

探討地軸傾斜之日月觀

甘穎居 郭麗雪
臺中縣中平國民中學

一、前言：

在自然課本或地球科學課本上提到四季的成因時，對於地軸傾斜所造成的現象，只是蜻蜓點水似的提到，留給老師及學生許多困惑，為什麼在同一天中，南半球與北半球之氣溫相差這麼大？太陽照射大地的角度隨著季節變化而有不同的規律性，若月亮是反射太陽光而被我們看見它的存在，那麼我們看到的月形盈虧，它隨著季節，太陽的變化是否也有不同的表現呢？本文希望藉著日照行徑，及上弦月影變化情形，探究一下月亮的盈虧角度，相關著地軸傾斜的奧妙。

二、由季節變化看日照行徑：

地軸傾斜造成四季之日照變化，春分（約在三月廿二日）太陽直射赤道。夏至（約在六月廿二日），太陽直射北回歸線。秋分（約在九月廿二日），太陽直射赤道。冬至（約在十二月廿二日），太陽直射南回歸線，如此規律變化現象，可由參考圖1、圖2、圖3、圖4，歸納如下：

由圖1可比較出春分、秋分、夏至、冬至，地球公轉情形與太陽光入射地球情形的相關位置，由圖2、圖3地軸傾斜的現象，發現在同一天之中，所有天體（包括日、月）均沿著平行於赤道面的軌跡在天空中運行，如圖4所示，圖中春、秋分之日照軌跡面即為地球赤道面。

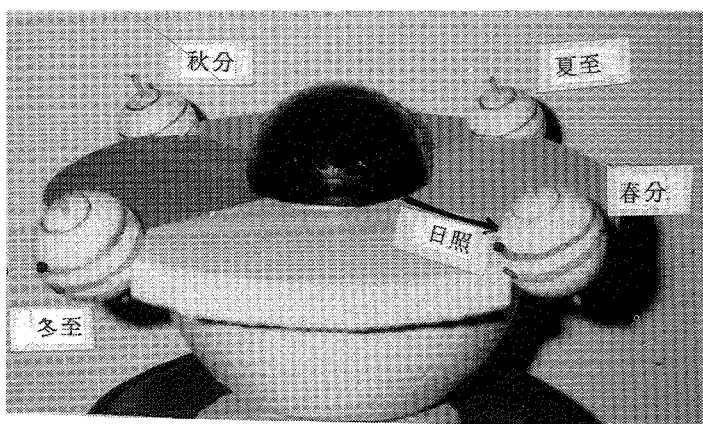


圖1 四季日照入射地球情形

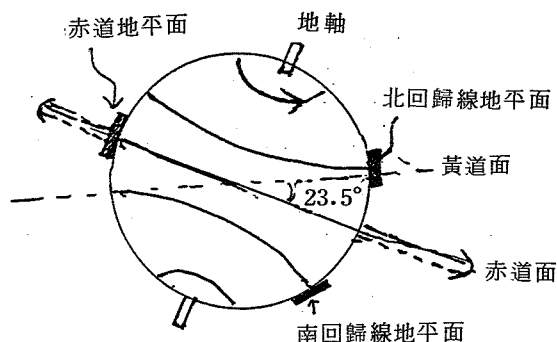


圖2 地軸傾斜的現象

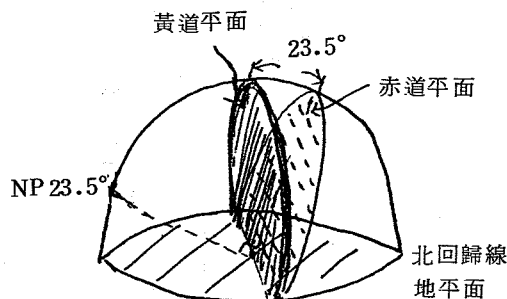


圖3 黃道面與赤道面之關係圖

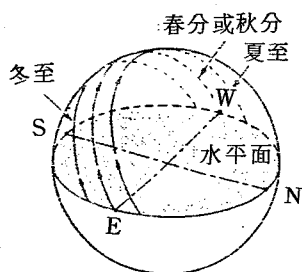


圖4 從北半球看太陽越過天空路徑的變化

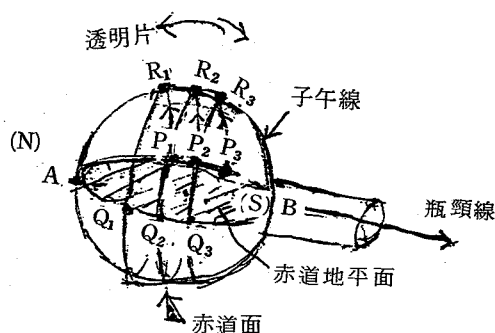


圖5 燒瓶日照模型

三、設計實驗模型：

取一圓底燒瓶，定其直徑截面為地平面，外圍包住一片透明片，畫上三條日照平行線，令中間一條線代表地球赤道面，亦即春、秋分日照軌跡線。左條線量好距離令其能代表夏至日照軌跡。右條線量好距離令其為冬至日照軌跡，如圖5所示。

說明：

- (1) 橫切面在燒瓶瓶頸線上，令其代表觀察者地平面。圖5中A為赤道平面上的北方，B為南方， R_1, R_2, R_3 是由A至B跨過天頂之子午線， R_2 為春秋分中午12點太陽位置， R_1, R_3 分別為夏至、冬至中午12點太陽位置。
- (2) P_1, P_2, P_3 分別為夏至、春秋分、冬至，日照東昇處。
 Q_1, Q_2, Q_3 分別為夏至、春秋分、冬至，日落西下處。
- (3) 順時針轉動透明片，燒瓶不動，僅見 R_1 落在地平面之天頂上，此時透明片約旋轉了 23.5° ，夏至日照中午12點直射地平面，則該平面為北回歸線地平面。

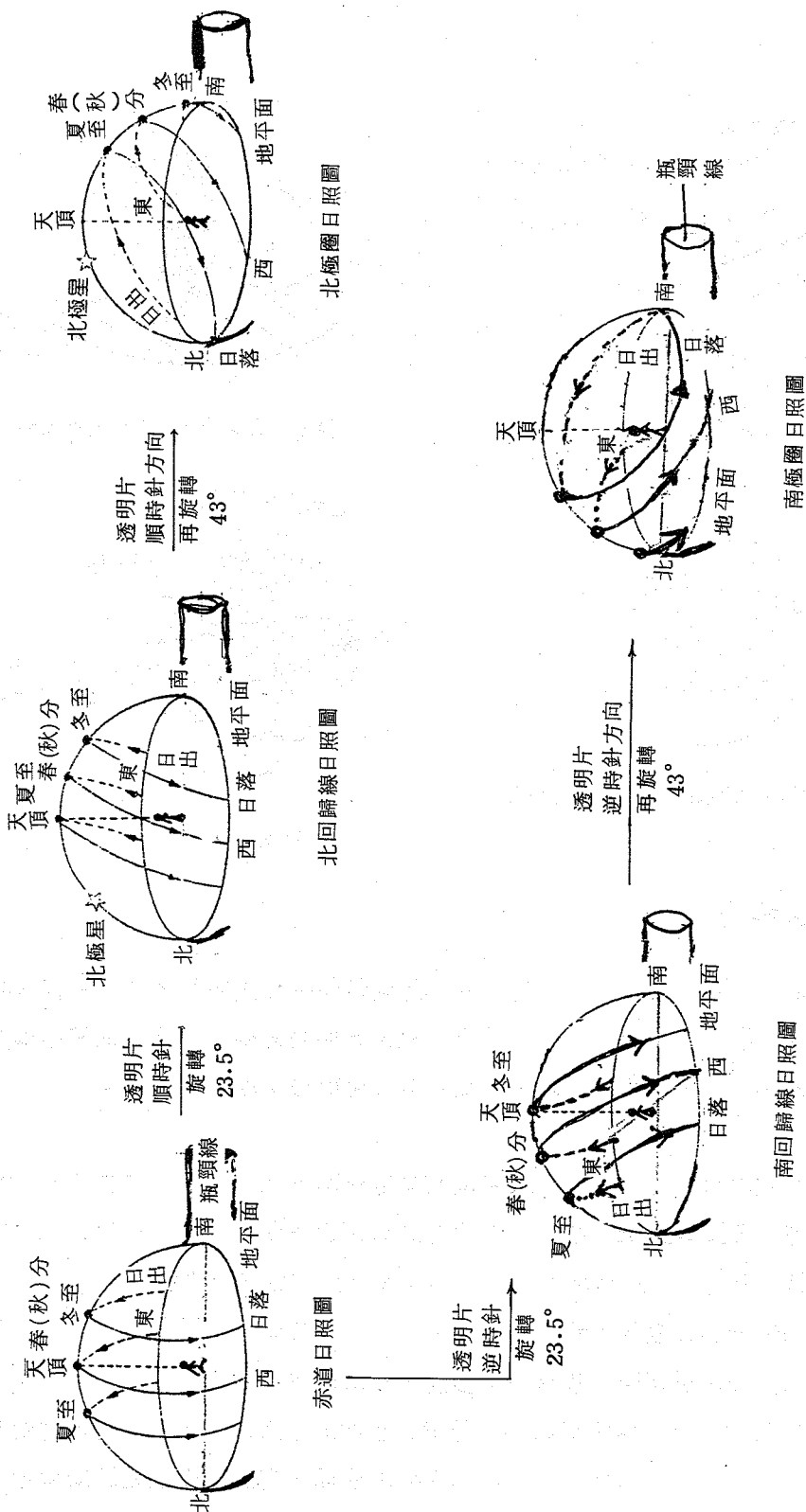


圖 6 燒瓶所見各地日照行徑圖

同理，透明片順時針轉動 66.5 度時，僅見夏至當天在北緯 66.5 度處呈永晝現象，則該地平面將是北極圈地平面。同理可依旋轉方向不同，找出南回歸線及南極圈（冬至永晝，夏至永夜）之地平面與四季日照關係將如圖 6 所示（見下頁）。

我們可看出，以北回歸線地平面而言，春分、秋分，日照行徑由東昇西落（晝夜等長）。軌跡逐漸沿子午線（仍平行赤道面）平移至夏至日照行徑是東北→西北（晝長夜短）。冬至日照行徑則是東南→西南（晝短夜長）。至於其他地區也可由歸納圖解而類推一般。

四、月球行徑與四季日照的角度變化：

觀察上弦月之日、地、月位置關係圖如下：（圖 7-1 與圖 7-2 中的甲）

說明：

- (1) 上弦月當天日與月東昇時刻差了 6 個小時。
- (2) 時間 18:00 上弦月在觀測者子午線上空處，逐漸西下。
- (3) 上弦月之日、地、月呈垂直關係。

討論：

- (1) 由於地球繞著太陽公轉，月球又繞著地球每約 29 日繞行一周，乃至農曆每個月約初七（上弦月）月形呈西邊亮之半月形。上弦月約傍晚 18 時出現在通過觀測者之子午線上空。時間 18 時之後逐漸西下。每小時約偏落西下 15 度，乃至上弦月於晚上 20 時，月球約在觀測者（西方）地平線上約 60° 仰角處。

- (2) 春、夏、秋、冬四季中，黃道上的日月位置能在子午線上出現之範圍，就是以赤道面為中央，上下各 23.5 度的範圍，即最高可達正天頂位置，最低則在往南或往北再下傾 23.5 度處。其行徑將如圖 8 四季上弦月位置圖類推至圖 9 北回歸線上弦月路徑圖。（在此為忽略黃白道交角 $\pm 5^\circ$ ）。

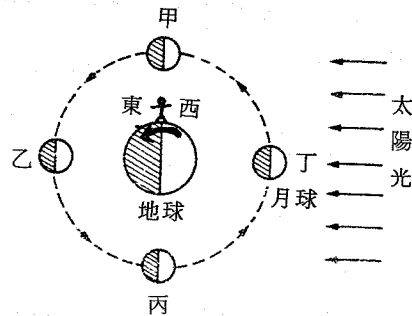


圖 7-1 月球運行位置圖

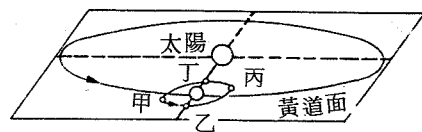


圖 7-2 月球繞地球的軌道（白道）與黃道面的關係圖
（黃白道面交角約 $\pm 5^\circ$ ）

說明：

- (1) 春分上弦月在北回歸線上空行徑有如夏至日照。
- (2) 夏至上弦月在赤道上空，行徑有如秋分日照。
- (3) 秋分上弦月在南回歸線上空行徑有如冬至日照。
- (4) 冬至上弦月在赤道上空，行徑有如春分日照。

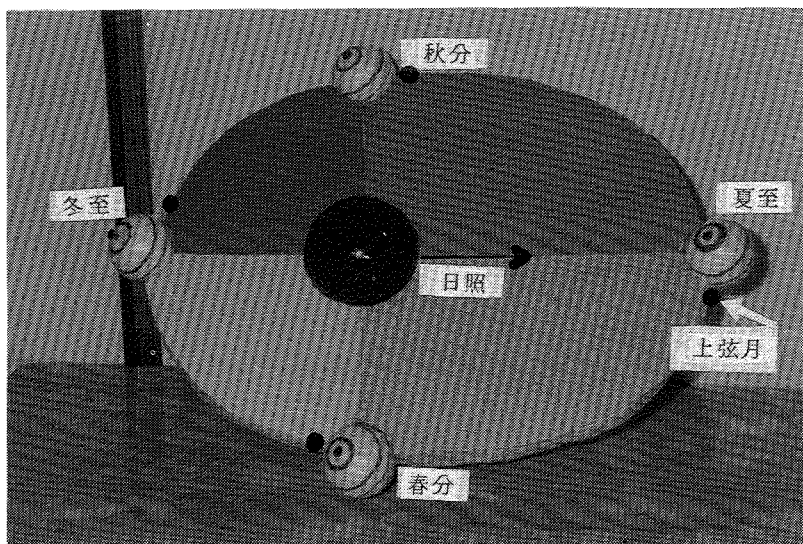


圖8 上弦月季節位置圖(日、地、月呈垂直關係)

說明：

- (1) m_1 是春分附近，上弦月 18 時位置。
- (2) m_2 是夏至(與冬至)附近，上弦月 18 時位置。
- (3) m_3 是秋分附近，上弦月 18 時位置。
- (4) 上弦月於 18 時以後逐漸西下，直至 24 時完全西落。

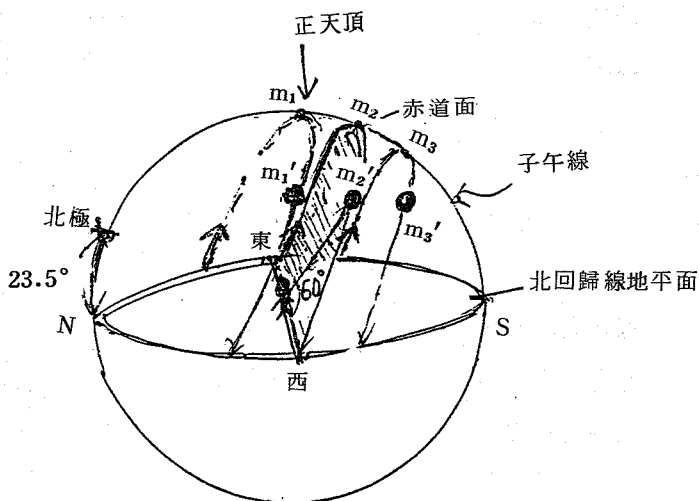


圖9 北回歸線上弦月路徑圖

- (5) 圖中圈點處 m_1' , m_2' , m_3' 是時間 20 時上弦月位於約西方地平線仰角 60° 處情形。

五、由燒瓶模型觀察上弦月形：

仿圖5及圖9，將晚上20時太陽的位置(地平線以下30度)與該天附近日上弦月晚上20時位置(西方地平線以上60度處)，描繪於透明片上。將如圖10所示。其中 $\angle m_1'OS_1 = 90^\circ$ 。若 Q_1, Q_2, Q_3 為各季節西方地平線日落處，則其中 $\angle m_1'OQ_1 = 60^\circ$ 。

且三條弧線長 $\widehat{m_1'S_1} \div \widehat{m_2'S_2} \div \widehat{m_3'S_3}$ (約6小時視移量)，設燒瓶圓周長 x ，則此弧線長約為 $\frac{6x}{24} = 0.25x$ 。(在此以太陽日24小時計算)見圖10。

說明：

- (1) 參考體位置“O”。
- (2) m_1', m_2', m_3' 分別為春分、夏(冬)至及秋分上弦月晚20時位置。
- (3) S_1, S_2, S_3 分別為夏至、春分及冬至晚20時太陽位置。

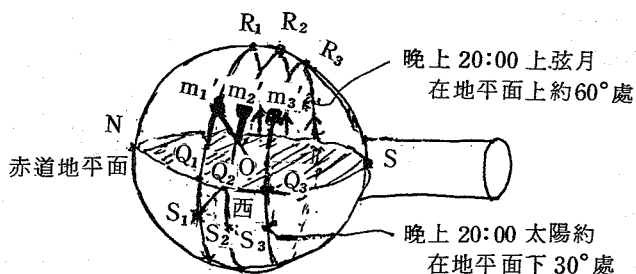


圖 10 晚上 20 時日與月在地平面上之相對位置

實際上，春、秋分日照軌跡視圓周應較夏至、冬至日照視圓周略大(即透明片圍住燒瓶之視天空是球面的)，其中 $\widehat{R_2Q_2S_2}$ 是畫過燒瓶直徑之大圓的圓弧區。今取下透明片並由 R_1, R_2, R_3 處剪開即如圖 11 所示。

說明：

- (1) $\overline{R_1S_1}, \overline{R_2S_2}, \overline{R_3S_3}$ 分別為夏至、春(秋)分及冬至(從中午 12 時到晚上 20 時)的日照行徑線。
- (2) m_2' 為夏至及冬至附近日上弦月晚上 20 時之位置。
- (3) $\widehat{m_2'S_2} = 0.25x$ (6 小時視移量 $\div \frac{1}{4}$ 太陽日)。

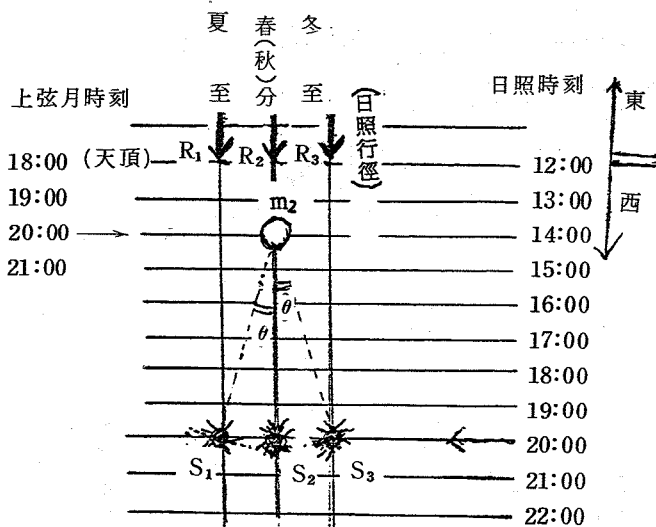


圖 11 剪開透明片拉平圖

- (4) $\overline{S_1S_2} = \overline{R_1R_2} = \frac{23.5}{360} \cdot x = 0.065x$ (因為夏至日照直射北緯 23.5° ，乃是旋轉透明片 23.5° 所致，在此令燒瓶圓周長為 x 單位長。)

$$m_2' S_2' = m_1' S_1' = m_3' S_3' \div \frac{x}{2\pi} = 0.16x$$

$$\text{則 } \tan Q = \frac{0.065x}{0.16x} \div 0.40625 \quad \text{即 } \theta \text{ 約爲 } 24^\circ。$$

取下透明片將圖 13 所繪上弦月影完成標記於透明片上，套回玻璃瓶上，可藉由燒瓶模擬赤道地平面觀測者看到如下現象：

- (1) 冬至～春分附近上弦月影呈與地平線左上傾斜約 24° 之盈虧相。
- (2) 夏至～秋分附近上弦月影呈與地平線左下傾斜約 24° 之盈虧相。

同理旋動透明片（如同尋求日照行徑一般），將發現各地上弦月當晚八點所看到的月影隨季節變化情形將如圖 14 所示。（在此觀測者皆需面對西方）看到即將西下的上弦月影情形：

季節\地區	赤道	北回歸線	北極圈	南回歸線	南極圈
(月形)					
冬至—春分	(左上傾約 24°)	(影線約 水平)	(左下傾約 42.5°)	(左上傾約 47.5°)	(影線約 垂直)
(月形)					
夏至—秋分	(左下傾約 24°)	(左下傾約 47.5°)	(影線約 垂直)	(影線約 水平)	(左上傾約 42.5°)

圖 14 各地於不同季節所看到的上弦月盈虧相

* 註：北回歸線上弦月（冬至附近）影線傾斜算法是赤道的（左上傾約 24° ）再左下傾 23.5° 所致，所以北回歸線在冬天時看到的上弦月的確是躺平的盈虧相。其他各地區同理可歸納如圖 14 所見。

討論：在本文探討中，日與月是定於視覺圓周球體上，角度推算上不甚周密，但定性的觀察上與實際觀測情形尚稱吻合。在中小學教學上，使用圓底燒瓶實驗設計的方式，來探討地軸傾斜對不同緯度地區於觀測四季日照軌跡的影響時，頗能收到與地軸不傾斜情形的充份對照，並對於日常生活所看到的上弦月形盈虧傾斜現象，

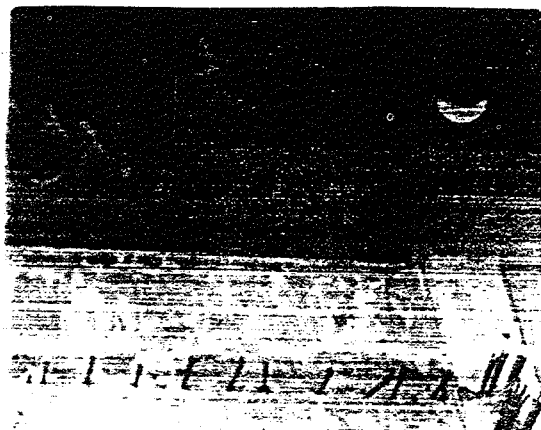
在解釋上頗有具體又深入淺出之效果。

六、結 論：

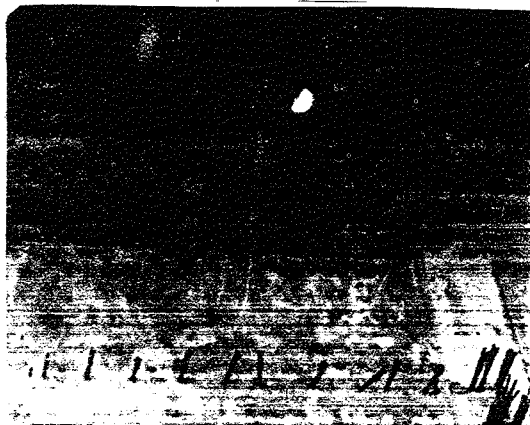
地軸傾斜造成四季有三條不同日照行徑，同理在黃白道交角忽略情形下，四季上弦月行徑，也有不同的三條路徑。正因為同一季節裡日照行徑線與上弦月行徑線不重疊，（呈左或右平行），造成影子盈虧角度有不同的傾斜方向，於是如果說地軸傾斜是形成季節變化的成因，則上弦月影傾斜角度隨季節不同正也是地軸傾斜的另一個明顯的證據了！有興趣的話，請利用相同的設計原理，再探討一下地軸若不傾斜，則各地區四季日照與四季上弦月盈虧現象，會是如何情形？

*註(1) 本文請參考本刊135期——探討日照行徑與地球運轉，與147期——月相教具製作的探討，可加深概念之聯結。

(2) 地軸不傾斜情形以後再申述之。



△冬至附近日上弦月像片



△夏至附近日上弦月像片