方程式

1 :



$$\mu_x B_h = I_x (2\pi/T_x)^2 \quad (1)$$

2 :



$$\mu_x \frac{2K}{R_0^3} = B_h \quad (2)$$

結合①和②式可得：

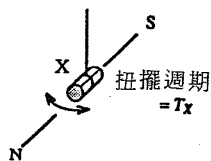
$$\mu_x = \frac{R_0^{3/2}}{(2K)^{1/2}} \frac{2\pi}{T_x} (I_x)^{1/2}$$

解法二：動力學方法（含三個未知量）

實驗裝置

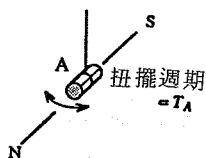
所使用的方程式

1 :



$$\mu_x B_h = I_x (2\pi/T_x)^2 \quad (1)$$

2 :

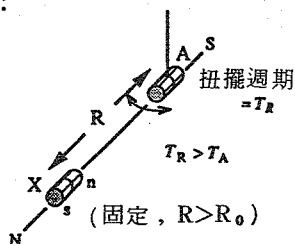


$$\mu_A B_h = I_A (2\pi/T_A)^2 \quad (2)$$

實驗裝置

所使用的方程式

#3:



$$\mu_A \left[B_h - \mu_x \frac{2K}{R^3} \right] = I_A (2\pi/T_R)^2 \quad (3)$$

注意磁鐵X固定置於 $R > R_0$ 處，係用以減慢磁鐵A的扭擺週期。

上面列出的三個方程式， I_A 不能假設等於 I_x ，所以看起來有四個未知量。但是細查③式， $\frac{\mu_x}{B_h}$ 可以實驗所測出的量表示之，因此實際上僅有三個未知量。結合以上三式，可得：

$$\mu_x = \frac{R^{3/2}}{(2K)^{1/2}} \frac{2\pi}{T_x} (I_x)^{1/2} [1 - (T_A/T_R)^2]^{1/2} \quad (4)$$

另一種方式的做法是把磁鐵X的磁極反轉，但“X”仍置於同處，則磁鐵A的振動將變快，即 $T_R < T_A$ ，在此情況下所用的式子為：

$$\mu_x = \frac{R^{3/2}}{(2K)^{1/2}} \frac{2\pi}{T_x} (I_x)^{1/2} [(T_A/T_R)^2 - 1]^{1/2} \quad (4')$$

參考數據：

以下數據是以“動力學”法得出。磁鐵X係用以減慢磁鐵A的振動。在上述三種實驗裝置安排中，每種振動皆計測20次完全振動所需的時間。

$$R = (17.0 \pm 0.1) \text{ cm}$$

$$I_x = (4.95 \pm 0.1) \times 10^{-8} \text{ kgm}^2$$

$$20 T_x (\text{秒}) = 10.83, 10.99, 10.91, 10.94 \text{ (實驗裝置\#1)}$$

$$20 T_A (\text{秒}) = 10.95, 11.10, 11.01, 10.92 \text{ (實驗裝置\#2)}$$

$$20 T_R (\text{秒}) = 21.70, 21.65, 21.78, 21.59 \text{ (實驗裝置\#3)}$$

使用掌上型計算機所得出的平均值和統計誤差如下：

$$T_x = (0.546 \pm 0.003) \text{ 秒}$$

$$T_A = (0.550 \pm 0.004) \text{ 秒}$$

$$T_R = (1.084 \pm 0.004) \text{ 秒}$$

上式中的“統計誤差”只是簡單地得自計算機的“標準誤差”。嚴格說來，這些“標準誤差”應除以測試次數的平方根，以得出“樣品平均值”的標準誤差。為簡單起見，我們仍僅取計算機所給出的誤差值。

④式可改寫為 $\mu_x = GF$ ，其中

$$G = \frac{R^{3/2}}{(2K)^{1/2}} \frac{2\pi}{T_x} (I_x)^{1/2} \quad \text{和} \quad F = [1 - (T_A/T_R)^2]^{1/2}$$

注意 G 的式子和在“反轉法”中的 μ_x （當 $R = R_0$ 時）完全相同。此時， T_R 趨近於無限大。

把已測知的數據代入上式，可得：

$$G = \frac{[(0.170 \pm 0.001)m]^{3/2}}{[2 \times 10^{-7} N/A^2]^{1/2}} \frac{2\pi}{(0.546 \pm 0.003)\text{sec}} [(4.95 \pm 0.1) \times 10^{-8} \text{kgm}^2]^{1/2}$$

考慮誤差的傳遞，可得：

$$G = (0.401 \pm 0.006) \text{Am}^2$$

G 值約有 1.5 % 的誤差。

$$F = \{1.000 - [\frac{(0.550 \pm 0.004)\text{sec}}{(1.084 \pm 0.004)\text{sec}}]^2 \}^{1/2} = (0.862 \pm 0.007)$$

$$\mu_x = (0.862 \pm 0.007) (0.401 \pm 0.006) \text{Am} = (0.346 \pm 0.006) \text{Am}^2$$

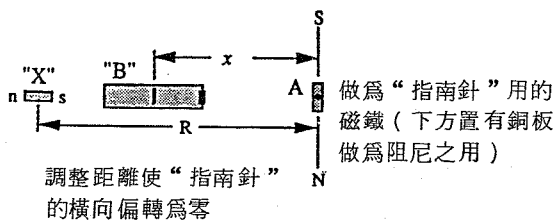
利用精密的“磁通量計”（在距離 16 cm 處）所測得的 $\mu_x = (0.345 \pm 0.003) \text{Am}^2$ 。

第二部分：待測磁場強度“ B ”和距離的函數關係

方法一（近距離時）：使“指南針”磁鐵的橫向偏轉為零。

實驗裝置（上視圖）

所使用的方程式



$$B_x(x) = \frac{2K\mu_x}{R^3}$$

方法二（中距離時）：求出 $\frac{1}{T^2}$ 的差。

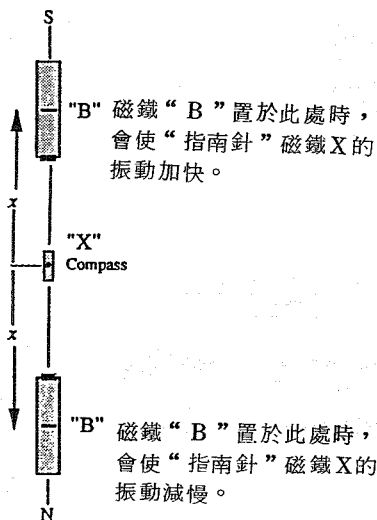
$T = T_x =$ 磁鐵“ X ”的扭擺週期

$B_h =$ 磁場強度（“ X ”所在處）的水平分量

$$(2\pi/T)^2 = \frac{\mu_x B_h}{I_x}$$

實驗裝置（上視圖）

所使用的方程式



定義：

$$\Delta(1/T^2) \equiv (1/T^2)_{\text{快}} - (1/T^2)_{\text{慢}}$$

則：

$$\Delta(1/T^2) = \frac{\mu_x \Delta B_h}{4\pi^2 I_x} \quad \text{式中 } \Delta B_h = 2 B_x(x)$$

$$B_x(x) = \frac{2\pi^2 I_x}{\mu_x} \Delta(1/T^2)$$

方法三（遠距離時）：在抵銷部分地球磁場的情況下，求出 $\frac{1}{T^2}$ 的差。

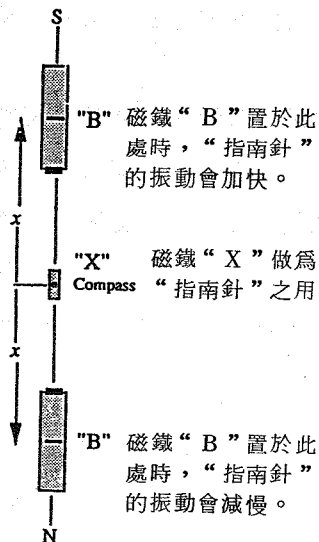
實驗裝置

所使用的方程式

用膠帶把調整後的磁鐵“A”固定不動。



調整“A”使其在“指南針”處的磁場方向與地磁相反。



$$B_x(x) = \frac{2\pi^2 I_x}{\mu_x} \Delta(1/T^2)$$

（與方法二相同）

註1：由於抵銷掉部分的地球磁場，使得“指南針”的自然振動一般減慢2倍。

註 2：若 x 固定不變，則 $\Delta(1/T^2)$ 爲一常數（和有否抵銷部分地球磁場無關。）

$$\Delta\left(\frac{1}{T^2}\right) = \text{常數}$$

因此

$$\frac{\Delta T}{T^3} = \text{常數}$$

$$\Delta T \propto T^3$$

參考數據：

方法 I：

$$B_x(x) = \frac{2K\mu_x}{R^3} = \frac{[(2 \times 10^{-7}) \text{ Tm/A}][0.346 \pm 0.006] \text{ Am}^2}{[R(\text{m})]^3}$$

實驗數據		計算值	標準誤差	見下述的討論	
$x(\text{m})$	$R(\text{m})$	$B_x(x)(10^{-7}\text{T})$	$\Delta B/B$	$4\Delta x/x$	$(\Delta B/B)_{\text{有效}}$
0.062 ± 0.001	0.112 ± 0.001	493	0.031	0.065	0.072
0.0705 ± 0.0015	0.133 ± 0.0015	294	0.037	0.085	0.093
0.0845 ± 0.0015	0.167 ± 0.002	149	0.039	0.071	0.081
0.102 ± 0.0015	0.206 ± 0.005	79	0.074	0.059	0.095

R 的誤差包括有直尺上的讀數誤差，以及在定出“零偏轉”的位置誤差。後者在較大的 x 值時，成爲主要的誤差來源。 R 的誤差和 μ_x 的誤差合起來，利用誤差傳遞的原理計算，得出第 4 行的 $\Delta B/B$ 值。

當然 x 值的測量也有誤差存在，在轉成實驗數據關係圖形時，我們可以用一水平誤差槓來表示，但此法較爲笨拙，最好能將這些水平誤差槓轉換成垂直誤差槓。由於第二部分的實驗結果知 B_x 和 x^4 成反比，因此一已知 x 的分數誤差換算成 B_x 的分數誤差時，其值增大 4 倍，如同第 5 行所列的數值。

由上述知， B_x 的有效分數誤差值，即第 6 行的 $(\Delta B/B)_{\text{有效}}$ ，按誤差傳遞公式的計算法，等於 $\sqrt{(\Delta B/B)^2 + (4\Delta x/x)^2}$ 。

方法 II：

$$B_x(x) = \frac{2\pi^2 I_x}{\mu_x} \Delta(1/T^2) = (28.2 \pm 0.51) \times 10^{-7} \text{ Tesla sec}^2 \cdot \Delta(1/T^2)$$

當 $x = (0.120 \pm 0.001) \text{ m}$ 時：

振動 20 次所需的時間

掌上型計算機結果

$$20 T_{\text{慢}}: 14.56, 14.50, 14.52, 14.58 \quad T_{\text{慢}} = (0.727 \pm 0.0018) \text{sec}$$

$$20 T_{\text{快}}: 11.32, 11.34, 11.31, 11.28 \quad T_{\text{快}} = (0.5656 \pm 0.0013) \text{sec}$$

$$\begin{aligned} \Delta(1/T^2) &= [(3.1257 \pm 0.0138) - (1.892 \pm 0.0095)] \text{sec}^{-2} \\ &= (1.23 \pm 0.017) \text{sec}^{-2} \end{aligned}$$

$$\text{得 } B_x(x) = (34.7 \pm 0.8) \times 10^{-7} \text{ Tesla}$$

方法 III:

使用磁鐵“ A ”抵銷掉部分的地球磁場，以使“指南針”的振動週期減慢至約 1.2 秒。所應用的方程式仍為：

$$B_x(x) = \frac{2\pi^2 I_x}{\mu_x} \Delta(1/T^2) = (28.2 \pm 0.51) \times 10^{-7} \text{ Tesla sec}^2 \cdot \Delta(1/T^2)$$

(1) 當 $x = (0.150 \pm 0.001) \text{m}$ 時：

20 次振動所需的時間

掌上型計算機結果

$$20 T_{\text{慢}}: 27.90, 27.80, 27.78, 27.77 \quad T_{\text{慢}} = (1.391 \pm 0.003) \text{sec}$$

$$20 T_{\text{快}}: 19.56, 19.66, 19.50, 19.64 \quad T_{\text{快}} = (0.9795 \pm 0.0037) \text{sec}$$

$$\begin{aligned} \Delta(1/T^2) &= [(1.0422 \pm 0.0079) - (0.5171 \pm 0.0022)] \text{sec}^{-2} \\ &= (0.525 \pm 0.0082) \text{sec}^{-2} \end{aligned}$$

$$\text{得 } B_x(x) = (14.8 \pm 0.35) \times 10^{-7} \text{ Tesla}$$

(2) 當 $x = (0.170 \pm 0.001) \text{m}$ 時：

20 次振動所需的時間

掌上型計算機結果

$$20 T_{\text{慢}}: 24.97, 24.97, 24.87 \quad T_{\text{慢}} = (1.2468 \pm 0.0029) \text{sec}$$

$$20 T_{\text{快}}: 20.55, 20.46, 20.79, 20.65 \quad T_{\text{快}} = (1.0306 \pm 0.00708) \text{sec}$$

$$\begin{aligned} \Delta(1/T^2) &= [(0.9415 \pm 0.013) - (0.6433 \pm 0.0030)] \text{sec}^{-2} \\ &= (0.298 \pm 0.013) \text{sec}^{-2} \end{aligned}$$

$$\text{得 } B_x(x) = (8.4 \pm 0.4) \times 10^{-7} \text{ Tesla}$$

(3) 當 $x = (0.190 \pm 0.001) \text{m}$ 時：

20 次振動所需的時間

掌上型計算機結果

$$20 T_{\text{慢}}: 17.17, 17.15, 17.11, 17.10 \quad T_{\text{慢}} = (0.8566 \pm 0.0017) \text{sec}$$

$$20 T_{\text{快}}: 16.01, 15.93, 15.91, 15.92 \quad T_{\text{快}} = (0.797 \pm 0.0029) \text{sec}$$

$$\Delta(1/T^2) = [(1.574 \pm 0.028) - (1.3628 \pm 0.0053)] \text{sec}^{-2}$$

$$= (0.2112 \pm 0.029) \text{sec}^{-2}$$

得 $B_x(x) = (6.0 \pm 0.8) \times 10^{-7} \text{ Tesla}$

(4) 當 $x = (0.220 \pm 0.001) \text{ m}$ 時：

20 次振動所需的時間

掌上型計算機結果

20 $T_{\text{慢}} : 23.80, 23.76, 23.70$

$$T_{\text{慢}} = (1.1877 \pm 0.00252) \text{sec}$$

20 $T_{\text{快}} : 22.27, 21.98, 21.86, 21.94$

$$T_{\text{快}} = (1.1006 \pm 0.0089) \text{sec}$$

$$\Delta(1/T^2) = [(0.8255 \pm 0.0134) - (0.7089 \pm 0.0030)] \text{sec}^{-2}$$

$$= (0.1166 \pm 0.014) \text{sec}^{-2}$$

得 $B_x(x) = (3.3 \pm 0.4) \times 10^{-7} \text{ Tesla}$

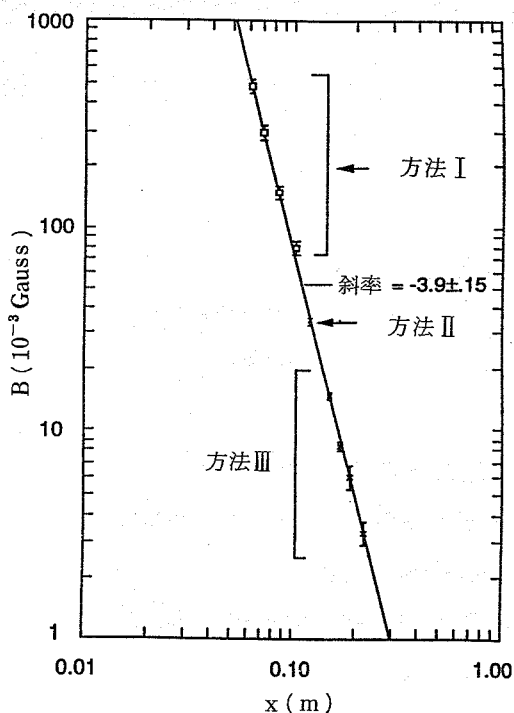
方法 II 和 III 所得的數據表

<u>x (m)</u>	<u>方 法</u>	<u>計 算 值</u> <u>$B_x(x) (10^{-7}T)$</u>	<u>標準誤差</u> <u>$\Delta B/B$</u>	<u>見上述的討論</u>	
				<u>$4\Delta x/x$</u>	<u>$(\Delta B/B)_{\text{有效}}$</u>
0.120 ± 0.001	II	34.7	0.023	0.033	0.040
0.150 ± 0.001	III	14.8	0.024	0.027	0.036
0.170 ± 0.001	III	8.4	0.05	0.024	0.055
0.190 ± 0.001	III	6.0	0.13	0.021	0.13
0.220 ± 0.001	III	3.3	0.12	0.018	0.12

上表中各行的誤差值，其計算法同前所述。 B_x 和 x 的關係圖形，在對數—對數的座標圖上，為一直線。三種不同方法所測出的數據點，皆很好地位在同一直線上。這顯示 B_x 和 x 之間的關係為一冪函數。上表中最後一行 $(\Delta B/B)_{\text{有效}}$ 值即為 B_x 值在圖上所畫的垂直誤差槓。圖上直線的斜率即為此冪函數中 x 的冪次。求此冪次的最簡單方法就是用掌上型計算機算出 $\log(\Delta B)$ 和相對應的 $\log(\Delta x)$ 之間的比值：

$$\begin{aligned} \text{斜率} &= \frac{\log 10^3 - \log 1}{\log(0.051 \pm 0.03) - \log(0.30 \pm 0.02)} \\ &= \frac{3}{\log\left(\frac{0.051 \pm 0.03}{0.30 \pm 0.02}\right)} \\ &= -3.9 \pm 0.15 \end{aligned}$$

使用精密的“磁通量計”在距離為 0.07 m 至 0.22 m 的範圍內，所求出的冪次為 -3.92 。



實驗試題 2：評分標準

第一部分

- (1) 2.5 分 顯示如何求出 μ_x ，清楚地標出實驗裝置草圖。
- (2) 1.5 分 正確寫出 μ_x 的計算式。
- (3) 0 ~ 1 分 誤差分析。
- (4) 0 ~ 1 分 結果符合“正確值的範圍”。

第二部分

- (1) 1.0 分 畫出適用的實驗裝置草圖。
- (2) 1.0 分 至少在三個不同的距離處，測得正確的數據。
- (3) 0 ~ 1 分 結果的準確度（即準確的 P 值）。
- (4) 0 ~ 1 分 精密度和誤差分析。