淺釋狹義相對論中的時空觀念

林朝宗
臺北市建國高中

物理理論是什麼？

甚麼是相對論呢？顧名思義，它當然就是一種物理理論，那物理理論又是什麼呢？以下先扼要介紹一下有關物理理論的基本性質。任何一種物理理論都是針對某一類物理問題提出若干基本假定，然後根據這些假定，進行各種可能的推論。推論的結果，一方面要能夠解釋已知的各種相關物理現象，或層次較低的相關定律。另一方面，也要能夠預測未知的新現象，最後透過實驗來證明其正誤，做爲理論能否成立的判別標準。

比如和牛頓同時代的大科學家海更士（1629～1695），他創立了光的波動理論，其基本假定爲光是一種波動，推論的結果，可以解釋當時已知的光之直進、反射及折射等現象，也預測了當時尚未知道的若干光的現象，即:光在眞空中的速率C與在介質的速率v之比等於該介質的絕對折射率n、以及光有干涉和繞射等現象。可惜當時沒辦法用實驗來加以證實，所以這個理論並未立即被接受，直到1801年楊格成功的做出了光的干涉實驗之後，這個理論才告成立。

狹義相對論基本假定

相對論有狹義與廣義兩部分，我們只談前者，以下皆略稱相對論，它的基本假定有二：

1. **相對性原理**：同一個自然定律，在任一慣性系中的形式相同，此一原理適用於任一個自然定律。
2. **光速的恒定性**：任一慣性系之眞空中，光的傳播速率相等，這是十九世紀末葉由實驗所發現的。

如果打算深入研究相對論的話，接下去就要去探討爲什麼愛因斯坦要選取這兩個假定以及有關這基本假定的每一細節，這樣一來就要牽涉到十九世紀末葉古典物理遭遇到那些困難，以及當時科學家採取那些方式企圖加以克服而却都告失敗等等層次甚高、範

圍甚廣的物理問題，對一般的高中或大一程度的同學而言，實際上頗不容易，與其囫圇吞棗食而不化，不如暫時把它略去。好在一個理論的精華通常都是在於其推論部分，碰巧相對論中幾個最重要也是最有趣的推論，比較起來還算淺顯而不難於理解，因此我們只討論以下兩項推論：(1)時間的相對性，(2)空間的相對性，以及其應用。從這些問題的分析當中，一方面可對相對論的基本概念獲得正確清晰的認識，對物理理論的架構也應可得到相當的理解。

推論之一：時間的相對性

時間的相對性是根據光速的恆定性推論出來的，以下逐步分析：

一、依古典物理，光速恒定與古典相對速度相矛盾：

依古典相對速度，比如一車以 v_1 之速度向東運動時車上有一球從車上測得其速度爲 v_2 向東運動，這時在地上測該球之速度爲（v_1+v_2）向東。

光的恆定性是說，比如在上述之車上發射一光信號，在車上測得其傳播速度爲C向東，同時在地上測得該光信號的傳播速度仍爲C向東，而不是古典相對速度所預測的（$C+v_1$）向東。（依相對論兩者並不矛盾）

光速的恆定性既然被當做理論的基本假定，當然就不可能認爲它有問題，由此可以推論問題必然出在古典相對速度公式。而速度的測定包括時間與長度的量度，因此可以斷言：古典時間與空間的量度至少有一樣是靠不住的。（實際上，兩者都有問題）

二、時間的膨脹：

爲了敍述的準確清楚起見，我們須先設定以下定義：

(1) 事件的坐標：

設在某一慣性系中之P（x，y，z）點，在當地功能正常的校準鐘讀數爲t時發生了一事件E，則記做E（x, y, z, t），x y z t 稱爲事件之時空坐標。

(2) 時鐘之校準：

根據上面所述，我們就需在一慣性系中的任一地點安置讀數相同的鐘，如此令各地點之時鐘讀數相同的操作過程，稱爲時鐘的校準。在古典物理中，時鐘之校準極爲簡單，只要選取所需用到的鐘放在同一地點，設法調整使其讀數完全相同即可，然後把這些鐘移到其他任何地點，各鐘仍保持校準。在相對論中，這種方法已告失效，其中道理，可從下節時間之膨脹效應中看出，也可先就實驗觀點加以說明。

假定在一慣性系中之任一點中，選取A、B、C……等各鐘加以調整使其讀數完全相同，然後把A留在P點，把B、C……等鐘帶著沿任一封閉路線繞一週後又回到P，在運動過程中，B、C……等各鐘之讀數隨時都保持相同，但是回到P點後和A鐘比較起來，如果所走路程夠長、速率夠快的話，A之讀數總是比較多一些。因此相對論中，利用光速的恆定性對時鐘之校準作如下的規定：

從一慣性系中之任一點P，向其他任一點Q發射光信號，當光信號離開P時，位於P之鐘讀數爲 t，則當光信號抵Q時令位於Q之鐘讀數爲 $t+\frac{r}{C}$，r 爲 PQ 之距離。依此類推，可以把同一慣性系中之任一點的時鐘加以校準。

以下推論時間的膨脹：

根據古典物理，設在一慣性系中先後發生 E_1（$x_1\, y_1\, z_1\, t_1$）及 E_2（$x_2\, y_2\, z_2\, t_2$）兩事件。則不論任何一個觀察者都將測得相等之時距，即 $\Delta t = t_2 - t_1$ 爲一絕對量，與觀察者的運動狀態無關；但根據相對論基本假定，兩事件之間的時距却失去了其絕對性：

設圖一表示一車在水平地上以等速度 u 向右運動，B爲車上一平面鏡，在車上從A向B發射一閃光爲 E_1，此閃光經B反射後回到A爲 E_2，位於車上A點之鐘量得 E_1 到 E_2 之時距爲 Δt_A。另一方面，靜止在地上的人看來，上述閃光信號係沿A、B_1、A_2 走，E_1 及 E_2 則發生在地上之A及 A_2 兩不同地點，因此從 E_1 到 E_2 之時距係由放在A及 A_2 兩地之校準鐘所量出，令其爲 Δt_B，依古典物理：$\Delta t_A = \Delta t_B$，但依相對論：$\Delta t_A \neq \Delta t_B$。令 $AB=\ell$，從圖可知

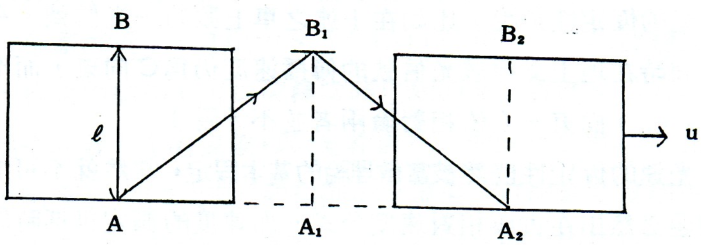

圖 (一)

$$\Delta t_A = \frac{2\ell}{C} \qquad AA_1 = \frac{1}{2}u\Delta t_B \qquad \therefore\ AB_1 = \sqrt{\ell^2+\left(\frac{u\Delta t_B}{2}\right)^2}$$

$$\Delta t_B = \frac{2AB_1}{C} = 2\times\frac{\sqrt{\ell^2+\left(\frac{u\Delta t_B}{2}\right)^2}}{C} \qquad \therefore\ C^2\Delta t_B^2 = 4\left(\ell^2+u^2\Delta t_B^2/4\right)$$

$$\therefore\ \Delta t_B = \frac{2\ell}{C}\Big/\sqrt{1-u^2/C^2} = \Delta t_A\Big/\sqrt{1-u^2/C^2} > \Delta t_A$$

此一結論稱為時間的膨脹，是相對論中最令人震驚的推論之一，在1905年這只是一項預言，後來被實驗所證明。關於時間膨脹應注意以下各要點：

1. 設在某一慣性系S某定點P先後發生 E_1，E_2 兩事件，則 E_1，E_2 間之時距係由位於P點之鐘所測得，稱為原時，以 Δt_0 表示，若另一慣性系 S' 對S以u運動，則在 S' 上看來，E_1，E_2 係發生在兩個不同地點設為 Q_1, Q_2，則 E_1，E_2 間之時距係由位於 Q_1，Q_2 兩點之校準鐘量得，以 Δt 表示，則 $\Delta t = \Delta t_0/\sqrt{1-u^2/C^2}$。

2. 時鐘可用任何自然演變過程來計時，因此和時鐘處在同一運動狀態下的任何自然演變如人的心跳，或新陳代謝等等都和時鐘的讀數一樣同步產生時間膨脹效應，因此也就和時鐘運作的性能無關。所以在車上的人不可能測到車上的自然變化過程有時間膨脹現象。

3. 依相對性原理，在車上的人會測出在月台上的自然演變過程有時間膨脹現象。

4. 時間膨脹效應必須在 $u \sim C$ 時才能被測出，在日常生活或古典物理中都是 $u \ll C$ 故 $\Delta t = \Delta t_0$，若以日常經驗中並無時間膨脹現象來否定時間膨脹的推論是不合邏輯的。

5. 時間為什麼膨脹？相對論並沒有回答這問題，它只分析推論時間如何膨脹。

也許有些初學者以為研究相對論就是要設法去理解諸如時間為什麼會膨脹之類的問題，其實不然，根據前面所說的理論物理的特性應可看出，要了解相對論的關鍵，乃是在於對如何由基本假設到推論之結果的邏輯關係的分析，倘邏輯關係正確無誤，只要基本假設為真，則結論必為正確；唯因基本假設畢竟是假設，故結論仍須以實驗來加以鑑別。其實科學原本就是只回答「怎麼樣」而無法回答「為什麼」的。

科學家如何以實驗方法來驗證時間膨脹呢？為了說明方便起見，我們先舉一個想像的例子（見圖二）。

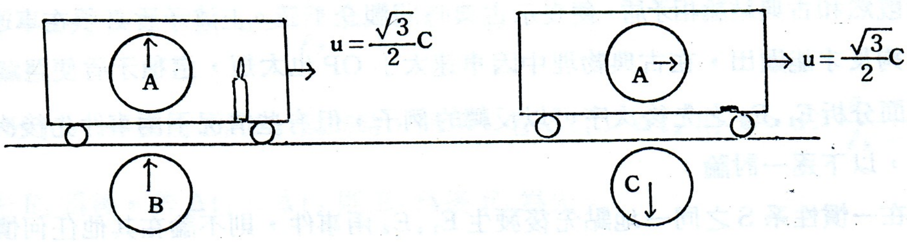

圖 (二)

設有一種蠟燭恰可在15分鐘燒完，一車以 $u=\sqrt{\frac{3}{4}}C$ 運動，當車上的A鐘與地上B鐘相遇時，車上的臘燭開始點燃，A、B兩鐘之讀數皆為0，B、C則為靜止於地

上之校準鐘，當蠟燭燒完時A、C恰相遇，此時A鐘之讀數爲 15 分，但C鐘之讀數爲 30 分，若代公式，則 $\Delta t_A = 15$，$\Delta t_B = 15 \Big/ \sqrt{1-\frac{3}{4}} = 30$ 。

科學家用μ介子代替上述之蠟燭進行類似的實驗。當μ介子在靜止時測得其半生期爲 2.2×10^{-6} 秒，把μ介子加速到 $u=0.9966\,c$ 時，仍由靜止在實驗室的計時器來測其半生期，結果得 26.2×10^{-6} 秒，用公式計算之結果爲

$$\Delta t = 2.2\times10^{-6} / \sqrt{1-0.9966^2} = 26.7\times10^{-6}\text{ 秒}$$

至此，時間膨脹已有資格稱之爲定律了。

三、兩事件先後次序的相對性：

關於這個觀念，愛因斯坦舉了一個非常巧妙簡明又極爲重要的例子。

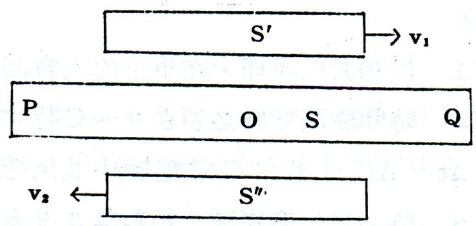

圖 (三)

在圖三中，S 表月台，S′ 及 S″ 分別表示兩車各以 v_1 向右及 v_2 向左之速度行駛，在月台上有P,O,Q三點共線，且 PO＝OQ，令一閃光從O發出，閃光抵P爲E_1，另一閃光抵Q爲E_2，根據古典物理，不論是在S或S′ 或 S″ 上的判斷皆爲 E_1 與 E_2 是同時，但依光速恆定性來判斷，則在S上以爲 E_1,E_2 是同時，但在 S′ 上則以爲自身靜止不動，是月台在向左以 v_1 速度運動，所以當光信號從O向右傳播時，Q也正在向左運動，和此光信號迎面接近，另一光信號從O向左傳播時P也在向左運動，故此一光信號係在P之後方追趕，因此 E_1 爲後 E_2 爲先，同理，在 S″ 上判斷則是 E_1 爲先 E_2 爲後。因爲這是根據光速的恆定性所推出來的必然結論，而這結論既然和古典結論相矛盾，便表示古典時間觀念不確。上述矛盾必須在車速接近光速或 PO 夠長才能顯出，在古典物理中因車速太小 OP 也太短，這種矛盾便隱藏起來。

前面分析E_1,E_2之先後次序可以反轉的例子，但有些情況下兩事件先後次序並不可能反轉，以下逐一討論：

1. 在一慣性系S之同一地點先後發生E_1,E_2兩事件，則不論在其他任何慣性系中仍爲E_1先於E_2。

因爲在S中 E_1,E_2 間之時距是由位於事件發生地點之同一時鐘所測得，故爲原時，令爲Δt_0，則相對於S以u之速度運動的觀察者測得E_1到E_2之時距：

$\Delta t = \Delta t_0 / \sqrt{1-u/C^2} > \Delta t_0$ ，故 E_1 永遠先於 E_2。

2. 在一慣性系 S 之 PQ 兩地先後發生 E_1, E_2 兩事件，設由位於 PQ 之校準鐘測得其時距 Δt ，$PQ = \Delta x$ ，則若 $\Delta x < C\Delta t$ 時，不論由任一慣性系來看仍爲 E_1 先於 E_2。（ 1.之情形即 $\Delta x = 0$ ）

設一人當 E_1 發生時從 P 向 Q 以 $u = \Delta x / \Delta t < C$ 之速度移動過去；當他抵 Q 時 E_2 恰好發生，因此在他以爲 E_1, E_2 係發生在同一地點，故由(1)知 E_1 恆先於 E_2。

3. 上述條件若改爲 $\Delta x \geqslant C\Delta t$，則 E_1, E_2 之先後次序將視觀察者運動狀況而定。

設在一慣性 S 中 POQ 共線，$PO = \ell_1$, $OQ = \ell_2 > \ell_1$，令一閃光從 O 發出爲 E_0，光抵 P 爲 E_1，光抵 Q 爲 E_2，則在 S 中 E_1 先於 E_2 爲 $\Delta t = \dfrac{\ell_2 - \ell_1}{C}$，

$$\therefore \quad C\Delta t = \ell_2 - \ell_1 < \ell_1 + \ell_2 = \Delta x$$

即 $\Delta x > C\Delta t$

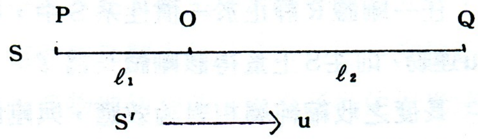

圖 (四)

設另一慣性系 S′ 相對於 S 之速度爲 u 向右如圖四所示，則在 S′ 看來，當光由 O 向 P 傳播時 P 也以 u 向左之速度運動，故從 E_0 到 E_1 之時距爲

$$\Delta t_1 = \frac{\ell_1 \sqrt{1 - u^2/C^2}}{C - u}$$

當另一光信號從 O 向 Q 傳播時 Q 以 u 向左之速度運動，故從 E_0 到 E_2 之時距爲：

$$\Delta t_2 = \frac{\ell_2 \sqrt{1 - u^2/C^2}}{C + u}$$

若 $\Delta t_1 = \Delta t_2$ 則可解出 $u = \dfrac{\ell_2 - \ell_1}{\ell_2 + \ell_1} C < C$

在此情形下，S′ 以爲 E_1, E_2 爲同時，同理，若 $\Delta t_1 > \Delta t_2$ 則 $C > u > \dfrac{\ell_2 - \ell_1}{\ell_2 + \ell_1} C$

此時 E_2 爲先 E_1 爲後，若 $\Delta t_1 < \Delta t_2$ 則 E_2 爲後 E_1 爲先。

推論之二：長度的收縮

設有一車靜止時用尺量得其長爲 ℓ_0，若車以 u 之速度通過月台，則在月台上不可能用上述方法來量其長，假定車頭通過月台上之 P′ 點爲 E_1，當車尾通過月台上之 Q′ 點

爲 E_2，若在月台中看 E_1, E_2 爲同時，則從月台上判斷車長爲 $\ell = P'Q'$，但在車上看來爲 E_1 先於 E_2，故車上認爲車長 ℓ_0 大於 $P'Q'$ 或 $\ell_0 > \ell$，爲了求 ℓ, ℓ_0 間之關係，可在 P, P', Q 各置一鐘，從靜止於 P' 之鐘測得 E_1 到 E_2 之時距爲原時 Δt_0，因車速爲 u，故月台上以爲車長爲 $\ell = u \times \Delta t_0$。

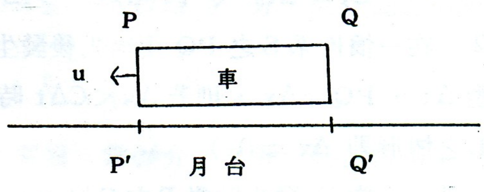

圖 (五)

另一方面，在車上 PQ 兩處之校準鐘測得 E_1 到 E_2 之時距爲 $\Delta t = \Delta t_0 / \sqrt{1-u^2/C^2}$ 在車上以爲 P' 點以 u 向右運動，故車上測得車長爲

$$\ell_0 = u \times \Delta t \qquad \therefore \quad \ell = \ell_0 \sqrt{1-u^2/C^2}$$

此稱爲長度之收縮，關於長度的收縮應注意以下各點：

1. 任一剛體R靜止於一慣性系S中，在S上量其長度爲 ℓ_0，若R對S沿長度方向以速度u運動，則在S上量得該剛體長爲 $\ell = \ell_0 \sqrt{1-u^2/C^2} < \ell_0$。

2. 長度之收縮純屬相對論效應，與剛體之任何特點無關，在上例中靜止於車上的任何剛體，在月台上測起來，平行於運動方向之長度皆依同一比率縮短，故在車上無法測出它們有收縮現象。

3. 根據相對性原理，在上例中車上的人可測得靜止於月台上的任何剛體，在平行於運動方向的長度按同一比例收縮。

4. 在日常生活經驗或古典物理中 $u \ll C$，故 $\ell = \ell_0$，因此不能以日常生活中並無長度收縮現象來否定此一推論。

5. 爲什麼長度會收縮？這與時間膨脹相似，相對論只作推論，並沒有回答爲什麼。

時間的膨脹與長度的收縮是相對論中最基本的兩項推論。由於任一物理定律都與時間、長度有關，所以這兩項結論所生之影響遍及物理學的每一個部門，其重要性可想而知。

從以上分析可以看出此兩項結論並非各自獨立互不相關的現象，這也是古典物理與相對論中時空觀念的基本差異點之一，我們不擬深入分析，但只舉一實例略加說明：

先假設有一個人想要到距太陽系100光年的X星球去旅行，依古典物理，他倘若以光速運動，飛行100年才可到達。依相對論，他若希望在10歲生日出發，到X過20歲生日亦屬可能。先從時間之膨脹來考慮：令太陽到X之靜止長度爲 ℓ_0，飛行速度u則：

$$\ell_0 = 100\text{年} \times C \qquad \Delta t = \frac{\ell_0}{u} \qquad \Delta t_0 = 10\text{年} \qquad \Delta t = \Delta t_0/\sqrt{1-u^2/C^2}$$

$$\therefore \frac{\ell_0}{u} = \frac{100\,C\text{年}}{u} = \frac{10\text{年}}{\sqrt{1-u^2/C^2}} \qquad \therefore u = C\sqrt{\frac{100}{101}} = 0.9950\,C$$

即他只要以 $u = 0.9950\,C$ 之速度去旅行便可以了。

若從長度之收縮來考慮：在與他一齊運動之參考系看來，從太陽系到X這剛體正以 $-u$ 之相對速度沿其長度方向運動，所以由他看來，此剛體長設爲 ℓ，則

$$\ell = u \times 10\text{年} \qquad \text{但 } \ell = \ell_0\sqrt{1-u^2/C^2}$$

$$\therefore u \times 10\text{年} = 100\,C\text{年} \times \sqrt{1-u^2/C^2} \qquad \therefore u = C\sqrt{\frac{100}{101}} = 0.9950\,C$$

與此極爲相似的實驗是這樣的：前面說過科學家在實驗室中測得靜止的 μ 介子之半生期 $\tau = 2.2 \times 10^{-6}$ 秒。恰巧在大氣層上端宇宙射線轟擊大氣分子時也隨時在製造 μ 介子，今假定大氣層厚度爲 13.2 km，倘若用古典物理的想法，μ 介子即使以光速向地面飛行，也得費時 $13.2 \times 10^3 / 3 \times 10^8 = 4.4 \times 10^{-5}$ 秒 $= 20\,\tau$，因此早在飛抵地面之前就蛻變精光了，實驗却發現有大量這種 μ 介子轟擊地面。在這例子中，μ 介子恰好和上述那個人相當，因此可以用時間膨脹或長度收縮得到合理的解釋。

雙生子矛盾

設有一對雙生子阿仁、阿義，令阿仁乘坐高速火箭到外太空旅遊多年後返回地球，在阿義以爲阿仁因快速運動他的時間變慢下來，所以阿仁應該年輕些，但阿仁則以爲本身沒動，是阿義以快速旅遊，因此阿義應該年輕些，那麼到底是誰眞正比較年輕呢？

我們應該首先要問以上的敍述有無違背相對論呢？阿義始終處在慣性系中（在這樣的問題中地球可視爲慣性系），但阿仁則至少有一些時候是處在非慣性系中，即兩人所處的自然環境並不完全相等，因此這段敍述本身就是不正確的。實際上旅遊回來後阿仁比阿義年輕些，理由如下：

設在一慣性系S中有一靜止圓板，在其圓週上布滿了校準鐘A, B, C ……，另外有一半徑相等的透明圓板 S′ 位於前者之正上方繞通過圓心垂直於板面的

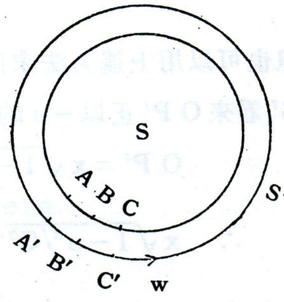

圖 (六)

軸等角速度沿著逆時針方向旋轉，其圓周上也佈滿校準鐘A′,B′,C′……，當A,A′相遇時令其讀數皆爲0，則當A′與B相遇時，依時間膨脹原理A′之讀數必少於B之讀數，依此類推，A′與C相遇時其讀數更少於C之讀數，故當A′繞一週回來和A再相遇時，其讀數必少於A之讀數，A相當於阿義，而A′則相當於阿仁。

另一方面，S′也可以認爲自身不在轉動，而是S在順時針轉。設B′,B相遇時令其讀數皆爲0，現在却不能推論說，當B與A′相遇時B之讀數少於A′之讀數，原因是A′,B′,C′……都不是處在慣性系中，倘若A′,B′是處在同一慣性系中的話，B與A′相遇時，B之讀數就必少於A′之讀數了。這相當於說明阿仁推論說阿義應比他年輕是錯誤的道理。

洛仁茲轉換

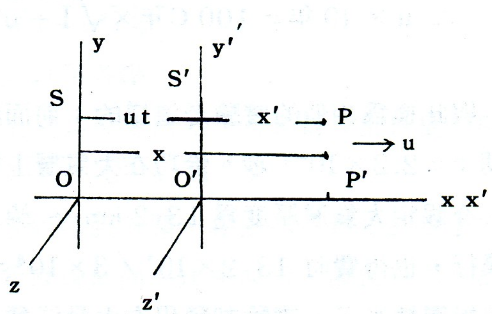

圖 (七)

設在慣性系S中發生一事件E(x,y,z,t)，令在另一個慣性系S′中，該事件之坐標爲E(x′,y′,z′,t′)，則其間的關係爲何呢？爲了使數式簡化，令x,x′軸重疊，y,y′軸與z,z′軸互相平行，當O,O′重合時，t=t′=0，S′對S之速度爲u在+x方向。則由圖七可以看出在S看來：

S′在t秒走了OO′的距離，即OO′=ut，x=OP′，但S′看來，O′P′=x′，而在S看來，O′P′正以u之速度運動，故$O'P'=x'\sqrt{1-u^2/C^2}$

$$\therefore\quad ut+x'\sqrt{1-u^2/C^2}=x\text{，即}\quad x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-u^2/C^2}}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\text{從相對性原理可得}\quad x=\frac{x'+ut'}{\sqrt{1-u^2/C^2}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

但也可以用上述方法求出：即在S′以爲S在t′秒走了OO′的距離，即OO′=ut′，又在S′看來OP′正以−u的速度在運動，而S則以爲OP′=x，故S′以爲

$$OP'=x\sqrt{1-u^2/C^2}$$

$$\therefore\quad x\sqrt{1-u^2/C^2}=ut'+x'\qquad\therefore\quad x=\frac{x'+ut'}{\sqrt{1-u^2/C^2}}$$

把(1)中之x′代入(2)得

$$x=\frac{1}{\sqrt{1-u^2/C^2}}\left[\frac{x-ut}{\sqrt{1-u^2/C^2}}+ut'\right] \qquad \therefore\ t'=\frac{t-xu/C^2}{\sqrt{1-u^2/C^2}}$$

由相對性原理可得 $t=\dfrac{t'+x'u/C^2}{\sqrt{1-u^2/C^2}}$

但也可把(2)中之 x 代入(1)得

$$x'=\frac{1}{\sqrt{1-u^2/C^2}}\left[\frac{x'+ut'}{\sqrt{1-u^2/C^2}}-ut\right] \qquad \therefore\ t=\frac{t'+x'u/C^2}{\sqrt{1-u^2/C^2}}$$

至於 y y′ 與 z z′ 間的關係如何呢？我們在時間膨脹之推論中暫時假定其爲相等，今推證如下：

設有一列火車靜止高度爲 ℓ_0，在一水平直線鐵路上等速行駛並接近一靜止高度亦爲 ℓ_0 之山洞，假若剛體運動時垂直於相對速度方向的長度也和平行於相對速度方向之長度有類似的收縮的話，則靜止於車上的人必以爲山洞高度變矮而無法通過。但另一方面，靜止於路邊的人必以爲火車高度變矮而必可通過，兩者自相矛盾。故不可能，同理，若把上述之假定收縮改爲變長也同樣造成矛盾，故結論必爲不變，即 $y'=y$，$z'=z$。

所以總括起來得到：

$$x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-u^2/C^2}} \qquad y'=y \qquad z'=z \qquad t'=\frac{t-xu/C^2}{\sqrt{1-u^2/C^2}}$$

$$x=\frac{x'+ut'}{\sqrt{1-u^2/C^2}} \qquad y=y' \qquad z=z' \qquad t=\frac{t'+x'u/C^2}{\sqrt{1-u^2/C^2}}$$

此稱爲洛仁玆轉換式。當 $u\ll C$ 時，則變爲

$$x'=x-ut \qquad y'=y \qquad z'=z \qquad t'=t$$

$$x=x'+ut' \qquad y=y' \qquad z=z' \qquad t=t'$$

此稱爲伽俐略轉換式。

參考資料

大學物理，Halliday 著。

The meaning of Relativity by Albert Einstein.