

中華民國參加一九九三年第三十四屆 國際數學奧林匹亞競賽成果簡報

中華民國參加第 34 屆國際數學奧林匹亞競賽代表團

我國去年首次正式派遣代表參加由俄羅斯主辦之第三十三屆國際數學奧林匹亞競賽，就獲得三銀二銅優異成績；今年第二次參加由土耳其主辦之第三十四屆國際數學奧林匹亞競賽，更大放異彩，名揚國際，以一金四銀一銅總分 162 分之成績邁入七十三個參與國中之第五名，成為國際數學奧林匹亞競賽之第一等級強隊之奇蹟，並已獲得通過一九八八年第三十九屆國際數學奧林匹亞競賽主辦權，使得中華民國代表團形成本屆競賽風頭最健的國家，極具聲譽，除已獲得主辦國媒體普遍採訪刊登外，國內各大報紙業已陸續報導，教育部及國科會亦已於八月七日上午假教育部表揚全國代表團團員、指導教師，並頒發金、銀、銅牌各新台幣貳拾萬元、拾萬元及捌萬元之獎學金，將有機會獲得李總統召見慰勉，極具榮耀。以下將簡述競賽紀要及輝煌成果，分享各位讀者。有關詳細競賽報告心得，往後將分別登於本刊。

壹、競賽紀要

一、代表團名單：

職務	姓名	性別	服務機關 (就讀學校)	職稱	職責
團長	吳清基	男	教育部中教司	司長	第 34 屆 IMO 官方聯絡人；觀察第 34 屆 IMO 行政活動。
副團長	陳昭地	男	國立臺灣師範大學數學系	教授	第 34 屆 IMO 中華民國奧林匹亞聯絡人、領隊；參加 APMO 年會；入圍命題及閱卷評分。
領隊	顏啓麟	男	國立臺灣師範大學數學系	教授	入圍聯絡人；觀察規劃主辦 IMO 組織事宜；入圍翻譯試題；協助閱卷評分。

職務	姓名	性別	服務機關 (就讀學校)	職稱	職責
副領隊	林哲雄	男	國立清華大學 數學系	教授	帶領學生代表； 評閱試卷及協調成績。
觀察員	王懷權	男	國立清華大學 數學系	教授 數學學會 會長	觀察學會參與 IMO 活動； 協調規劃學會參與主辦 IMO 的可行性。
觀察員	徐正梅	男	臺北市立建國 高級中學	教師	輔導學生生活起居；協助培訓 及觀察資優生競試活動；蒐集 研究數學競試資料。
隊員	吳宏五	男	臺北市立建國 高級中學	學生	參加比賽
隊員	袁新盛	男	臺灣省立武陵 高級中學	學生	參加比賽
隊員	黃有章	男	臺灣省立板橋 高級中學	學生 (高二)	參加比賽
隊員	黃景沂	男	臺北市立建國 高級中學	學生	參加比賽
隊員	曾建成	男	臺灣省立武陵 高級中學	學生	參加比賽
隊員	單中杰	男	臺北市立建國 高級中學	學生 (高一)	參加比賽

二、主辦國：土耳其（伊斯坦堡）。

三、時 間：七月十三日～二十四日。

參加國家及學生數：

美、俄、英、法、日、德、韓、澳、加、大陸及中華民國等 73 個國家。每隊至多 6 人，共 412 位學生參加競賽。

四、競賽試題及競賽時間：

第一天 7 月 18 日 9:00 – 13:30 前三道試題（1、2、3）。

第二天 7 月 19 日 9:00 – 13:30 後三道試題（4、5、6）。

五、試題來源：

- 各參與國提供 0 ~ 6 道試題（4 月 15 日前）。

2. 主辦單位之問題委員會從所有提供試題中研究選出 26 道題，含代數、分析、數論、幾何、離散數學等不同難度的試題及參考解題方案（7 月 1 日前）。
3. 各參與國領隊組成評判委員會，經多次之會議研究票選出不同領域及難度之六道試題，確定英文試題（7 月 13 日～15 日）。
4. 確定俄文、法文、德文、西班牙文試題（7 月 16 日早上）。
5. 確定各參與國之語文試題（7 月 16 日下午）。

六、評分：

1. 每道題滿分為 7 分。
2. 每道題均由主辦國之協調委員會訂定分段評分原則（7 月 16～18 日）。
3. 各參與國之領隊、副領隊依評分標準先行核閱自己國家競賽學生試卷（觀察員可協助核閱），再依協調委員會公布之時間表，逐題與協調員共同評出成績，協調結果逐題公布成績（7 月 18 日晚～7 月 20 日下午）。

七、得獎標準：

1. 得獎牌的學生人數不得超過全部參賽學生之半。
2. 得獎牌（金、銀、銅）之學生比例約為 1：2：3。
3. 本屆金、銀、銅得獎學生數分別為 35、66、97 共 198 位學生獲得獎牌。
4. 六道題滿分共 42 分，金、銀及銅牌得獎標準各在 30、20 及 11 分以上。

八、我國競賽學生代表各題得分及得獎統計：

題 次 姓 名 \	1	2	3	4	5	6	總 分	獎 牌
吳 宏 五	7	7	7	7	7	7	42	金
袁 新 盛	7	7	7	4	1	2	28	銀
黃 有 章	7	1	0	3	4	5	20	銀
黃 景 沂	7	2	0	0	7	2	18	銅
曾 建 城	7	5	0	5	7	2	26	銀
單 中 杰	7	1	3	3	7	7	28	銀
總 分	42	23	17	22	33	25	162	一金 四銀 一銅

九、前十名國家成績統計表：

國 家 名次	題 次		1		2		3		4		5		6		總 計	
	總 分	平 均	總 分	平 均	總 分	平 均	總 分	平 均	總 分	平 均	總 分	平 均	總 分	平 均	總 分	平 均
1 中國大陸 CHN	35	5.83	42	7.00	34	5.67	39	6.50	39	6.50	26	4.33	215	35.83		
2 德 國 FRG	29	4.83	13	2.17	24	4.00	41	6.83	40	6.67	42	7.00	189	31.50		
3 保加利亞 BUL	24	4.00	29	4.83	23	3.83	32	5.33	42	7.00	28	4.67	178	29.67		
4 俄 羅 斯 RUS	28	4.67	23	3.83	25	4.17	30	5.00	38	6.33	33	5.50	177	29.50		
5 中華民國 ROC	42	7.00	23	3.83	17	2.83	22	3.67	33	5.50	25	4.17	162	27.00		
6 伊 朗 IRA	35	5.83	23	3.83	5	0.83	24	4.00	42	7.00	24	4.00	153	25.50		
7 美 國 USA	28	4.67	21	3.50	20	3.33	15	2.50	39	6.50	28	4.67	151	25.17		
8 匈 牙 利 HUN	29	4.83	24	4.00	16	2.67	23	3.83	37	6.17	14	2.33	143	23.83		
9 越 南 VIE	34	5.67	42	7.00	4	0.67	29	4.83	21	3.50	8	1.33	138	23.00		
10 捷 克 CZE	25	4.17	13	2.17	16	2.67	30	5.00	27	4.50	21	3.50	132	22.00		
平均 (60 人)	5.15	4.22		3.07		4.75		5.97		4.15		27.30				
總平均 (412 人)	2.03	1.94		1.13		2.31		3.40		1.82		12.64				

貳、競賽績效

- 一、第一道試題獲得滿分（42分），在全部 73 個參與國家中獨占鰲頭，ROC 的名號普遍獲得迴響。
- 二、吳宏五同學（ROC 1）每道題都得滿分，與大陸的另一同學在 412 位各國菁英代表中，共佔首位，在閉幕典禮中首先出場領獎，獲得多家媒體的採訪，ROC 的名號更引起與賽國家的好評。
- 三、全體六位參賽學生，全部獲得獎牌，一金四銀一銅；在全部 73 個參與國中以總分 162 分排名第五，遠超越美、英、法、日、韓、羅馬尼亞等國，僅次於大陸、德國、保加利亞及俄羅斯四國，誠屬無上光榮。
- 四、第一天前三道題共獲得 82 分，僅次於大陸耀居第二名，誠屬非易；第二天後三道題共獲得 80 分，居第六名，亦屬難得。各道題得分水準都名列前矛，遠超越國際水準。
- 五、代表團輔導教授、教師陣容聲勢浩大，參賽期間穿梭尋訪競賽主席、秘書長等要人，主動爭取友誼，建立國家良好形象，獲得 1998 年國際數學奧林匹亞競賽主辦權。
- 六、在全體參加亞太數學奧林匹亞競賽的十三個國家中，名列第一，遠超過韓、澳、加之成績；在亞太數學奧林匹亞年會中獲得全體參與代表的熱烈讚賞，並獲得提名通過擔任 1994 年亞太數學奧林匹亞競賽的助理國，除能積極參與競賽行政、試務外，兩年以後更有機會擔任資深協調國及提名競試主席，大大提昇國際數學競試地位與影響力。

叁、結論與展望

- 一、第二次參賽就能邁入第一等級的強國，誠屬光榮，顯示中華民國數學奧林匹亞委員會培訓績效，值得更大的支持與鼓勵。
- 二、本次參賽代表團所獲致的成果，ROC 的數學教育聲譽遠播國際，收益最大。
- 三、未來更須仔細規劃及獲得更大的支持，多派遣教授參與觀察，獲取實務經驗，繼續爭取更好的成績。
- 四、積極支持成立主辦 1998 年國際數學奧林匹亞籌辦規劃工作小組，迎接國內首次主辦頗具規模及國際地位的競賽活動。

肆、參考資料

- 一、陳昭地等（民82年），中華民國參加一九九三年國際數學奧林匹亞計劃報告，第1～97頁。
- 二、34th IMO 資訊（July 13-24, 1993, Istanbul）。
- 三、IMO 93 Contest Results (93 IMO Jury Committee)。
- 四、Cumhuriyet 報（土耳其），1994年7月24日第3版。
- 五、第34屆IMO試題。

伍、附 錄：第34屆IMO中文試題

第三十四屆國際數學奧林匹亞競試試題

Version : Chinese ROC 第一天 1993年7月18日

1. 設 $f(x) = x^n + 5x^{n-1} + 3$ ，其中 n 為大於 1 的整數。證明 $f(x)$ 不能表示成兩個整數係數多項式的乘積，其中每一多項式的次數至少是 1 次。
2. 設 D 為銳角三角形 ABC 內部的一點且滿足：

$$\angle ADB = 90^\circ + \angle ACB \quad \text{和} \quad \overline{AC} \cdot \overline{BD} = \overline{AD} \cdot \overline{BC}$$

- (a) 計算 $\frac{\overline{AB} \cdot \overline{CD}}{\overline{AC} \cdot \overline{BD}}$ 的比值。
- (b) 證明三角形 ACD 的外接圓與三角形 BCD 的外接圓在 C 點的切線互相垂直。
3. 在一個無界限的棋盤上，採用如下的規則玩棋：開始時， n^2 個棋子排在相連的 $n \times n$ 個小方格所形成的方塊上，每一棋子一個小方格，在這個遊戲中，每次移動跨越一小格，將一個棋子橫向或直向跨越相鄰且放有棋子的一個小方格，而進入下一個小方格，但這個方格必須是沒有棋子；否則不被允許。而被跨越的棋子將隨即被拿掉。

求出所有的 n 值，依這樣的規則玩棋，到最後會僅剩下一個棋子在棋盤上。

每題 7 分

考試時間 4.5 小時

Version : Chinese ROC 第二天 1993年7月19日

4. 在平面上的三點 P 、 Q 、 R ，我們定義 $m(PQR)$ 為三角形 PQR 三個高之中最短的長度（當 P 、 Q 、 R 共線時規定 $m(PQR) = 0$ ）。

設 A 、 B 、 C 為平面上的點， X 為這平面上的任意點，

證明 $m(ABC) \leq m(ABX) + m(AXC) + m(XBC)$ 。

5. 設 $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ 。

試確定是否可找到一個函數 $f : N \rightarrow N$ 使得

$$f(1) = 2,$$

且對每個 $n \in N$ ，都有

$$f(f(n)) = f(n) + n$$

和 $f(n) < f(n+1)$ 。

6. 設 n 為大於 1 的整數，將 n 個燈 L_0, L_1, \dots, L_{n-1} 依序排在圓上，每個燈僅有“開”與“關”兩種狀態，現將執行一系列的步驟 $S_0, S_1, \dots, S_t, \dots$ 。

步驟 S_i 依下列條件影響 L_j 的狀態（其他的所有燈的狀態保持不變）：

若 L_{j-1} 是“開”的狀態，步驟 S_i 會將 L_j 的狀態由“開”變為“關”或由“關”變為“開”。

若 L_{j-1} 是“關”的狀態，步驟 S_i 會保持 L_j 的狀態不變。

上述燈的編號乃依 $\text{mod } n$ 同餘看待，即 $L_{-1} = L_{n-1}, L_0 = L_n, L_1 = L_{n+1}, \dots$ 。

設開始時全部的燈都是“開”的，試證：

- (a) 可找到正整數 $M(n)$ 使得在執行第 $M(n)$ 個步驟後，所有的燈會再是全“開”的。
- (b) 若 n 是 2^k 型的數，則在執行第 $n^2 - 1$ 個步驟後，所有的燈會再是全“開”的。
- (c) 若 n 是 $2^k + 1$ 型的數，則在執行第 $n^2 - n + 1$ 個步驟後，所有的燈會再是全“開”的。

每題 7 分

考試時間 4.5 小時