

疑難問題解答

李恭晴

國立臺灣師範大學數學系

沈青嵩

國立臺灣師範大學物理系

數學部分

問題一：高一基礎數學第二冊第 73 頁中，介紹廣義角的三角函數。書上提到：“在終邊上，任取一點 $P(x, y)$ ” 此處讓我產生了疑惑：原點（頂點）屬不屬於終邊上的一點？如果屬於的話，那麼在定義上是否應嚴緊些，必須規定 P 點不為原點（ $P \neq 0$ ）？這問題我曾請教幾位老師，有些認為必須加 $P \neq 0$ 的條件，有些則不認同。（省立台中女子中學石青樺同學問）

答：來信問及基礎數學第二冊 73 頁“在終邊上任取一點 $P(x, y)$ ………” 問題，此處 P 點必定不是頂點，否則底下之定義皆無意義。

本書中所謂終邊只是便於說明角的方向，而不是如過去定為射線（點的集合）等那麼嚴格。

當然，在書中若能嚴格註明 P 點不是原點，那就更加清楚，但若每次都要詳加註明，可能要佔很大篇幅，反而降低書本的可讀性，因此，這裡是否有須要註明清楚，我想提請下次開修訂委員會時討論，再做決定。謝謝妳提供這個問題。（李恭晴教授答覆）

問題二：我們現在是一年級，今天週考出了一題，非常具有爭議性，老師自覺解釋的亦不是合理，題目為： $-1 = \sqrt[3]{-1} = (-1)^{\frac{1}{3}} = (-1)^{\frac{2}{6}} = \sqrt{(-1)^2} = 1$ 請問那幾個等號為非？煩請「詳細」說明。（詹豐造同學問）

答：這個問題中 $\sqrt[3]{-1}$ ， $(-1)^{\frac{1}{3}}$ ， $(-1)^{\frac{2}{6}}$ 的意義，應該是超出高中的範圍的，所以這樣的題目應該不是好題目。高中程度所講的開方或指數，其中的底數必須要正的（除非指數是整數，如 $(-3)^2$ ， $(-5)^3$ ……等）。

$\sqrt[3]{-1}$ ， $(-1)^{\frac{1}{3}}$ ， $(-1)^{\frac{2}{6}}$ ……等，通常要等到學過複數及多值函數時才能清楚的定義它們。現在若勉強要定義它們，不但沒有意義，而且會產生很大的

困擾，例如我們也許可以定義 $\sqrt[3]{-1} = -1$ ， $(-1)^{\frac{1}{3}} = -1$ ，也就是定義 $\sqrt[3]{-1}$ 為一個實數，它的 3 次方為 -1 ，這樣的實數只有一個，是 -1 ，所以定義上沒有問題（但沒什麼用）。至於 $(-1)^{\frac{2}{6}}$ 到底是要定義它為 -1 呢？還是 $+1$ 呢？這就有點困擾了。（李恭晴教授答覆）

物理部分

問題一：在基礎理化上册第 14 頁的最後一段敘述：「施力沿物體的位移方向上沒有分量，亦即位移與施力方向互相垂直，則沒有做功。」並舉一列火車的例子。

然而，本人認為：

若一物體移動時，受外在或內在垂直力的影響而不改變位移方向時（如有另一力阻擋一鐵軌，或其力極小）才“沒有”做功。

若一物體移動時，受外在或內在垂直力的影響而改變位移方向時（力量大），則對施力 a_2 來講，“應該”產生一個 $a_3 \times s$ 的功才對。

例如：在打網球發球時，當球拋上掉下而擊出球

時（假設拍面與球下降平行）其做功為零嗎？

（圖並不非常精確，假設 a_2 只造成 s 的位移）

另外，老師授課時也因課本那句話而將圓周運動的向心力解釋為不作功。

而本人却認為：

向心力 a 對質點 B 產生一個 $a \times s$ 的功，且不會被 a' 抵銷，因路徑不同，而許多的向心力才產生圓周運動。（國立臺灣師範大學附屬中學施宣廷同學問）

答：有關基礎理化第 14 頁做功三條件之敘述完全正確，施力方向與位移垂直時，沒有做功。但你須注意所謂位移係指在施力 Δt 時距內之位移，而非施力前之位移。你所提球拍拍擊網球確是對球作了功，因在球拍施力於網球之 Δt 時距內，網球確是隨力之方向產生了位移，所以作了功，在施力之 Δt 內，球並未脫離球拍。你所謂球先向上垂直丟出再垂直下落，這段期間球拍尚未施力，故沒有你提的問題存在。圓周等速率運動，向心力隨時與位移垂直故未做功，所以在水平面上作圓周等速率運動之物體能量亦無增減。（沈青嵩教授答覆）

