『判斷一數爲平方數之演算法』

張莉莉
台北市立師範學院

摘　要

本文先觀察完全平方數末二位數所具有的一種特性，再利用通俗的電腦邏輯將此特性寫成演算程式，期以最少的開方來判斷一數是否爲完全平方數。

一、前　言

檢驗一數是否爲完全平方數，傳統的手算當然做得出來，但非常耗時。一般的手上計算機雖也可算，但對超過8位或 10位以上的大數却無法處理，電腦雖能處理整數的開方，但與一般的加減，比較大小，等運算比較，開方是很費時的，尤其是執行Fermat因數分解法則〔註2〕的演算時，經常須判斷數是否爲完全平方數，不斷的開方，是非常不經濟的。所以下面我將給一演算法，對於給定須判斷是否爲平方數的數一些檢查，在最可能的情形下，利用一次開方來決定它是否爲平方數。

二、原　理

在〔註1〕中我曾證明出任一整數平方後，末二位數必爲下列22個數之一：00，01,04,09,16,21,24,25,29,36,41,44,49,56,61,64,69,76,81,84,89,96，換句話說，當給定的數末尾不爲此 22 個數之一時，其數根本不可能爲完全平方數。

如將上述之 22 個數做一重排，以十位數做排頭，相關之個位數按小大之順序排列於後。如右表：

表一：數平方後末二位數之可能情形

十位	個位			
0	0	1	4	9
1	6			
2	1	4	5	9
3	6			
4	1	4	9	
5	6			
6	1	4	9	
7	6			
8	1	4	9	
9	6			

則我們不難發現一數平方後十位如爲奇數，則個位必爲6，十位如爲偶數，則個位數可能爲1，4或9，當然00及25是需另外檢察的。根據這個表我們可給一演算法，對給定的數先判斷是否具此末尾，在是的情況下，才做開方，以確定爲平方數。

三、演算法

對於任一給定之數x，我們將利用[x]表示小於或等於x之最大整數，則對任意整數m，$m-[\frac{m}{100}]\times 100$ 爲m之末二位數，以α記之；且$m-[\frac{m}{10}]\times 10$ 爲m之個位數，如以b記之；則$a=\frac{\alpha-b}{10}$ 爲m之十位數。整個演算法之步驟如下：

步驟 1.　讀入整數m

步驟 2.　計算$\alpha=m-[\frac{m}{100}]\times 100$

步驟 3.　計算$b=m-[\frac{m}{10}]\times 10$

步驟 4.　計算$a=\frac{\alpha-b}{10}$

步驟 5.　是否$\alpha=00$或25 ？

或者：是否{（a＝0且b＝0）或（a＝2且b＝5）}

是：到步驟8

步驟 6.　是否$\frac{a}{2}=[\frac{a}{2}]$？

是：是否b＝1或b＝4或b＝9 ？

是：到步驟8

否：列出m非平方數

結束

步驟 7.　是否b＝6 ？

是：到步驟8

否：列出m非平方數

結束

步驟 8. 是否 $\sqrt{m} = [\sqrt{m}]$？

是：列出m爲平方數

結束

否：列出m非平方數

結束

四、結　論

此篇文章原本爲我做 Fermat 大數之因數分解法則探討時的一項意外發現，有感於數平方後之特性，故將之獨立出來，供讀者做爲參考。因爲要讓一般非專業的電腦程式設計者也能接受全文，故用了最容易的Pseudocode 來寫演算法，事實上，懂一點程式設計的人當知道用一些特殊資料的結構來儲存表一，則演算法將更容易。

五、參考文獻

1. 張莉莉“「尋求任意整數完全平方後末二位數之值」的解題法”，市師科學教育季刊，第九期，80年11月。
2. 趙文敏“數論淺談”，協進圖書有限公司，台北，民國74年。