

國際物理奧林匹亞試題與解答(一)

傅祖怡 沈青嵩

國立臺灣師範大學物理系

前 言

由高中學生參加的國際物理奧林匹亞 (International Physics Olympiads) 創始於 1967 年，由捷克、匈牙利和波蘭的物理學家共同磋商建立的，他們覺得唯有透過國與國之間的競賽，才能激勵有創造力的青年。第一屆有五個國家參加，他們是捷克、匈牙利、波蘭、保加利亞與羅馬尼亞，每隊三名學生在波蘭的華沙舉行，競賽分筆試與實驗，這次題目不太難而且是一次令參與者愉快的小家庭式聚會，主辦國還特別招待參賽者遊覽名勝。

第二屆國際奧林匹亞物理競賽於 1968 年在匈牙利的布達佩斯舉行，參加的國家增為八國，除第一屆的五個國家外，尚有蘇俄、東德及南斯拉夫，所以可看出，國際奧林匹亞物理競賽如同數學與化學一樣，均創始於東歐共產國家。1969 年 2 月，一個國際委員會制定了國際奧林匹亞物理競賽章程，此章程除於 1984 年作小幅修改外，至今仍然有效。第三、四屆分別在 1969 年及 1970 年於捷克的布爾諾及蘇俄的莫斯科舉行，參加國家仍為八國。

民主國家中法國最先參加，係於 1972 年於羅馬尼亞的第六屆。西德則於 1975 年參加第八屆於東德舉行的。美國遲至 1986 年方才加入，大陸亦於該年派隊參與競賽，時至今日，參加國已超過二十個。

今年我國已派隊參加國際數學奧林匹亞及化學奧林匹亞競賽，成績輝煌。在教育部中教司應允經費補助及鼓勵下，中華民國物理教育學會本年度八月召開的第十一屆第一次理監事聯席會中議決協同國立台灣師大物理系積極推動我國參加國際物理奧林匹亞的工作。按章程規定 (請參閱參考資料 1) 成為正式會員前需先有一年的觀察員。所以正式組團參加比賽應在 1994 年。為先讓國內各中學物理教師及有興趣、有潛力的學生了解競賽試題之內容，作者計劃將歷屆試題及解答陸續加以整理介紹，以供有興趣者參考。

試題與解答

第一屆 (1967年於波蘭華沙)

1. 質量 $M = 0.2 \text{ kg}$ 的小球靜置於垂直柱上，柱高 $h = 5 \text{ m}$ ，一粒質量 $m = 0.01 \text{ kg}$ ，以速度 $v_0 = 500 \text{ m/s}$ 飛行的子彈水平穿過球心。球落在距離柱 $S = 20 \text{ m}$ 的地面上，問子彈落在地面何處？子彈動能中有多少轉換為熱能？

解：設碰撞後子彈速度為 v ，小球速度為 V ，碰撞過程中系統不受外力，總動量守恆：

$$mv_0 = mv + MV \dots\dots\dots ①$$

碰撞後飛行的時間為：

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1.01 \text{ s}$$

小球在此時間內水平運動 20 m ，可知其水平方向速度為

$$V = \frac{20}{1.01} = 19.8 \text{ m/s}$$

由方程式①

$$0.01 \times 500 = 0.01 v + 0.2 \times 19.8$$

可求出子彈碰撞後速度

$$v = 104 \text{ m/s}$$

子彈也在 1.01 秒後落地，故落在與柱距離：

$$S = vt = 104 \times 1.01 = 105 \text{ (m)} \dots\dots\dots \text{Ans 1}$$

的地面上。

熱能即碰撞前後動能的損耗：

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \right)$$

$$= 1250 - (54 + 39.2)$$

$$= 1156.8 \text{ (J)} \dots\dots\dots \text{Ans 2}$$

註：在此系統中原來動能的 92.5% 轉變為熱能。此非完全彈性碰撞，亦非完全非彈性碰撞。在完全彈性碰撞下，動能守恆。而完全非彈性碰撞時，子彈將留在球內。

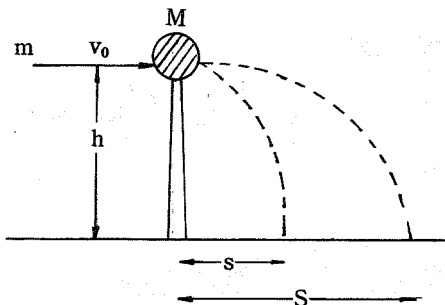


圖 1.1

2. 圖 1.2 為無限的電阻網路，其中每個電阻均為 r ，求 A、B 兩點間的總電阻。

解：設從無限遠到 C、D 兩點間之總電阻為

r_n ，再並聯左邊之電阻 r ，得 C'、D' 間總電阻為

$$\frac{r r_n}{r + r_n}$$

再串聯下一電阻 r ，得 A、B 間總電阻為

$$r + \frac{r r_n}{r + r_n}$$

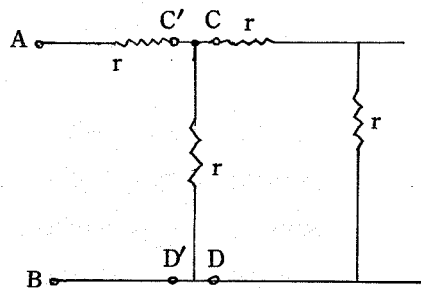


圖 1.2

但若網路是無限的，則 A、B 間總電阻應等於 C、D 間總電阻：

$$r + \frac{r r_n}{r + r_n} = r_{AB} = r_{CD} = r_n$$

解此式得

$$r_n = \left(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \right) r$$

但取負號不合物理意義，故 A、B 間總電阻為

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} r \dots\dots\dots \text{Ans}$$

3. 兩個相同的球，其一放在水平面上，另一以細線懸掛。供給兩球相同的熱量，問兩球溫度是否完全相同？說明你的理由（忽略各種熱量損失）。

解：如圖 1.3 所示，受熱球體膨脹，體積增加。

第一個球重心升高，克服重力做功會耗費部份熱能，於是溫度升高較少，即放在水平面上的球溫度會略低於懸掛的球。

註：此溫度的差別是極小的，對半徑 10 cm 的銅球來說，相對差值僅有約 $10^{-5} \%$ 。

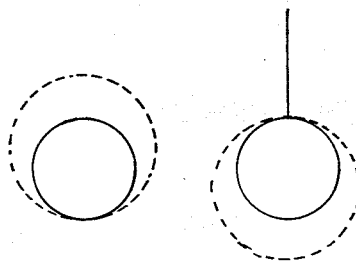


圖 1.3

實驗題：測定石油比熱。可供使用物品有：天平、量熱器、溫度計、電源、開關、導線、碼表、電熱器、容器、水和石油。

法 1：利用 $H = ms \Delta t$

以電熱器先加熱水一段時間，測量溫度變化，再以電熱器加熱同質量的石油相同時間，測量溫度變化。上式中 H 、 m 固定， S 、 Δt 成反比，因已知水之比熱故可推得石油比熱。

法 2：利用兩液體混合時吸熱 $m_1 s_1 (T - t_1) = \text{放熱 } m_2 s_2 (t_2 - T)$ 。

取已知質量之石油和水，將一液加熱，並測量其溫度，另一液不加熱測量溫度。將兩液在量熱器中混合，測混合物溫度。由此，上式中 m_1 、 m_2 、 T 、 t_1 、 t_2 可測得，又水之比熱已知，故可推得石油比熱。

替換題：（為在校未上過電學課的學生而設）

密閉容器中裝有一個大氣壓，溫度為 0°C 的乾燥空氣 10 升，加了 3 克水後，將系統加熱到 100°C ，求容器內氣壓強度。

解：容器內氣壓強度為乾燥空氣氣壓加上水汽化後氣壓。乾燥空氣壓力因溫度升高而升高，由狀態方程式

$$PV = nRT \quad (\text{此時，} V、n、R \text{ 為常數})$$

$$\text{故 } \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}, \quad \frac{1}{273} = \frac{P_2}{373} \quad \text{得 } P_2 = 1.366 \text{ (atm)}$$

3 克的水因量極少在 100°C 可假設完全汽化，3 克水合 $\frac{1}{6}$ 莫耳（因水的分子量為 18）

且已知水蒸氣在 1 atm， 0°C 時每莫耳佔有體積 22.4 升，由狀態方程式

$$PV = nRT \quad (\text{此時，} n、R \text{ 為常數})$$

可求得水完全汽化後之氣壓：

$$\frac{PV}{T} = \frac{P'V'}{T'}, \quad \frac{1 \times 22.4 \times \frac{1}{6}}{273} = \frac{P' \times 10}{373} \quad \text{得 } P' = 0.507 \text{ (atm)}$$

容器內總壓為 $P_2 + P' = 1.366 + 0.507 = 1.873 \text{ (atm)}$ Ans

第二屆（1968 年於匈牙利布達佩斯）

1. 在 30° 的斜面上，質量 $m_2 = 4 \text{ kg}$ 的木塊經輕繩與質量 $m_1 = 8 \text{ kg}$ ，半徑 $r = 5 \text{ cm}$ 的實心圓柱體相連（圖 2.1）。求放開物體後的加速度。木塊與斜面間的摩擦係數 $\mu = 0.2$ ，忽略軸承的摩擦和滾動摩擦。

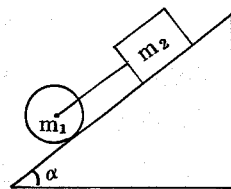
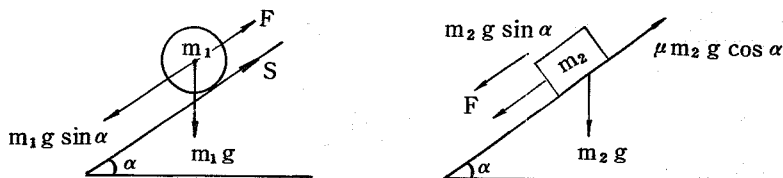


圖 2.1

解：用分離物體法分別分析 m_1 及 m_2 的受力情況。



設繩子的張力為 F ，圓柱體與斜面間的摩擦力為 S ，圓柱體與木塊的加速度為 a 。

(1) 考慮 m_1

$$m_1 a = m_1 g \sin \alpha - S - F \quad \text{..... ①}$$

$$Sr = I \frac{a}{r} \quad \text{..... ②}$$

其中 I 為圓柱體的轉動慣量， Sr 是摩擦力矩。

(2) 考慮 m_2

$$m_2 a = m_2 g \sin \alpha - \mu m_2 g \cos \alpha + F \quad \text{..... ③}$$

(3) 解以上方程組得

$$a = \left[\frac{(m_1 + m_2) \sin \alpha - \mu m_2 \cos \alpha}{m_1 + m_2 + \frac{I}{r^2}} \right] g$$

$$\text{均勻圓柱體的轉動慣量為 } I = \frac{m_1 r^2}{2}$$

(4) 代入給定的數值： $m_1 = 8 \text{ kg}$ ； $m_2 = 4 \text{ kg}$ ； $r = 5 \text{ cm}$ ； $\mu = 0.2$ 。

$$\text{得 } a = \left[\frac{(m_1 + m_2) \sin \alpha - \mu m_2 \cos \alpha}{1.5 m_1 + m_2} \right] g = 0.3317g = 3.25 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

..... Ans

2. 一個杯裏裝有 300 cm^3 ，溫度為 0°C 的甲苯，另一個杯裏裝有 110 cm^3 ，溫度為 100°C 的甲苯，兩體積之和為 410 cm^3 。求兩杯甲苯混合後的最終體積。甲苯的體積膨脹係數為 $\beta = 0.001 (^\circ\text{C})^{-1}$ ，忽略混合過程中的熱量損失。

解：若液體溫度為 t_1 時的體積為 V_1 ，則在 0°C 時之體積為

$$V_{10} = \frac{V_1}{1 + \beta t_1}$$

同理，若溫度為 t_2 時的體積為 V_2 ，則在 0°C 時的體積為

$$V_{20} = \frac{V_2}{1 + \beta t_2}$$

若液體在 0°C 時的密度為 d ，則質量分別為

$$m_1 = V_{10} d \quad m_2 = V_{20} d$$

混合後，液體溫度可由吸熱 = 放熱

$$m_1 S (t - t_1) = m_2 S (t_2 - t)$$

$$\text{求得 } t = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}$$

在此溫度下之體積為 $V_{10} (1 + \beta t)$ 及 $V_{20} (1 + \beta t)$ 。故混合後體積和為

$$\begin{aligned} V_{10} (1 + \beta t) + V_{20} (1 + \beta t) &= V_{10} + V_{20} + \beta (V_{10} + V_{20}) t \\ &= V_{10} + V_{20} + \beta \frac{m_1 + m_2}{d} \cdot \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2} \\ &= V_{10} + V_{20} + \beta \left(\frac{m_1 t_1}{d} + \frac{m_2 t_2}{d} \right) \\ &= V_{10} + \beta V_{10} t_1 + V_{20} + \beta V_{20} t_2 = V_{10} (1 + \beta t_1) + V_{20} (1 + \beta t_2) \\ &= V_1 + V_2 \quad \text{即原混合前體積} \end{aligned}$$

故在本題中混合後最終體積仍為 410 cm^3 Ans

即不同溫度之同種液，混合後體積不變。

3. 光線在垂直於玻璃半圓柱體軸的平面內，以 45° 角射在半圓柱體的平面上（圖 2.2），玻璃折射率為 $\sqrt{2}$ 。試問光線在何處離開圓柱體表面？

解：由司乃耳定理

$$1 \times \sin 45^\circ = \sqrt{2} \times \sin \theta$$

得 $\theta = 30^\circ$ ，即光線進入半圓柱後之折射角為 30° ，如圖(a)。

以 φ 描述光線在玻璃半圓柱內的位置，如圖(b)，且 φ 為該光線將射出圓柱時之法線與水平線的夾角。

再由司乃耳定理，玻璃全反射的臨界角為：

$$\sqrt{2} \times \sin \theta_c = 1 \times \sin 90^\circ, \quad \theta_c = 45^\circ$$

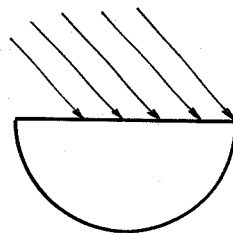
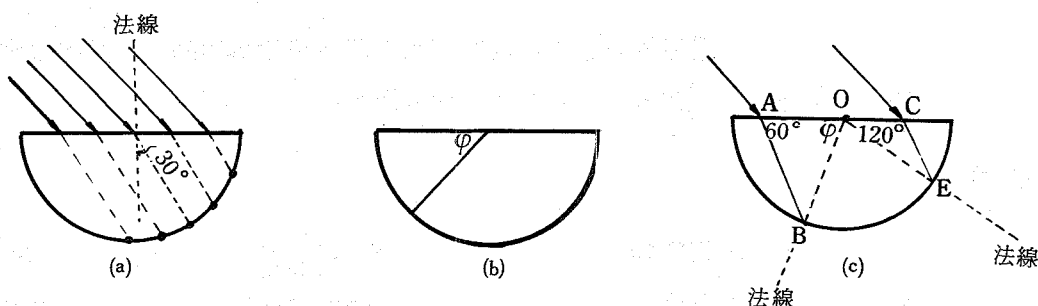


圖 2.2



故當 $\angle ABO$, $\angle CEO$ 大於等於 45° 時發生全反射, 即光線不能離開圓柱體表面, 如圖(c)。

所以光線能離開的條件是：

$$\angle ABO = 180^\circ - \varphi - 60^\circ < 45^\circ$$

$$\text{且 } \angle CEO = \varphi - 120^\circ < 45^\circ$$

即 $75^\circ < \varphi < 165^\circ$ 之區間光線可離開圓柱體。…………… Ans

實驗題：參加者每人領取三個封閉的盒子，每個盒上有兩個插孔。不許打開盒子，試確定盒中元件的種類，並測定其特性。可供使用的是內阻和精度已知的交流和直流儀器，以及交流電源（頻率 50 Hz）和直流電源。

作法：先對每一對插孔測量電壓，若均測不到，可確定其為不含電源之被動元件。

分別輸入交流電和直流電，並測量其電壓電流，求出電阻 ($R = \frac{V}{I}$) 並比較之。

若

(1) 直流電阻 = 交流電阻

該元件可能為電阻，電阻值即為所測之值。

(2) 直流電阻 > 交流電阻

該元件可能含電容，因電容阻抗 $Z_c = \frac{1}{\omega C}$ ，若為單一電容，其電容值可

由 $C = \frac{1}{\omega Z_c}$ 求得。

(3) 直流電阻 < 交流電阻

該元件可能含電感，因電感阻抗 $Z_L = \omega L$ ，若為單一電感，其電感值可

由 $L = \frac{Z_L}{\omega}$ 求得。

若非單一電容或電感值而是電容或電感和電阻串或並聯的結果，此時電容、電感或電阻值就必須由多次測量結果，計算而得。

參考資料

1. 許榮富、沈青嵩：國際物理奧林匹亞競賽簡介，科學月刊，125期，79年12月。
2. 中國科協青少年工作部，中國物理學會編譯：國際奧林匹克物理競賽題及解答，科學普及出版社，1987年。
3. American Institute of physics, Physics Today, P.51. September 1986.
4. American Institute of physics, Physics Today, P.115. October 1989.

國際科學教育研討會將於國立臺灣師範大學舉行

編輯室

國立臺灣師範大學科學教育中心主辦之1992年國際科學教育研討會，將於本(81)年11月27日到28日在台北市和平東路一段129號臺灣師大研習中心演講廳舉行。特邀請國內外科教專家學者就有關目前熱門科教問題如高中資優生參加國際數理科奧林匹亞競賽等，作專題討論。據悉所邀請國外三位專家及講題分別為：

1. Dr. Arthur L. White

目前擔任美國俄亥俄州立大學國家科學教育與學習中心主任

講題：International Consortium for Research and Development

2. Dr. David Lavallee

目前擔任紐約市立大學副校長

講題：About International Science Olympiads

3. Dr. David F. Robitalle

目前擔任英屬哥倫比亞大學數學與科學教育系主任

講題：About TIMSS

本中心除了函邀國內從事科教學者參加外，並希望對科學教育有興趣的朋友們踴躍參加，共襄盛舉。
