

一種記號的科學技術稱為數學及 它在教育中的角色

A. J. Bishop著

金 鈴譯

國立台北工業專科學校

“數學在教育中的角色”是個非常重要的主題。因為，我們漸漸地發現：

- (1) 大家都認定數學是一個學校裡非常重要的學習科目。
- (2) 大部分人認為數學很難學。

現在，我將從一個人類學的角度來關注這個問題。這是由於我已經針對“文化衝突”的情境中的數學學習做了許多的探討。在這樣的情境中，學習者的生活文化迥異於他們的學校文化。或許，這是因為他們生活在殖民社會，如非洲、南美洲，或生活在少數民族的社團，如澳洲土著、美洲土著、北歐土著，或是西方社會的新移民之故。想要了解他們學習數學的問題，就必須從“數學是一種文化的產物”的觀點來考量。

我的研究（1988）顯示，有一些以環境為導向的基本活動，對於數學知識的發展是相當重要的。這些活動就是：計算、定位、測量、設計、把玩和解說。接著，我 p.2 將用一些不同文化背景的例子來分別說明這幾個活動，以揭示它們不但到處可見，而且它們對於數學了解的發展是非常重要的。

1. 計算（Counting）

計算是人類學文獻中最常被研究的數學活動。物體與數的關連，是有一段很長的歷史源由的。在不同地方的原住民身上發現了許多事例。Harris（1980）在對土著數學的調查中指出一種“1、2、多”的計數方式。雖然，有點誇張，却也說出了部分的事實。另外，“大部分的澳洲語言只有兩、三種基數”的現象却說明了“肢體計算”的使用——是“指算”的一種推廣。她指出，西方數學常強調大數目的計算，而土著們却只關心一些小數目字。這充分地說明了在他們的母語中，對小數目字的過分關注。

在巴布亞、新幾內亞，它是一個由許多不同種族組成的國家，Lancy（1983）調查出了225種不同的計數方式，可大致區分成以下四類：

第一類 一種用身體部位的記數方式（見圖1）。

第二類 一種用籌碼的記數方式，如芒草（見圖2）。常用的底數是2和5。

第三類 一種用 5 和 20 組合數的記數方式，如兩手一脚表示 15。

第四類 一種用 10 為底的分離數的記數方式。

這些充分地說明了：並非只有一般所使用的“教化的”記數方式，由於環境上的需要在各個不同的社會中，的確存在許多不同的記數方式。例如：圖 2 中的秘魯結繩文字。

其它的例子如：許多不同形式的算盤，印度的梵文數學，和許多不同種類的數形。計算和記數很明顯的是一種世界性的、普遍的人類活動。

2. 定位 (Locating)

定位是個標示或標定個人生活、居家的環境有關的活動，能將許多的事物關連起來才不致於迷失於旅行之中。不同的社會會有他們自己的標示環境的方式。不同的社會有

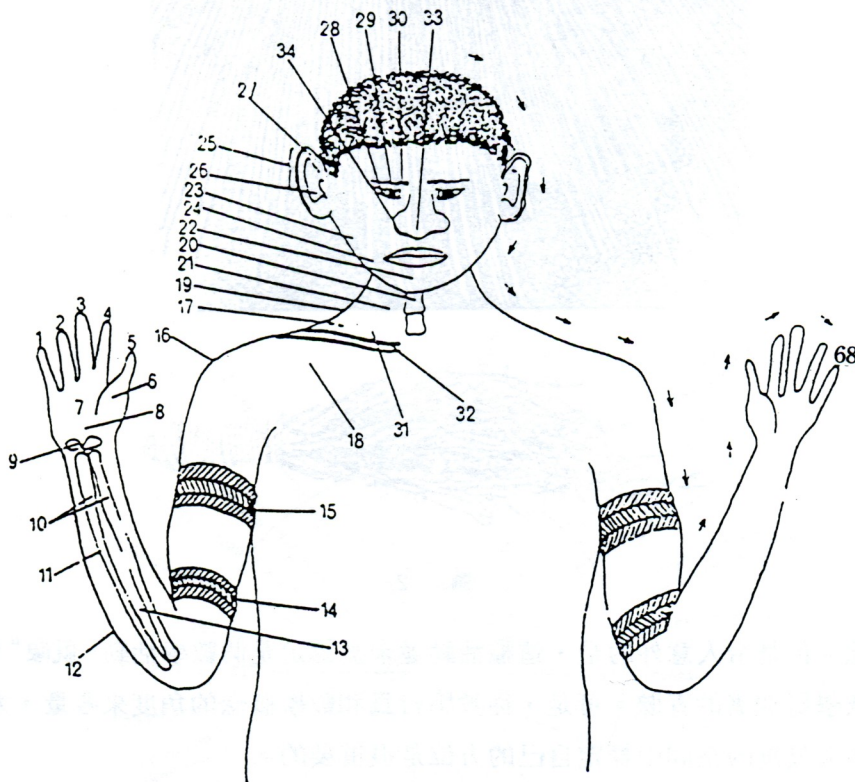


Illustration of a half revolution Papu

Quipu from Aicher (1981)

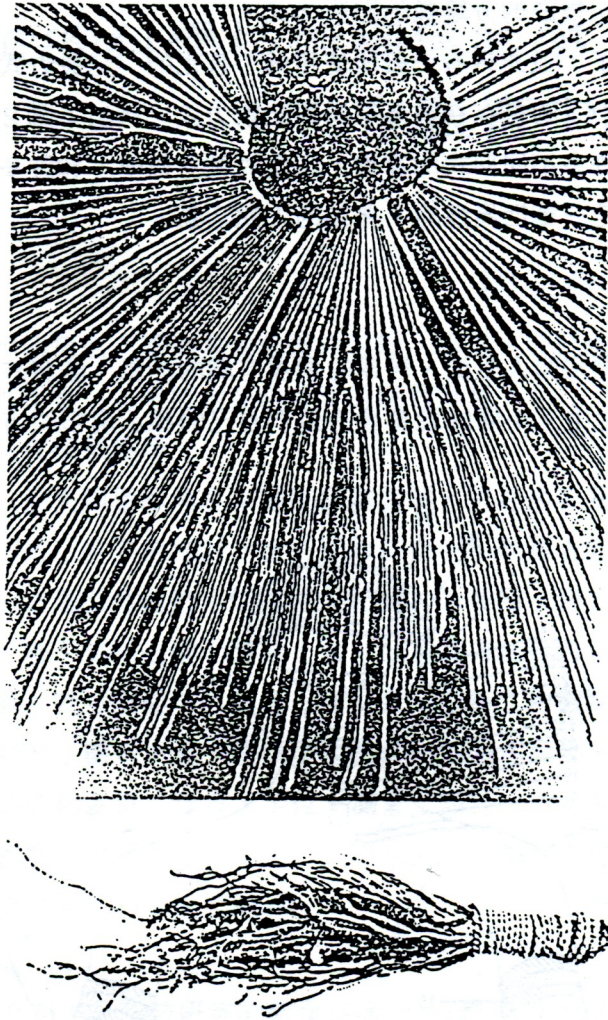


圖 2

不同的象徵。但是令人意外的是，這種活動並未被認定是個數學活動。就像“數”一樣，也未引起數學研究者的青睞。可是，從數學行為和數學概念的角度來考量，尤其是在幾何學中，在大尺度的空間中標定自己的方位是很重要的。

土著們有他們獨特的標定地界的方式，這在澳洲是個多年的傳說。有個數學家問土著，當他們迷失時怎麼辦？土著說：“我們就走回家呀！”對他們而言並無所謂的“迷失”！Lewis（1976）的研究指出，某些土著具備一種“天生的羅盤系統”，就像有些研究者指出“在白人之前，土著們早已經知道東、西、南、北的方位了”。他們談論

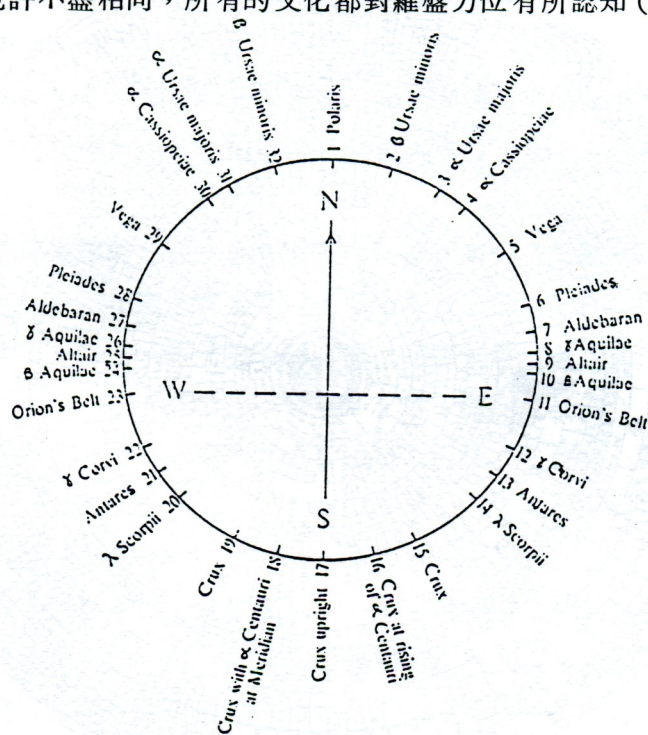


圖 3 美國南州人的星形羅盤

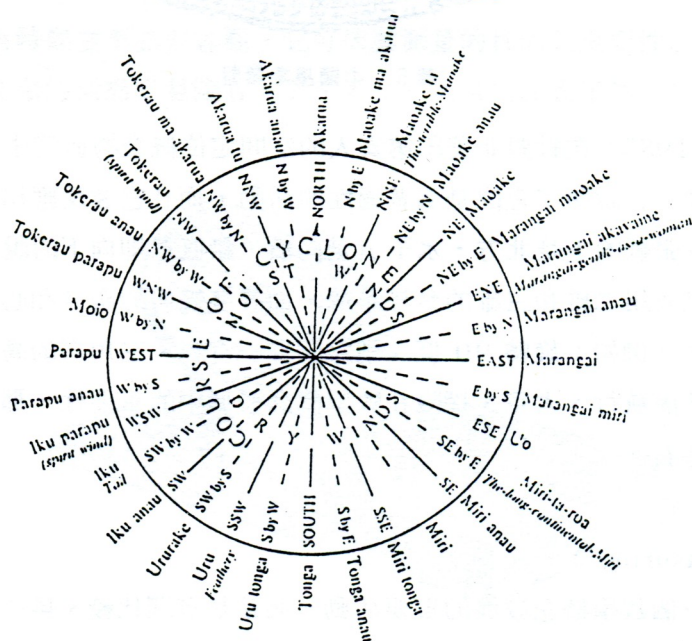


圖 4 Cook 島的旋轉羅盤

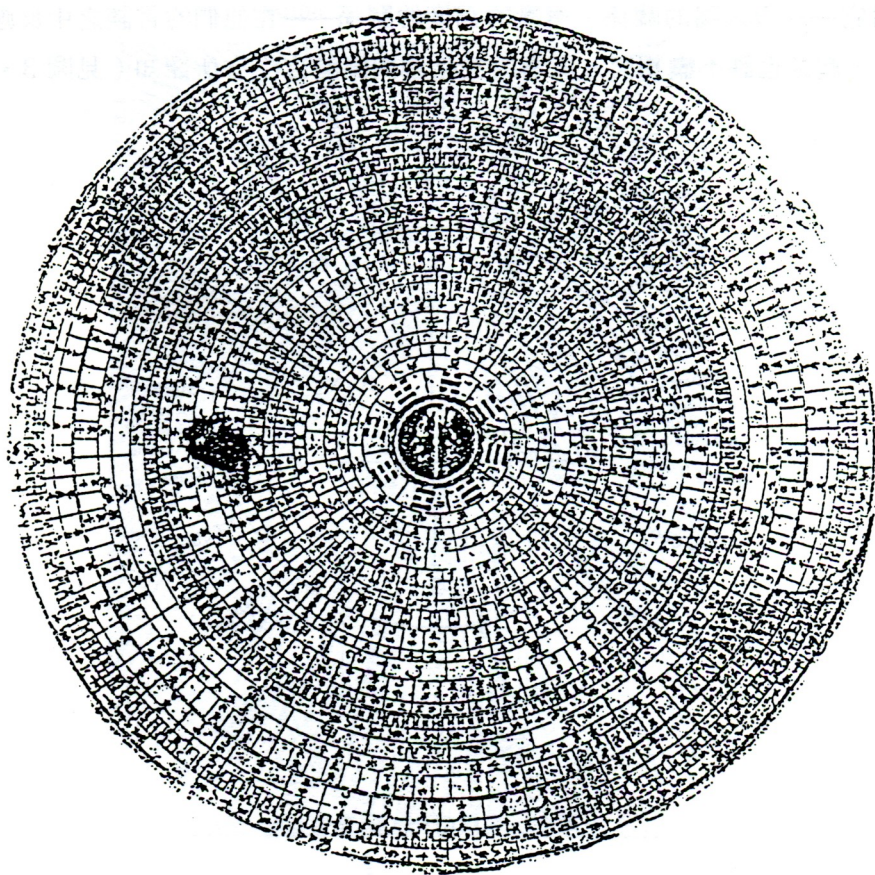


圖 5 中國星象羅盤

Dinxten (1983) 在針對北美印第安人的空間定位概念的研究中，建立了這些印第安人的空間哲理。它說明了定位是個普遍性的活動，而且它還反應出豐富的幾何概念和語言。那麼，一張紙的上是北方，水平就是向橫，鉛直意即向下的說法，也就不足為奇了。所以，我們使用二維和三維的坐標系統，而許多幾何的語言和心像是來自空間中位移和位置的概念。例如：旋轉 90 度、兩點間畫一直線、三角形的高、旋轉等。

若是我們考慮航行、太空、探險在數學概念發展中的重要性，那麼，定位應該是數學知識的一個基石。

3. 測量 (Measuring)

測量是另一個數學概念發展的重要活動。測量是有關比較、排序和做價值判定，而且每一個社會都有它自己重視的事物。Harris 的調查顯示了某些出自於技巧和需要的

特性：

“人類經由心像或眼睛來測量，很少人無法經由看衣服的大小尺寸，來為親人買衣服，而且常常選對了尺寸。”

經由眼睛來估測事物，顯然是一種普遍的非語文的技巧。當質的要求和數量提高了，語言便發展出來描述次序的字眼（如第一、第二、第三等），形容詞變成了名詞（如“重”變成了“重量”）。

關於單位和單位系統的發展，也有明顯的演進。由強烈的環境和社會需求，到精確的測量。Gay 和 Cole（1967）曾提及一種 Kpelle 人常用的度量米的單位“Kopi”，而且他們量米的技巧遠勝過一些美國的研究者。同時，他們也指出了如何組合不同的單位。例如：一個籃子中有 24 杯米和一個 Tin（另一種度量單位）44 杯米，這和實際的計算很接近。米是 Kpelle 人很重要的日用品，因此，它含有一定程度的內在一致性和複雜性。

Zaslavsky（1973）也曾提及以身體度量的方式來測量長度（烏干達的 Ganda 人用一種叫 Mukono 的來測量長度，就像腕尺——由肘到中指尖的長度）；一個籃子可盛約 10 磅物重、一包咖啡豆和一束馬鈴薯。這些都是當地人用以度量的單位。由於不夠精確，其中仍有議價的空間。她引用了一句古衣索匹亞人的諺語“每量十次就等於扯裂一次衣服”。

所以，精確有時候並不必要客觀，它可依其測量的目的和重要性而定。但是，所有的社會均會從事測量的活動（見圖 6、7、8）。測量也就成了另一種非常自然的普遍的數學活動。

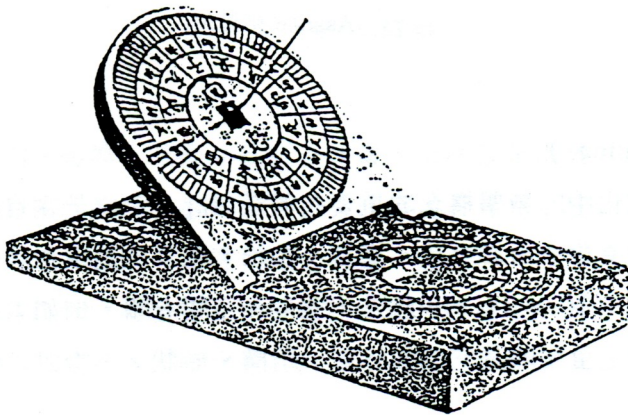


圖 6 中國輕便式日晷

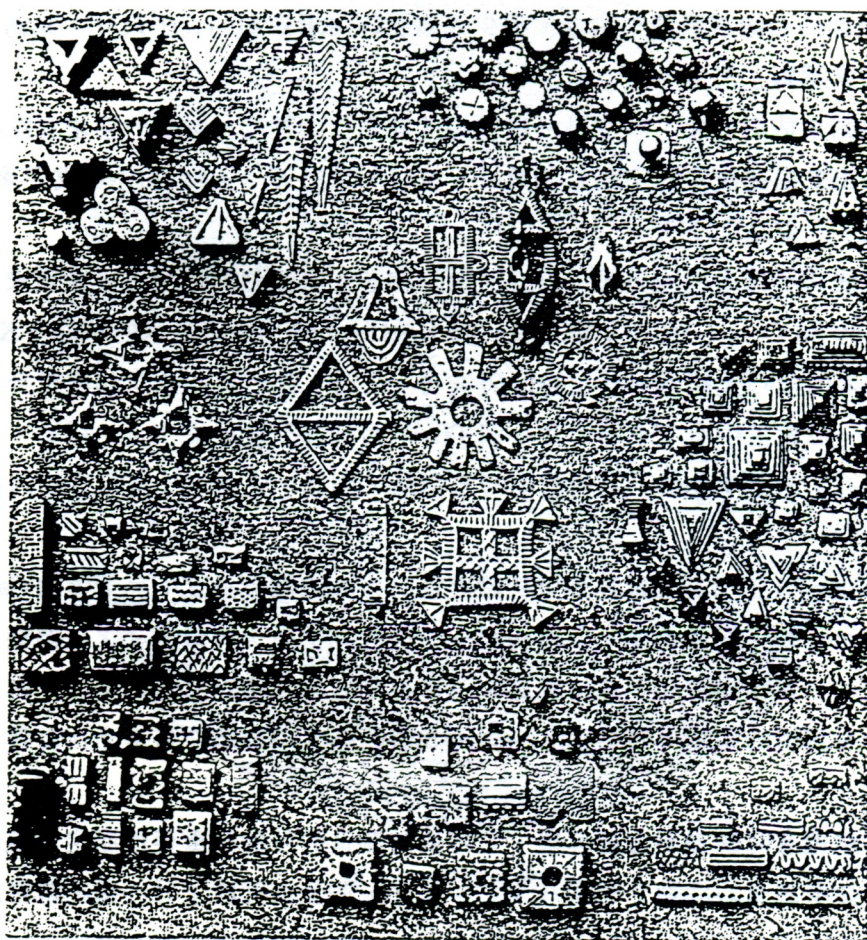


圖 7 Asante 測量規

4. 設計 (Designing)

另一個所有文化中的數學概念的重要起源是設計。定位是在自然環境中為自己定方位，而設計則是在文化中由於生活、交易、裝飾、戰事、遊戲和信仰的目的而製造的手工加工品（見圖 9、10、11）。此外，它也和空間有關，例如：房子、村莊、花園、道路和城鎮。數學上重視的是它們的計畫、結構、形狀、事物與目標的空間關係、抽象的形式和過程。

另外，這些事物也可以當作設計的表徵。人類當然有其它表徵設計的方式。最常見

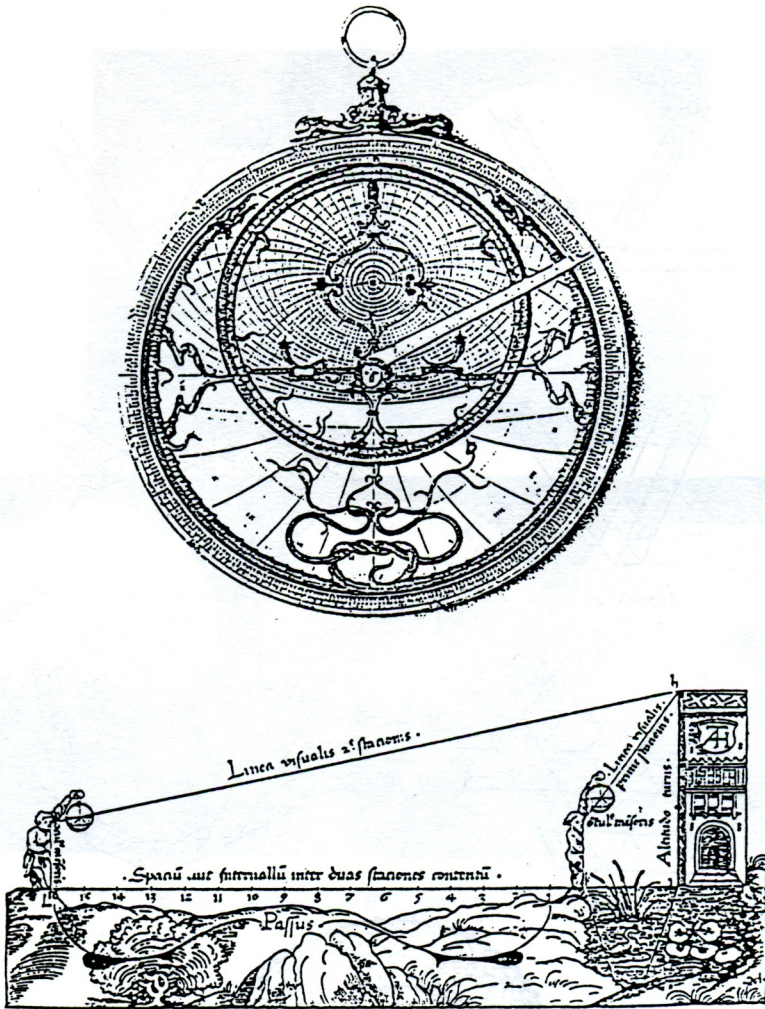


圖 8 觀象儀和測量

的是在沙中畫畫、石刻、鑄模，其後才在紙上作畫。這些都是由於考慮設計形式的特徵而創造出來的，而不需要直接去製造形狀。當我們需要設計大尺度的事物時，這種需求就更加強烈。例如：農地、花園、石塔和紀念碑等。而材料的取得難易或貴賤也是很重要的因素。我們很容易看到由於環境和社會的需要而發展出來的設計活動。這些活動創造了有關形狀、大小、尺度、幾何概念等許許多多重要的數學概念（見Gerdes, 1988）。

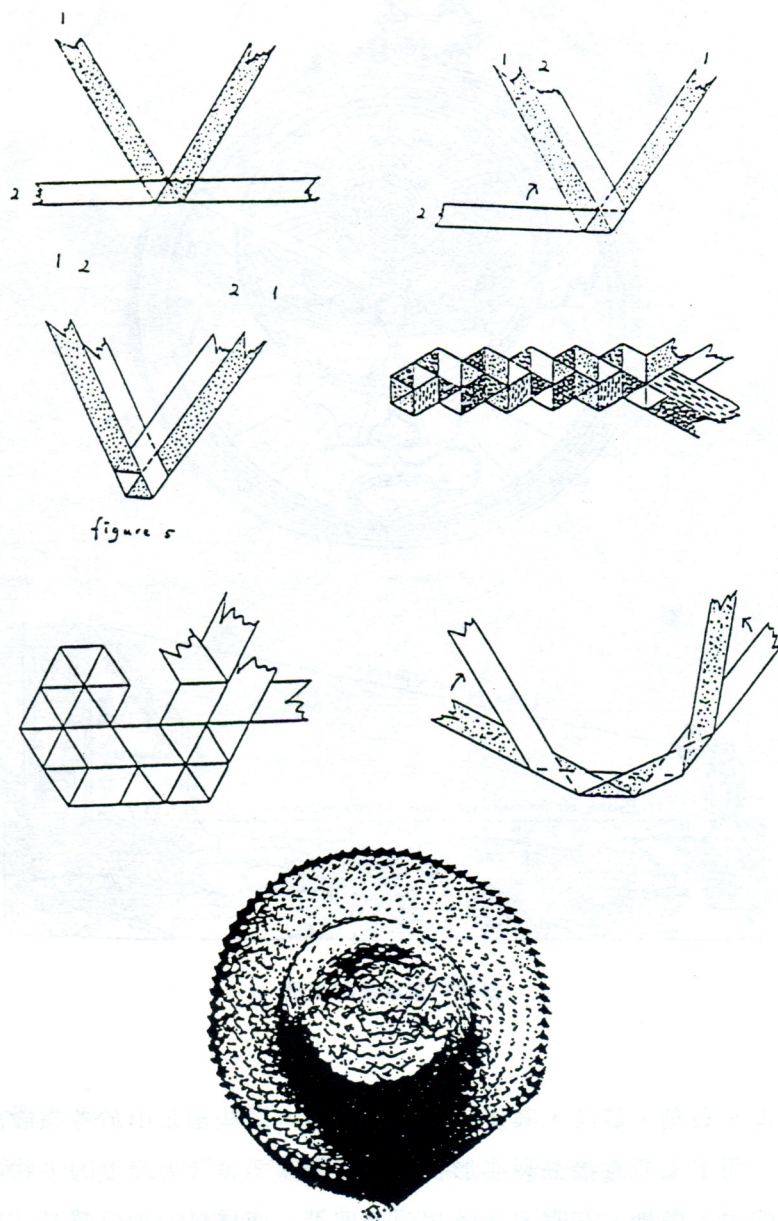


圖 9 草編中的幾何

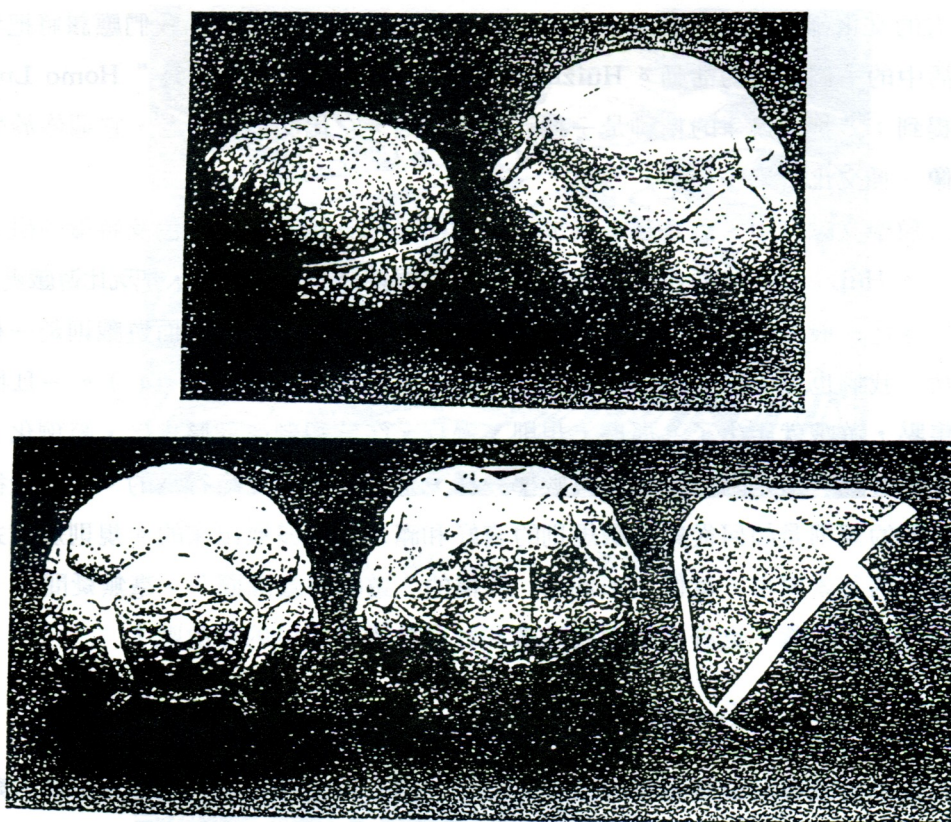


圖 10 一組蘇格蘭新石器時代的“柏拉圖體”

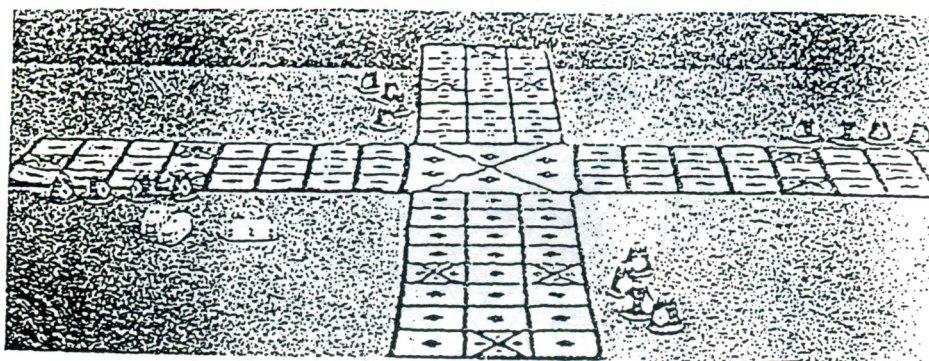


圖 11 珠飾雙骰遊戲盤

5. 把玩 (Playing)

所有的文化都會把玩，更重要的是，他們都很認真地把玩呢！我們應該將把玩看成文化生活中的一個重要的活動。Huizinga (1949) 在他的一本名為“Homo Ludens”的書中提到：“把玩競爭的精神是一種社會的動因，它比文化還古老，它遍佈於生活之中，就像一種文化酵素……”。

在人類學文獻之中，許多是有關於遊戲的描述、分析和它的角色及特徵的研究。有趣的是，依 Huizinga 的看法，把玩的許多特性很接近遊戲。但是，把玩比遊戲更廣義。把玩就好像是一般的活動（這就是為什麼我選它作為本節的標題）而遊戲則是一種形式化的把玩。我們也可以將遊戲看成把玩的一種表徵（見圖 12、13、14）。一旦玩的形式成了焦點，遊戲就產生了。那麼，規則、過程、作業和判準就形式化、範例化了。數學始終重視遊戲，這是因為，它們與數學一樣，是用規則來規範行為的。如此就很容易想像，數學的規則是如何從對遊戲規則的喜好和滿足之中發展出來的。規則規範式的行為，是遊戲的基本要求。就像 Huizinga 所稱的“遊戲的魔圈圈”。毫無疑問的，人類無論老少都喜歡遊戲，也許這是因為遊戲和社會結構很相似的緣故吧！

6. 解說 (Explaining)

第六個也是最後一個普遍性的活動，我稱它為“解說”。就是這個活動將人類的認知提升，而不僅僅是一些環境經歷而已。就像“把玩”一樣，它是一個社會的活動而不僅僅是身體的、環境的活動。

解說是一個揭示現象與解釋之間的關連的活動。一如 Horton (1967) 說它“基



圖 12 愛神與 Anberos

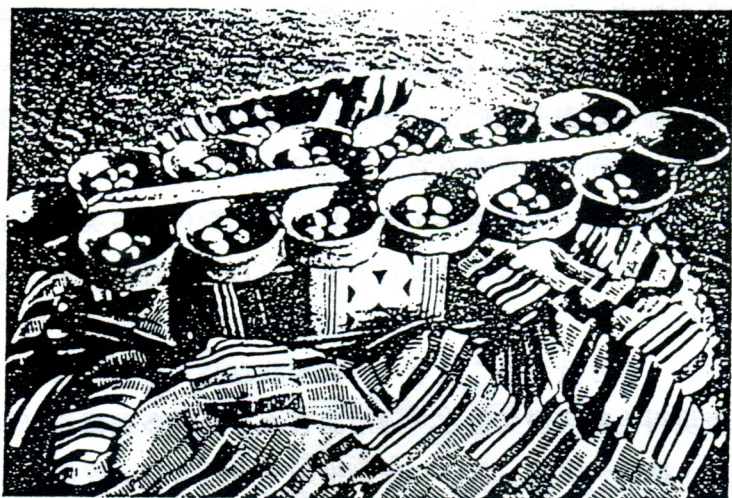


圖 13 迦納 Asante 人的遊戲盤

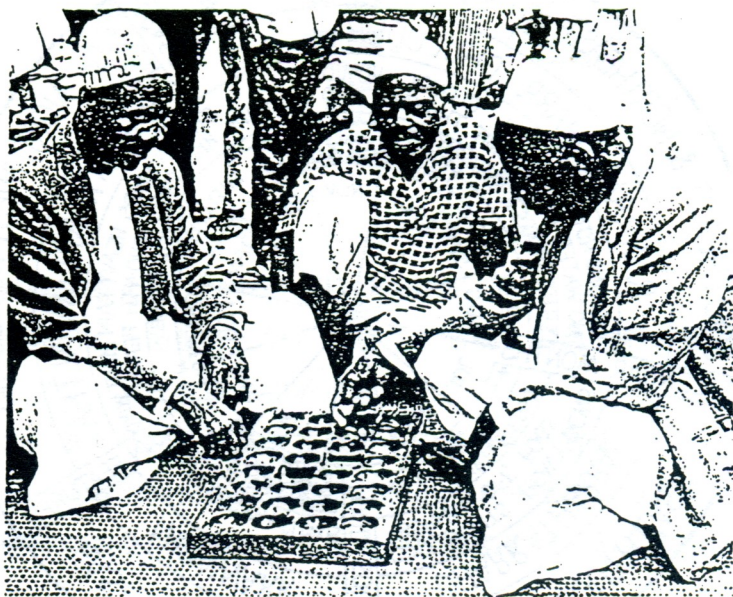


圖 14 一種名為 Bao 的遊戲

宇宙觀和信仰在此時變得很重要，所以，我們不可以只把自己限制在證明的思考之中。所謂的“巴斯卡三角形”展現了二項式係數間的關係，早在巴斯卡之前，就已為中國的數學家所知悉了（見圖17）。魔術方塊、數字邏輯和星象邏輯的預測，在數學的解說活動之中也佔有一席之地（見 Ronan, 1981）。

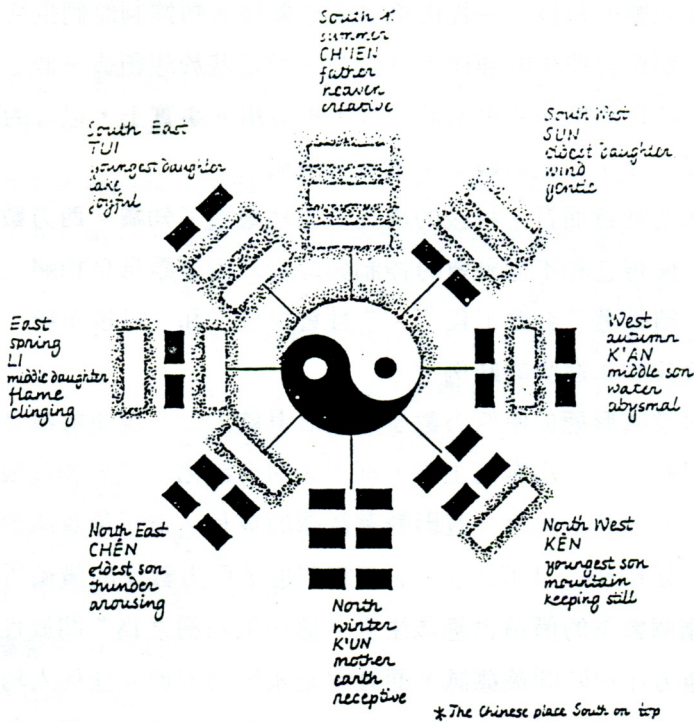


圖 16 中國的易經卦

7. 一種記號的科學技術（A symbolic Technology）

以上就是我所提出的六種世界性的、普遍性的活動。因為它們的普遍性，數學也就以某種形式、某種程度、某種意義存在於這些文化之中。

那麼，這些如何幫助我們了解數學在教育中的角色呢？首先，我們必須了解我們所教的數學只是經由一種特別的文化的歷史所發展出來的一種特別的數學。就像西方歐洲的數學，只是一種特別的文化的形式。它是有別於中國數學、印度數學、回教數學，和其它形式的數學。

此外，它不只是某些符號和表徵的組合而已。西方數學的文化現象是不能和它的文化及社會歷史分開的。它是一種經由不同社會的人類長年與物理環境相互作用下的產物。今天我無法在此詳述，你們將可以熟識大部分的情形（雖然，某些歷史現在正在被批評

和重寫之中，見 Joseph, 1987)。

一個爲人類學家所支持的觀點是：科技的成長對文化發展的意義。我們已經在設計和測量這兩個活動中看到了部分的答案。它也是因果解釋的源由（一些單純科技的方法促使因果律經由一種非自然的事物來經歷它）。而且，有部分的科技發展是屬於數學領域的。數學是一種記號的科技——經由符號化來擴展人類控制他們生活環境的能力——如物理科技促使人類做物理化的運作。科技的進步是基於想創造一個已設定好了的人工化環境的意念。比起自然環境它更易於掌握，更有用。事實上，這樣的環境也控制著我們。因此，也會塑造文化知識的觀念、態度和價值。

對高度工業化的社會而言，科技的成長有力地塑造了知識。西方數學的發展也因此經由科技的進步，使得它和不同社會的控制與進步的價值觀息息相關。以數學爲基礎的社會現象的解釋，領導著“社會工程”、“社會科技”和“科技系統”等社會科學的成長，是個說明社會控制和進步的好例子。

有兩種特別的意識形態促使西方數學成爲最具威力的“現象解釋者”——理性主義，即邏輯的精神和規範，另一爲客觀主義，即現象的客觀化。世界物質觀深深地影響著整個西方的文化歷史。理性主義也一直影響著數學的成長。這兩種意識形態助長了西方社會中數學的形成（見 Kline, 1972 ），而且它們也是西方數學的價值所在。

我認爲另外兩個數學的價值也應該注意。第一個我稱之爲“開放性”。它是說數學的真理可在任何地方任何時間被測試，而且它是永恒的真理。任何人均可學習數學遊戲的規則。另外，不妨想想數學活動中常用的字眼：“若是”、“假如”、“設”，這些都是開放性的、假設性的數學語言。另一個價值是“神秘”。雖然，數學知識本身具有開放性，但是，數學仍存在著些許神秘的氣息。無論你是學生、路人、數學家，你仍不免懷疑：什麼是數學？就如羅素（Russell）所言：“數學是一種我們永遠不知道我們所談論內容和這些內容真偽的學科”。就因爲數學是神秘的，所以，數學家 and 他們所做的事也是神秘的。他們有時候似乎也樂於如此。這些與控制、進步、理性主義、客觀主義、開放性、神秘性有關的價值，都是西方數學的一部分。他們真的是西方數學的一部分，以致於我們視其爲當然。就像數學是一種記號的科技，若想去了解數學是文化的一部分，了解西方數學的社會和文化的價值。我們必須跳開自己的文化，而更專注於其它的文化。所以，從今天這個研討的主題的觀點來看，我認爲數學對於教育應該有以下三種文化的貢獻：

- (1) 強調數學是一種文化的科技，以增強人類的能力。

- (2) 養成某些文化價值。
- (3) 讓學生了解數學是隨著世上不同人種對於所共同關心的問題的一種反應而發展的，進而認識到數學活動的普遍性和世界性。

8. 結論

我深信一般學校、學院和大學的數學課程，都必須反應出這些文化的觀點。尤其是肩負數學教育重任的人，更應：

- (1) 強調數學概念意義的發展，而非數學技術的教學。意義的發展應建立在不同概念間的關連之上。如此，我們必須將數學概念與學習者的實際生活知識給關連上。數學在教育中應是“科學方法”，而不僅僅是“方法”而已。
- (2) 強調“用”數學，將它看作一種解說現象的方式。模式是很重要的，它們就像是一連串的實際世界中的現象，可用來展示數學的說明威力。
- (3) 教育學習者關於西方數學的價值，並將屬於他們自己的文化遺產介紹給他們了解。幫助他們了解西方數學知識的限制與貢獻。
- (4) 運用以下的觀點來促進教學：
 - (a) 其它文化中的數學概念的探究。
 - (b) 不同數學歷史中的研究計畫。
 - (c) 實際生活中的問題。
 - (d) 研究計畫的報告。
 - (e) 學習者之間的討論。
- (5) 將數學課程加廣，以呈現更多的科際關連，並強調前述 6 種世界性、普遍性的活動。

最後，也是最重要的是，我們要專注於一個不只是教數學的情境，而是一個一般的、自然的數學教育的情境。這個對我而言，應該是數學在教育中最主要的角色。

BIBLIOGRAPHY

- Bishop, A. J. (1988). *Mathematical Enculturation : A Cultural Perspective on Mathematics Education*. Holland : Kluwer.
- Gerdes, P. (1988). On possible uses of traditional Angolan sand drawings in the Mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*,

19, 3-22,

Gay, J. & Cole, M. (1967). The new Mathematics in an old culture. New York : Holt, Rinehart and winston.

Harris, P. (1980). Measurement in Tribal Aboriginal Communities.

Australia : Northern Territory Department of Education.

Horton, R. (1967). African Traditional Thought and Western Science.

Africa (Vol. 38). Also in M.F.D. Young (ed.) (1949). Knowledge and Control. London : Collier-MacMillan.

Huizinga, J. (1949). Homo Ludens. Routledge and Kegan Paul, London.

Jones, J. (1994). Cognitive studies with students in Papua new Guinea (Working Paper No. 10). University of Papua New Guinea, Education Research Unit.

Joseph, G.G. (1987). Foundations of Eurocentrism in Mathematics. Race and Class, 28, 13-28.

Kline, M. (1972). Mathematics in Western Culture. London : Pelican.

Lancy, D.F. (1983). Cross-cultural studies in Cognition and Mathematics. New York : Academic.

Leach, E. (1973). Some anthropological observations on number, time and commonsense. In A.G. Howson (ed.) Developments in Mathematical Education. Cambridge University.

Lewis, D. (1976). Observations on route-finding and spatial orientation among the Aboriginal peoples of the Western desert region of central Australia, Oceania, 46(4), 249-282.

Pinxten, R., I. van Dooren and F. Haryey (1983). The Anthropology of Space. University of Pennsylvania Press.

Ronan, C.A. (1981). The Shorter Science and Civilisation in China (Vol. 2.). Cambridge : Cambridge University Press.

Tyler, E.B. (1871). Primitive Culture. London : J. Murray.

Zaslavsky, C. (1973). Africa Counts. Prindle, Weber and Schmidt Inc., Boston, Mass.