

潛在特質測驗理論與古典測驗理論應用在大專聯招化學選擇題的比較與探究

陳昭錦 方泰山

國立臺灣師範大學化學研究所

緒 論

潛在特質理論 (Latent Trait Model, 簡稱 LTM) 為美國學者 Frederic Lord 在 1952 年提出的近代測驗理論, 是心理測驗界近年來最大的突破與革新。傳統測驗理論在應用上有二大困境無法突破: (1) 在估計試題難度時, 受到樣本特質的干擾。(2) 在估計個人能力時受到試題難度的影響。潛在特質理論對於這兩項困境提供適度的改善。

本文擬介紹傳統測驗理論與最簡單的潛在特質理論模式——單參數模式的基本概念。以 77 年大學聯招化學科試題中的十八個單選題具體呈現兩者的試題分析程序及其結果, 並檢驗其理論特徵。⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾

簡易潛在特質理論及其分析方法

一、潛在特質理論⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾

潛在特質理論假定受試者在測驗上的表現可用其在一個潛在特質上的地位來描述, 這項潛在特質可以是語文能力、推理能力、空間概念等等, 視測驗的目的而定。LTM 的重點在探討受試者的測驗表現與潛在特質之間的關係, 並試圖以數學函數來描述測驗分數與能力的相關。

LTM 的特色可歸納為下列三項:

- (1) 估計試題的難度及鑑別度時, 較不易受考生樣本不同的影響。
- (2) 估計受試者能力時, 較不易受試題樣本不同的影響。
- (3) 測量標準誤的估計因為考生能力而異, 提高考生能力估計之正確性。

由於選擇的參數不同, LTM 分為數種模式, 此處只介紹最簡單的單參數模式——Rasch's Logistic Model (簡稱 RLM)。基本上 RLM 把受試者的能力與試題難度

化成相同單位，而以個人能力與試題難度的差距來估計受試者的表現。假如受試者的能力超過試題難度，那麼他通過該試題的機率將大於 50 %；反之，則低於 50 %。因此試題難度可由通過率 50 % 的受試者所具有的能力來估計。此外 RLM 假定每個試題的鑑別度相同，且無猜測因素。RLM 提出的理論方程式如下：

$$Pg(\theta) = P(\theta, bg) = \frac{1}{1 + e^{-1.7(\theta - bg)}}$$

θ ：考生之潛在特質或能力

bg ：試題 g 的難度

$Pg(\theta)$ ：具有能力 θ 的考生通過試題 g 之機率

此方程式的基本要義乃是以相同的單位來估計考生能力及試題難度，並以數學方程式描述二者差值如何交互影響答對試題之機率，俾使對於受試者的能力及試題難度做較客觀而準確的估計。

二、Rasch's Logistic Model 的試題分析實例⁽¹⁾

中央研究院統計研究所林妙香教授於民國 79 年發表的論文⁽¹⁾——「Rasch's Logistic Model 之題庫架構與應用」中，以 RLM 分析 77 年大學聯招化學試題中 18 題單選題，刻度各題目的難易程度，其方法與結果摘錄如下：

(一) 分析程序：

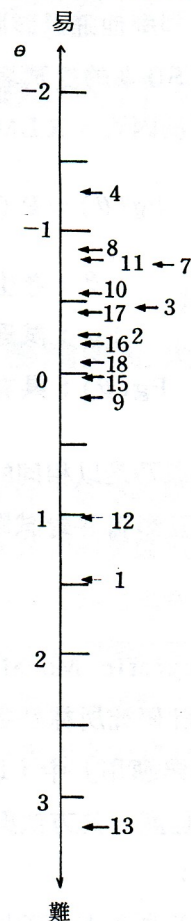
1. 以全省 82 所省市立高中學生為母群體，隨機抽取約 1000 名的受試樣本，測試 77 學年度大學聯招化學試題中的 18 題單選題（見附錄）。
2. 測試後對試題作因素分析，以檢驗是否測量單一能力或特質，並刪除作答類型異常的受試者。
3. 以 RLM 刻度所有試題的難度值。

(二) 分析結果：

1. 因素分析的結果刪除試題 5、6、14 等三題（見附錄）。
2. 試題難度值 bg 的刻度結果，如表一。

表一 RLM 的試題刻度 (77 年大專聯招化學試題單選題部份)

試題編號	難度值 bg
1	1.45
2	-0.26
3	-0.47
4	-1.30
7	-0.79
8	-0.87
9	0.20
10	-0.57
11	-0.82
12	1.02
13	3.19
15	0.08
16	-0.23
17	-0.43
18	-0.20



古典真分數理論及其分析方法

一、古典真分數理論⁽⁵⁾

在傳統的測驗理論中，假定個人在測驗上的實得分數是由兩部份所組成：真實分數及誤差分數，即：

$$\text{實得分數} = \text{真實分數} + \text{誤差分數}$$

事實上，真實分數無法正確被測量到，我們只能假定相同的受試者在標準測驗情境下，重覆測量相當多次所得的平均數就等於他的真實分數。

古典真分數理論的另一個假定是：一群受試者在測驗上實得分數的變異量，等於真實分數的變異量加上測量誤差的變異量，即：

$$s_x^2 = s_t^2 + s_e^2$$

x : 實得分數

t : 真實分數

e : 誤差分數

古典真分數理論在應用上有幾項缺點：

1. 估計試題難度和鑑別度時，會因受試群體能力差異而有影響。
2. 受試者必須接受相同的測驗題目或複本測驗，才能比較其能力差異。
3. 沒有提供受試者可能答對個別試題的機率。
4. 以全體受試者的測量標準差來估計每一個受試者的標準差，無法顧及受試者的個別差異。

二、傳統測驗理論的試題分析

爲了對照林教授的研究結果⁽¹⁾，以77年大學入學考試聯招會提供的全國四萬多名自然組考生之化學成績及作答統計等資料，進行試題的難度與鑑別度分析。

1. 試題分析的程序

- (1) 根據總分的高低次序排列試卷。
- (2) 以前 $\frac{1}{3}$ 的考生爲高分組(H)，後 $\frac{1}{3}$ 的考生爲低分組(L)。
- (3) 分別計算高分組與低分組在每一個試題的答對人數與百分比。
- (4) 難度分析

(a) 採用通過百分比分析

$$P = (P_H + P_L) / 2$$

P_H : 高分組答對率

P_L : 低分組答對率

(b) 採用等距量尺分析

假定試題所測量的特質是常態分配，將試題的難度參照常態分配表，以相等單位的等距量尺來表示。首先根據通過百分比對照常態分配表查出試題難度與平均數的差距，以標準差 σ 爲單位，再根據美國教育測驗服務社(ETS)所使用的公式加以轉換。其公式爲：

$$\Delta = 13 + 4z$$

Δ : 難度指數

z : σ 值

或者可由范氏項目分析表直接查得 Δ 值。

(5) 鑑別度分析

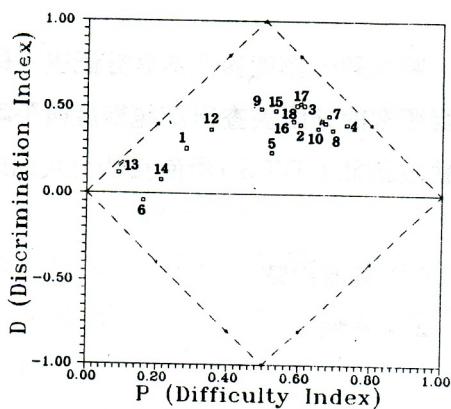
$$D = P_H - P_L$$

2. 試題分析結果：

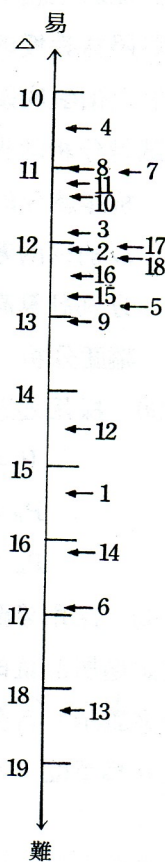
77學年度大專聯招化學試題十八個單選題題目及各選項分析詳見附錄⁽⁶⁾。各題的難度P值、 Δ 值及鑑別度D值列於表二，P與D的關係圖如圖一所示。其中第6題及第14題相當有問題，其鑑別度甚低，在RLM模式中此二題也因不符合單維性假設而被刪除。其次第5題及第13題是次一級值得探討的題目。將十八個單選題的難易度以刻度尺標示如圖二。

表二 傳統測驗理論的試題刻度

試題編號	難 度 (P)	Δ 值	鑑 別 度 (D)
1	0.28	15.32	0.26
2	0.60	12.04	0.40
3	0.61	11.90	0.51
4	0.73	10.54	0.40
5	0.52	12.82	0.24 [*]
6	0.16	16.92	-0.04 [*]
7	0.68	11.10	0.45
8	0.69	11.02	0.37
9	0.49	13.10	0.49
10	0.65	11.42	0.38
11	0.67	11.22	0.41
12	0.35	14.54	0.37
13	0.09	18.34	0.12 [*]
14	0.21	16.18	0.08 [*]
15	0.53	12.73	0.48
16	0.58	12.22	0.42
17	0.60	12.02	0.52
18	0.59	12.10	0.51



圖一 難度與鑑別度的關係圖



圖二 十八個選擇題難易度刻度尺標

結論與建議

試題分析的目的，除了提高測驗的信度與效度外，另一項重要的價值，就是用它來選擇優良試題，建立題庫，提供未來考試使用。RLM選擇符合單維性假設的試題，而傳統測驗理論可藉著難度與鑑別度的評鑑作為選題的依據。林教授的研究中，不符合單維性（即非測量單一特質）而被刪除的試題共計三題。比較傳統測驗理論的分析結果，這三題均屬於鑑別度非常低，須淘汰或修改的試題。惟根據後者的分析結果來選題，須界定難度及鑑別度的標準，以大學聯招約30%的錄取率來看，可能會淘汰一些難度偏高或偏低及鑑別度低於0.3的試題，淘汰率較高而且無較準確的計量分析做依據。

比較RLM與傳統測驗理論的試題分析結果，可以發現兩者對於試題之間難度差異雖有不同的刻度，但在反應試題的難度層次排列順序上卻不謀而合。首先從兩種分析過程所選取的受試樣本來看，兩者均為高度異質性的團體，符合理論的基本假設。此外樣本人數夠大，測驗成績的分佈趨近常態分佈，因此兩者所得的結果具有相當的可信度。

潛在特質理論應用上最大的特色在於對受試者能力的估計，測驗的等值化及題庫的建立等。就估計考生能力而言，RLM之優點為：其能力估計值能反應試題難度層次性的差異；但古典測驗理論則以答對相同題數代表相同能力。有些人誤以為只要使用潛在特質理論的模式來刻度試題及估計受試者能力，即可排除樣本及試題的干擾，事實上不然。只有在以LTM建立題庫之後，從題庫中隨機抽取任何試題，對受試者的能力刻度不受試題影響；同樣地以一高度異質性團體為母群體，隨機抽取任何受試者，對試題樣本的刻度不會受到受試者的影響，讀者在應用時必須瞭解它的意義及限制。

傳統測驗理論由於無法排除受試樣本及試題樣本的影響，因此試題分析的可靠性經常受到質疑；潛在特質理論雖然較能排除前述二者的干擾，但是也必須選擇高度異質的受試樣本，方能得到較客觀的結果。此外潛在特質理論在應用上有許多限制，如試題不易滿足假設的要求，試題的命製不易及模式適用性等等。古典測驗理論由於意義簡明，使用方便，如果慎選人數適當及具有高度異質性團體做為樣本，同樣能獲得客觀、可信的分析結果，做為研究的參考依據。

誌謝

感謝國家科學委員會專案NSC-81-0111-S-003-11之補助及自然科學指標規劃小組成員的運作，並謝謝林妙香教授的寶貴意見。

參考資料

1. 林妙香(民79),“Rasch's Logistic Model之題庫架構與應用”,中國測驗學會年刊,第37輯,97-112頁。
2. 吳裕益(民77),“潛在特質理論及其應用”,國立高雄師範學院教育研究所,教育研究。
3. 許擇基、劉長萱、何榮桂(民79),“試題作答理論簡介”,中華民國入學考試中心。
4. 黃國彥、王以川(民76),“潛在特質理論及其應用”,中國測驗學會年刊,第34輯,147-158頁。
5. 郭生玉(民74),“心理與教育測驗學”,台北:精華書局,258-284頁。
6. 方泰山、羅美珠,“高中化學概念分析與76~78學年大學聯招化學試題之探討研究”,國科會大學生暑期參與專題計畫及NSC-80-0110-S003-3計畫。

附 錄

大專聯招77年度化學科試題單選題及其統計資料:應考人數43309人之統計數字(77年度大學聯合招生委員會研究報告)⁽⁶⁾(註:選目上打“*”為參考答案)

七十七學年度大學暨獨立學院入學考試

化 學 試 題

1. 下列化合物中溶於水後,具有顏色,且有不成對電子者為:

(A) KMnO_4 (B) CuSO_4 (C) K_2CrO_4 (D) $\text{Ag}(\text{NH}_3)_2\text{Cl}$

組 別	選 目					D	P
	A	B*	C	D	未答		
高分組	6.55	13.68	3.15	4.35	5.70	0.26	0.28
低分組	6.48	4.99	8.26	7.63	6.26		

2. 下列四項有關酸鹼滴定的敘述，何者**不正確**？

- (A)在酸鹼滴定中利用指示劑觀察到的終點與當量點不一定相等。
 (B)酸鹼滴定達到當量點時，溶液呈中性反應。
 (C)一般強酸的滴定可選用變色範圍在 pH 值 8 ~ 10 之間的酚酞當指示劑。
 (D)用 0.1 M 的 NaOH 溶液滴定 0.1 M 的醋酸溶液，達滴定終點時，溶液會使石蕊試紙變藍。

組 別	選 目					D	P
	A	B*	C	D	未答		
高分組	0.09	26.46	6.32	0.26	0.31	0.40	0.60
低分組	1.41	13.21	14.07	3.70	1.21		

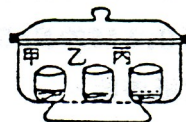
3. 吾人發現一莫耳的化合物 A B 全溶於一公斤的水中，並解離為 A^+ 及 B^- 離子。此時，水溶液的凝固點為 -1.75°C 。若水之莫耳凝固點下降常數為 $1.86^{\circ}\text{C}/\text{m}$ ，則此化合物在水中之解離度為：(A) 100 % (B) 88 % (C) 68 % (D) 48 %

組 別	選 目					D	P
	A	B*	C	D	未答		
高分組	0.54	28.76	0.73	2.14	1.27	0.51	0.61
低分組	2.21	11.78	5.21	6.87	7.51		

4. 於電解實驗中，某生於 2.0 M 的硫酸銅溶液，插入二純銅片分別做為正、負極，經過一段時間的直流電後，其中一電極析出的物質為 1.6 克。試問所通過的電量為多少庫侖？（原子量：O = 16，S = 32，Cu = 64）
 (A) 9650 (B) 4825 (C) 2412 (D) 1206

組 別	選 目					D	P
	A	B*	C	D	未答		
高分組	0.45	31.09	0.81	0.45	0.62	0.40	0.73
低分組	3.29	17.61	5.88	2.35	4.45		

5. 於甲、乙、丙三個100毫升的燒杯中，分別加入三種不同溶液。甲：300毫升1.00 M氯化鈉溶液；乙：20.0 毫升1.50 M氯化鈉溶液；丙：10.0 毫升3.00 M氯化鈉溶液。並將三燒杯置於如右圖的密閉容器中，經充分的時間，整個系統達平衡後，試問三個燒杯中的溶液體積是：



- (A)一樣多 (B)甲燒杯中最多
(C)乙燒杯中最多 (D)丙燒杯中最多

組 別	選 目					D	P
	A*	B	C	D	未答		
高分組	21.20	1.25	0.40	9.21	1.36	0.24	0.52
低分組	13.32	4.44	1.57	12.14	2.11		

6. 將1.0 毫升的0.20 M的鹽酸溶液分別加入4.0 毫升下列各溶液中，何者的pH 值改變最小？

- (A)純水
(B)醋酸(0.10M)和醋酸钠(0.10M)的緩衝液(醋酸的 K_a 值為 1.8×10^{-5})。
(C)0.10 M的氫氧化鈉溶液。
(D)0.10 M的硫酸溶液。

組 別	選 目					D	P
	A	B	C	D*	未答		
高分組	0.38	27.12	0.27	4.84	0.82	-0.04	0.16
低分組	2.08	19.97	2.17	6.09	3.30		

7. 今有三支相同的鐵棒，其中甲鐵棒和乙鐵棒分別以金屬線接上鋅棒和銅棒，丙鐵棒則不接其他金屬棒，試問有關三支鐵棒之相對腐蝕速率，下列敘述何者為正確？

- (A)三支均相同 (B)甲最慢 (C)乙最慢 (D)丙最慢

組 別	選 目					D	P
	A	B*	C	D	未答		
高分組	0.65	30.37	1.57	0.48	0.36	0.45	0.68
低分組	4.02	15.22	8.02	4.23	2.09		

8. 假設某液體 1 克上升 1°C 需熱量 1 卡。今用燒瓶稱此液體 100 克，用熱源加熱（假設每分鐘提供的熱量固定並被完全吸收），10 分鐘後，將熱源移開，稱重為 96 克。則 1 克液體汽化所需熱量是：

(A) 約 833 卡 (B) 約 2000 卡 (C) 約 2500 卡 (D) 約 20000 卡

組 別	選 目					D	P
	A	B*	C	D	未答		
高分組	0.51	29.11	0.31	0.91	2.59	0.37	0.69
低分組	3.77	16.89	3.11	1.77	8.04		

9. 在同一當量濃度下，下列那一鹽類的酸性最強？

(A) Na_2SO_3 (B) NH_4NO_3 (C) KClO_4 (D) $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$

組 別	選 目					D	P
	A	B*	C	D	未答		
高分組	0.76	24.45	5.07	2.23	0.92	0.49	0.49
低分組	3.28	8.17	15.37	3.32	3.43		

10. 下列那一種方法，無法將暫時硬水之鈣、鎂離子去除？

(A) 加入 HCl (B) 加入 $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COONa}$ (C) 加熱至沸騰 (D) 加入 Na_2CO_3

組 別	選 目					D	P
	A*	B	C	D	未答		
高分組	28.14	3.02	0.71	1.18	0.38	0.38	0.65
低分組	15.44	8.41	4.41	3.85	1.47		

11. 在常溫常壓下，下列物質之分子量何者最大？

組 別	選 目					D	P
	A	B	C*	D	未答		
高分組	0.43	3.24	29.28	0.28	0.20	0.41	0.67
低分組	4.52	10.31	15.47	2.05	1.24		

12. H_2 與 NO 反應產生 N_2 及 H_2O 為一不可逆反應。此反應之 H_2 及 NO 起始分壓分別為 300 mmHg 及 100 mmHg。反應速率 (r) 測量的結果發現起始速率為 NO 反應掉一半 (50 mmHg) 時速率之 4.8 倍。下列那項反應速率定律與此觀察最吻合？ (k 為常數)

(A) $r = kP_{H_2}P_{NO}^2$ (B) $r = kP_{NO}^2$ (C) $r = kP_{H_2}^{1/2}P_{NO}^2$ (D) $r = kP_{H_2}P_{NO}$

組 別	選 目					D	P
	A*	B	C	D	未答		
高分組	17.80	0.86	5.86	1.13	7.79	0.37	0.35
低分組	5.59	3.16	8.09	3.10	13.67		

13. 0.010 莫耳之 PCl_5 溶於水中，配成 100 毫升之水溶液，取出 25.0 毫升。試問此溶液可與多少毫升之 0.10N 氫氧化鈉溶液反應？

(A) 25.0 (B) 75.0 (C) 125 (D) 200

組 別	選 目					D	P
	A	B	C	D*	未答		
高分組	3.51	9.98	8.38	4.96	6.61	0.12	0.09
低分組	8.87	5.72	10.44	1.10	7.46		

14. 於常溫下，分別從貼有標籤為 NO_2 及 CO_2 的兩鋼瓶中吸入等體積氣體於 A 及 B 兩注射筒內。兩注射筒的壓力，一直保持與外界壓力一樣。下列之敘述何者正確？

(A) 於常溫下 A 內 NO_2 的分子數等於 B 內 CO_2 的分子數。

- (B)於冰水中，A內氣體的體積大於B內氣體的體積。
 (C)於熱水中，A內氣體的體積小於B內氣體的體積。
 (D)將A由熱水中移至冰水中，其顏色由深轉淡。

組 別	選 目					D	P
	A	B	C	D*	未答		
高分組	19.75	0.69	0.88	8.44	3.68	0.08	0.21
低分組	17.53	1.91	1.94	5.80	6.44		

15. 設苯和甲苯互溶形成理想溶液，在 25°C 時，苯的蒸氣壓為 a 毫米汞柱，甲苯的蒸氣壓為 b 毫米汞柱。下列敘述何者為正確？

(A) $b > a$

(B)當溶液中苯的莫耳分率為 0.5 時，溶液的蒸氣壓為 $\frac{a+b}{2}$

(C)苯和甲苯混合互溶的過程為放熱反應。

(D)苯和甲苯之分子間沒有作用力。

組 別	選 目					D	P
	A	B*	C	D	未答		
高分組	0.50	25.54	1.34	3.83	2.24	0.48	0.53
低分組	2.59	9.47	5.52	6.23	9.80		

16. 有關哈柏法製造氨的反應， $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \xrightleftharpoons{\text{催化劑}} 2\text{NH}_3 + \text{熱}$ ，下列敘述何者為正確？

(A)反應速率 $r = k [\text{N}_2][\text{H}_2]^3$ 。 k 為反應速率常數，只與溫度有關。

(B)溫度升高，氮與氫的碰撞頻率增快，平衡向右移，有利氨的生成。

(C)常用鐵粉為催化劑，摻混少量氧化鉀和氧化鋁可增強鐵粉催化能力。

(D)使 1 莫耳的氮氣和 3 莫耳的氫氣的混合氣體，在 500°C ，500 大氣壓時，通過適當的催化劑，則生成 2 莫耳的氨。

組別	選目					D	P
	A	B	C*	D	未答		
高分組	1.09	0.50	26.25	4.79	0.80	0.42	0.58
低分組	3.43	5.04	12.24	10.44	2.47		

17. 具有分子式為 $C_4H_{10}O$ 的有機化合物，可能含有數種異構物，這些異構物：

(A)含有四種醇類 (B)含有醛類 (C)含有兩種醚類 (D)皆可經過氧化而變成羧酸。

組別	選目					D	P
	A*	B	C	D	未答		
高分組	28.58	0.72	3.37	0.26	0.53	0.52	0.60
低分組	11.28	4.54	9.50	4.15	4.19		

18. 鉛酸電池在放電過程中：

(A) PbO_2 之量增加 (B) Pb^{2+} 被氧化為 Pb^{4+}
(C) SO_4^{2-} 同時向陰極及陽極移動 (D)水和硫酸濃度都減少

組別	選目					D	P
	A	B	C*	D	未答		
高分組	2.25	0.75	28.13	1.65	0.66	0.51	0.59
低分組	6.37	5.76	11.11	4.90	5.53		