來源及裝入日期。

3. 濾液之處理，視組別比例不同而相異，若採A組七組、B組一組，可以用大量水稀釋放流，若B組增加則需用矽酸鈉使 Pb^{2+} 生成矽酸鉛 ($PbSiO_3$) 沉澱。

六、結　　語

藉由實驗廢棄物的處理，希望訓練修習化學實驗的同學，養成不隨意亂丟東西的好習慣。每當要丟棄一樣東西時，都能想到這樣丟棄對不對，會不會造成環境污染，會不會造成別人的不便，久而久之，將環保和道德觀變成一種生活態度，步入社會之後，仍能在不知不覺中堅持下去。

七、參考資料

1. 國民中學理化第二册，國立編譯館。
2. 歐陽嶠暉，實驗室污染特性與管理。
3. 毛高文，加強環境教育提升環境知識，環境教育第十一期，pp 3～4。
4. 學校實驗室環保安衞手册，教育部印行。
5. Meack Index 10th ed. Merck & Co Inc. (1983)
6. M. A. Armour, Hazardous Laboratory Chemicals Disposal Guide, CRC Press(1991).

(上承第29頁)

口試題目

一、設凸多面體的頂點 A_k ($1 \leqslant k \leqslant v$) 處的各面角之和爲 α_k，把 $2\pi - \alpha_k = \beta_k$ 定義成此多面體在頂點 A_k 處的虧角，試求出 $\sum_{k=1}^{v} \beta_k$ 之總和 (即求凸多面體的各頂點處之虧角總和)。

二、若 a, b 都是實數且 $a-b$, a^2-b^2, …, a^k-b^k, …都是整數；問 a, b 是否皆爲整數？

教育部八十二學年度高級中學第三屆 數學競賽決賽試題

國立高雄師範大學數學系

獨立研究問題

1. 在△ABC中，$a^2 \sin B \cos B + ab \cos A \sin B = 42$，求△$ABC$之面積。
2. 若 n_1, n_2, n_3，N均為小於或等於20且相異之正整數，求滿足 $n_1! \, n_2! \, n_3! = N!$ 之 (n_1, n_2, n_3, N) 的解。
3. 設 n 為正整數，試問那些正整數 n 會使 $(7+\sqrt{43})^n$ 的整數部分為一奇數，並說明其理由。
4. 有五個瓶子，每一個都裝有100個彈珠，所有彈珠的外觀都一樣，但其中有一瓶內的每個彈珠重量均為10公克，其它四瓶內的彈珠每個重都是11公克。如果只准許秤一次重量，試問能否找出10公克的彈珠？
5. 是否存在實係數的多項式 $p(x)$，$q(x)$使得 $\log_{10} x = \dfrac{p(x)}{q(x)}$對於所有正實數 x 均成立。
6. 設 $x_1 \geqslant 0$，$x_2 \geqslant 0$，$x_3 \geqslant 0$ 且 $x_1+x_2+x_3=1$，試證：$(x_1^7+x_2^7+x_3^7)^5 \leqslant (x_1^5+x_2^5+x_3^5)^7$
7. 設$P_0(x) = x^3+251x^2-32x+8$，$P_n(x) = P_{n-1}(x-n^2)$，其中$n$為正整數。求$P_{17}(x)$中 x 的係數。
8. 設 $0 \leqslant x_0 < 1$，$x_n = \begin{cases} 2x_{n-1} & \text{當 } 2x_{n-1} < 1, \\ 2x_{n-1}-1 & \text{當 } 2x_{n-1} \geqslant 1, \end{cases}$ 其中 n 為正整數。
   試求滿足 $x_0 = x_4$ 之 x_0 有多少個？
9. 在△ABC中，$\overline{AB} = c$，$\overline{BC} = a$，$\overline{AC} = b$，$\overline{CH}$為△ABC的一個高，△ACH和△BCH之內切圓分別與$\overline{CH}$切於P，Q兩點，試以 a，b，c 表$\overline{PQ}$之長。
10. 定義數列$\{a_n\}$如下：1，2，2，3，3，3，4，4，4，4，…，它是由一項1，接著兩項2，接著三項3，接著四項4，…等組成。試求 a_n 的表示式。

競賽(一)試題

注意事項：

(1) 本試卷共三題，每題滿分 15 分。

(2) 考試時間：兩小時

(3) 計算紙必須連同試卷交回。

(4) 不可使用計算器。

問題一：設M為圓弧AB上的中點，C為$\overset{\frown}{AMB}$上異於M的點且$\overline{AC}>\overline{BC}$，並設$D$為自$M$所作$\overline{AC}$的垂線的垂足；試證：$\overline{AD}=\overline{DC}+\overline{BC}$。

問題二：試證必有兩個整數a與b滿足$|a|\leqslant 10^7$，$|b|\leqslant 10^7$而且

$0<|a+b\sqrt{2}|<3\times 10^{-7}$。

問題三：設A_1，A_2，…，A_{83}依序為橢圓$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$逆時針方向上的83個點，以橢圓之一焦點$F(4,0)$為頂點作$\angle A_1FA_2$，$\angle A_2FA_3$，…，$\angle A_{82}FA_{83}$，$\angle A_{83}FA_1$；並使$\angle A_1FA_2=\angle A_2FA_3=\cdots=\angle A_kFA_{k+1}=\cdots=\angle A_{82}FA_{83}=\angle A_{83}FA_1$，令$d_k$為$A_k$到準線$x=\dfrac{25}{4}$的距離（$k=1,2,\cdots,83$）；試求$\displaystyle\sum_{k=1}^{83}\frac{1}{d_k}$之值。

競賽(二)試題

問題一：設$p(x)$為整數係數多項式且$p(-x)=p(x)$，求$p(62)-p(25)+p(7)-p(44)$可被1332整除。

問題二：設a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6為實數，且任意實數x均滿足

$$a_1x^3+(a_2+a_3\sin x)x^2+(a_4+a_5\sin x+a_6\sin^2 x)=0$$

求a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6之值。

問題三：設$\zeta=\cos\dfrac{\pi}{5}+i\sin\dfrac{\pi}{5}$，令$f(x)=(x-\zeta)(x-\zeta^3)(x-\zeta^7)(x-\zeta^9)$

試證：$f(x)$為一整數係數的多項式且$f(x)$不能分解成兩個至少為一次之整數係數的多項式之乘積。

（下轉第 14 頁）