

大學聯考物理第 5 題的「答案」與「命題」

吳大猷
中央研究院

八十二年大學聯考物理試題第五題如下：

波耳在他的原子結構理論中，引進了量子數 n 。如果一個氫原子從 $n=1$ 態（能階值為 -13.6 電子伏特）激發到 $n=2$ 態，其電子的位能改變量（即 $n=2$ 態的位能減去 $n=1$ 態的位能）為

- (A) -3.4 電子伏特
- (B) -10.2 電子伏特
- (C) $+10.2$ 電子伏特
- (D) -20.4 電子伏特
- (E) $+20.4$ 電子伏特

考試翌日（七月二日），聯合晚報刊出（補習班協會）的答案為(E)。筆者當時抽讀了第 1、5、9、10 四個題和答案，以為第 5 題的答案應為(C)；第 10 題的答案非報上的 BDE 而應為 ABDE。即函聯合晚報（見七月五日版）。

數日後，筆者接到建國中學一位學生的家長的電話，問第 5 題的答案究竟是(E)，抑是(C)？當時聯合晚報（二日）已不在手旁，故允再細讀該命題，看看是否我錯讀了題的文字。後細讀命題，發現問的是指「位能」，而我竟大意的誤以為是指「總能」。故即去函聯合晚報（七月十四日）更正，並向讀者為此引致困擾道歉。

但該題的正確答案，真的是(E)嗎？

這題的「命題」本身，是有「問題」的！

(一) 先按波耳理論（原子論中古典力學的觀念）講。在 $n=2$ 能態時，電子有橢圓軌道，電子的位能 $V = -\frac{e^2}{r}$ 沒有一個確定值，而是隨電子運行而改變的。故命題問：當原子由 $n=1$ 能態激發至 $n=2$ 態時，電子的位能改變若干，是一個沒有確定值答案的問題；是“不妥”的問題。

(二) 再從正確的量子力學觀點看。當氫原子是在 $n=1$ ，或 $n=2$ ，能態時，我們可

以確定的知道原子的總能（動能和位能）值 E ，但我們不能知位能 V 的確定值！原因是總能算符（operator） H 和位能算符 $V(r)$ 沒有共同的本徵態（eigenstate）。在 $n=1, 2$ 能態，總能 E 確知為

$$E_1 = -13.6, \quad E_2 = -\frac{1}{4} \times 13.6 \text{ 電子伏特}$$

但位能 V ，祇可知其“期望值”（或“平均值”） $\langle n=1 | V | n=1 \rangle$ ， $\langle n=2 | V | n=2 \rangle$ 。由量子力學，在庫倫定律情形時，計算可得

$$\langle n | V | n \rangle = 2 \langle n | H | n \rangle$$

此關係即古典力學的（或氣體運動論中的）位能，動能的平均值間所謂的 virial 定理

$$\langle V \rangle = -2 \langle T \rangle$$

的量子力學形式。注意，在古典物理中，式中皆是「平均值」。

按量子力學，總能（確定的，本徵值）和位能（的期望值，平均值）乃如下：

$$n=1 \text{ 能態: } E_1 = \langle 1 | H | 1 \rangle = -13.6 \text{ 電子伏特}$$

$$\langle 1 | V | 1 \rangle = -2 \times 13.6 \text{ 電子伏特}$$

$$n=2 \text{ 能態: } E_2 = \langle 2 | H | 2 \rangle = -\frac{1}{4} \times 13.6 \text{ 電子伏特}$$

$$\langle 2 | V | 2 \rangle = -\frac{1}{2} \times 13.6 \text{ 電子伏特}$$

故第5題的正確命題式，應作：

「波耳在他的原子結構理論中，引進了量子數 n 。如果一個氫原子從 $n=1$ 態（能階值為 -13.6 電子伏特）激發到 $n=2$ 態，氫原子的平均位能改變量（即 $n=2$ 態的平均位能減去 $n=1$ 態的平均位能）為……」

此處「平均」二字，絕不可少，如刪去此二字，則命題嚴格上是不通的，蓋無論在波耳理論原用的古典力學，或在正確的量子力學上，氫原子在 n 態時，位能根本無確定的固定值，有如前述也。

總結上說，正確的命題，應是：

「……激發到 $n=2$ 態，氫原子的總能的改變量（即 $n=2$ 態的總能減去 $n=1$ 態的總能）為……。」

而如此的命題，其答案乃(C)。

這是我在七月五日聯合晚報函中謂答案為(C)的原因。筆者寫此文的目的，不是自己

錯了還想找理由分辯，而是覺得命題中對一些基本觀念不清楚而使試題“不通”，有指出的必要。

「平均值」的觀念，高中學生還可以懂，但 virial 定理，則非高中物理所應涵蓋的。至若「期望值」和量子力學的道理，則超出高中程度了。總之，如命題問“平均值”，是太深了，今問“位能”而忽略了“平均”意義，則是不妥的！

主編的話

在學習成就之評量中，以命題最為重要。好的題目，不僅信度及效度恰當，並有教育性及導向性，所以命題應力求周延，以免誤導答案。上（七）月間蒙吳院長惠賜「大學聯考物理第5題的答案與命題」一文，同仁等拜讀之下深佩他老人家治學態度認真，思考深入周密，令人敬仰。特以專題討論刊出，以享讀者。

布魯納為現代的心理學家，亦為心靈哲學家，對於知識之發展以及思想之傳述，皆以語言教育為工具。所以語言之功能有學習性及實用性。趙金祁博士與洪文東副教授，為文作條理分明之介紹，係一篇科學教育的好文章，不可不讀。

IRS 分析法，頗有其實用性，例如教學設計、教材結構分析以及評量，均可參考之。特選蔡長添教授之「IRS 測驗構圖的作法及其應用」一文刊載之。

「細線在流體中運動所受的黏滯力」一文，作者利用自己設計的光電管裝置測定之，有理論根據及良好結果應可推廣，特予刊登。

今年暑假，我國科學教育有兩大喜訊，即數學與化學兩科分別參加國際數理科奧林匹亞競賽，均獲輝煌成績。(1)數學科我國依規定遴選學生六人參賽，榮獲獎牌為一金、四銀、一銅，總成績為73個參賽國家之第五名。(2)化學科我國依規定遴選學生四人參賽，榮獲獎牌為二金與二銀，總成績在38個參賽國中，我國與中共、美國並列第一名。足證我們資賦優異教育之成功。兩科代表團返國後，均有詳細心得報告及試題評析，極具參考價值，惟本刊因每期頁數所限，僅能擇要選登數篇，不能全部刊載深引為歉。例如：第25屆IChO行程，學生參賽心得、輔導教授與觀察點滴等三篇皆屬佳作，並原擬刊登者，均暫予割愛，將來或出版專輯容納之。