

文化與數學課程

Alan J. Bishop著

黃敏晃譯

國立臺灣大學數學系

引 言

在1980年代中，數學教育裡出現了一種新的觀點，即文化的觀點（Cultural perspective），這是在整個教育界中更廣泛的社會覺醒（more general sociological awareness within education）的大潮流下的一條小支流。在這裡，我們可以看到各式各樣的學術著作（見Keitel et al, 1989；Bishop, 1988；Saxe, 1990；Vasco, 1986；Stigler et al, 1990；Harris, 1989）。

然而，在環繞數學教育的社會背景中，最能幫助我們理解上述發展的方式，是把它當作是許多國家的數學教育界對某個特定的挑戰所作出的反應。而此特定的挑戰之所以產生，又是因為這些國家的數學教育界，越來越將“數學教育是教育全民的事業”當作是他們的歷史使命的緣故。

現在，社會的發展越來越多元化，學校裡學生的取向也越來越分化。因此，上述的教育挑戰也越形沉重。事實上，現代青年人的異質發展狀況，使我懷疑以往我們對學生所作的均質性假設（assumption of homogeneity），已然不再成立。所以，由此種假設而發展出來的課程條款，其地位就受到強烈的質疑。

Robitaille 和 Dirks（1982）曾經根據實證主義的假設（positivist assumptions）提出了一種課程模式（curriculum model），他們將討論的焦點放在數學課程的三個層次上——即預期的課程（intended curriculum）、實施的課程（implemented curriculum）以及達成的課程（attained curriculum）。

在1980年代，由國際教育成就測驗聯盟（International Association for Educational Achievement，簡稱IEA）所主持的第二次國際數學調查（the Second International Survey of Mathematics，簡稱SIMS），使用了上述知名度甚高的課程模式作為理論架構（見Travers & Westbury, 1989）。因此，這個課程模式強烈地影響了許多國家的政府對課程的想法。譬如說在英國，“實施全國一致的國家級課程”

變成每位政客、每位教師及每位父母都能朗朗上口的標語。

然而，數學教育的文化觀點，使我們對上述課程模式的三個層次，提出一些嚴肅的問題。本文想就這些問題加以探討。更進一步的說，我們對上述實證主義的假設，即工具性地由預期的課程，到實施的課程，再到達成的課程所劃出的課程箭號指標，也應該提出嚴肅的質疑。因為，這個課程模式，不但不能描述實際上發生的狀況，它也不是唯一的，或最適合於描述創造一個課程時的模式。

在本文中，我會引用許多案例與推論。這些都是我和一些同行在數學教育的文化觀點下，就文化歧異的問題而產生的一些研究結果。這些研究結果，相當有助於我們對數學課程與成就測試之間的關係進行檢討。

預期層次的課程

在上述所引 Robitaille 和 Dirks 的論文中，他們將預期層次的課程定義為“由中央、省級或地方政府的課程委員會或顧問團所安排設計，寫成像課程標準那樣的文章及條文”。

在1980年代，英國的中央政府熱切地想發展出一套國家級的課程標準。原因是他們想要控制各學派提出的各種課程革新論調，以及由1970年代延續過來的各地區的教學實驗計劃。大體上說，政府的意願是想將課程“回歸到基本”(return to fundamentals)，雖然對於什麼是未來科技資訊時代裡社會需要的“新基本”(new fundamentals)，與以往大家都熟悉的“老基礎”(old basics)是否為同一回事，引起了很大的爭論。

從文化的觀點看來，這些動向可以說不但無益，反而是有害的。因為提倡兼顧多元文化(multi-cultures)且反對種族歧視(anti-racist)式的教育，被英國的中央政府認為是極端的，太革命性、太實驗性了。即使他們承認這種想法為該有的顧慮，在宣傳國家級課程的各式文件及討論文章中，這種想法也被輕輕地一筆帶過。在國家級的數學預期課程標準中，他們甚至於想造出一種所謂“文化中立式”(culturally-neutral)的數學課程。

譬如說，在數學工作會議報告(Mathematics Working Party Report. 見 Department of Education and Science. 1988)中有一段話如下：“……主要的原則是，預期的學習目標與學習計劃，對任何種族的兒童而言都應該是一樣的”。該文件中更振振有詞地說道：“要保證每一位兒童都學到足夠的知識與技能，使他們在21

世紀的英國社會中能生活、能工作。我們相信大部分的少數民族的父母都會同意這個論點，因此，我們並沒有將「顧及多種文化的觀點」，放入我們預期要達成的目標內”。最具反諷意味的莫過於是，這段話竟然是抄自上述文件內標題為“種族及文化差異”的章節中。

因此，即使是在上述報告定稿前的討論中，有關文化觀點的任何建議就不會被正視過。筆者在被邀請當顧問的那個階段，也像其他的顧問們一樣，寫了一些建議，其中包含了下面的一段話：

這整個章節都應該重寫，但更重要的是整個論點要重新釐清。簡要地說，我認為原來存在於現實社會中的種族及文化差異，應該在報告中明顯地呈現出來。要緊的是將下列的兩件事情給區分開來。

- * 數學課程與文化差異；
- * 少數民族的兒童在一般的教育體制下感到語言與文化的衝突時，所需要的補救與支撐。

討論這兩項課題時的方式可能是不同的，但在本文件中我們應將討論的焦點放在前者。我堅信（我認為許多其他的數學教育家也與我立場一致）在預期層次的一般數學課程應該

- * 將“數學是存在於任何文化、任何社會中”的事實呈現出來。
- * 說明在不同文化、不同的社會都出現了同樣的數學概念（the universality of mathematical ideas），但在符號的表達上可能採用不同的方式；
- * 明白指出許多不同的文化與社會，都曾經對數學知識的發展作出貢獻；
- * 讓所有的兒童都有機會來體驗上述的文化寬度（cultural breadth）。

除了上述的意見之外，我另外給了一些特定的例子來說明，如何將上述意見呈現於文件之中。而如此細膩的“顧問”工作之回饋，竟然是在國家級的數學課標準的法定文件及非法定文件中，對任何有關文化層面的觀點採取不提半句的待遇（見 Department of Education and Science, 1989）。“文化”及“種族差異”的字眼在上述的兩種文件中統統不見蹤影。因此，這些文件正式地採取了“數學課程是文化中立”（我更喜歡的字眼其實是文化瞎子—cultural blind）的立場。

我並不認為這件事有什麼特別，因為其他國家的預期課程也都忽視文化的層面。事實上，我認為這些課程甚至於連“人”都忽略了（譬如說在英國，國家級的數學課程標準中，只提到兩位數學家的名字，即畢達哥拉斯（定理）及笛卡兒（坐標）。另外兩位

數學家的名字則出現在例子裡，費波那齊（數列）及卡羅（Carroll diagrams — 函數的映射圖）。沒提供任何的理由，說明為什麼選了這四人，而不選其他的數學家。

在美國，數學教育思潮的主流顯然也沒覺察到數學知識的文化本質在教育上的作用。譬如說，在有關美國中小學數學教學現況的知名報告“大家都來算算看”（Everybody counts, 見 National Research Council. 1989）中，他們一方面探討少數民族在數學課中成績不好，因此很少人繼續選讀較高級數學課程的現象，一方面却又大力地支持“數學知識的文化基礎為不重要”的論調：

“這 15 年來，美國黑人和以西班牙語為母語的中南美洲移民及其後裔，取得數學科學方面的博士學位者，每年不到 10 名”。

“在中小學的許多科目中，數學大概是最具備泛字性（universal）的，即最不依賴學生的背景與文化，……數學很少會牽涉到與信仰有關的課題”。

許多數學家認為“數學是泛字的科目”，大概是促成預期層次的數學課程中普遍呈現出“泛字”論調的主要原因。“數學是泛字科目”的想法，很容易轉變成數學課程的泛字論調，以及在世界各國的中小學數學課程的“正準化”（canoncial mathematics Curriculum）。Howson 和 Wilson（1986）認為，“正準化”的過程是隨著殖民主義和強勢經濟力量而形成，然後由像 SIMS 這樣的活動來維持，最後就產生了數學課程是泛字的，非人性的，文化瞎子式迷思（Bishop, 1990）。

但是，為什麼這樣的迷思還會繼續存在呢？從日益增多的研究與調查證據顯示，每個人都可清楚的看到，數學實在是一項文化的產物，帶著文化的歷史背景，而且是由人類在社會裡互動的狀況下創造出來的（見 Keitel et al, 1989）。1980 年代裡，不約而同的有許多人從世界的各個角落舉出不同文化裡的案例指證，數學是人類智力發展的產品。由此看來，“文化中立”、“泛字性”的中小學數學課程已然是文化觀點下的落伍觀念。放在世界各國都在講究多元化發展的今日時空，這個觀念特別顯得不合時宜。

我的上述論點，在 ICME（International Congress for Mathematics Education）“數學普及化”（Popularization of Mathematics）會議的報告引言中得到了如下面引文中的共鳴與支持（見 Howson & Kahane, 1990）。

“從更一般的觀點而言，數學的普及化包含了將數學帶向（或帶回）到人類的文化中去。因為，要點在於我們應體認到，這裡所討論的不能只牽涉到西歐與北美地區白種人所共有的中產階級文化。我們這個時代的各種文化裡，最迫切的課題是要對環境與科技有深入的了解，而這又牽涉到選用適當的測量尺度，改變調節與控制的策略，利用數

據資料作統計，造出模式來預測等等。因此，誰也不該爲了數學想法的介入而感到害怕。相反的，數學以它過去的歷史和今日的應用，可以形成人文與科技的自然橋樑。”

因此，各社會都應該以自我的文化觀點對預期層次數學課程裡的“泛宇性”提出挑戰及質疑。在西歐及北美，越來越多的學齡兒童來自不同的文化背景，使我們要想出一套特殊的解答來因應。其他的國家狀況不同，也應該找出不同的解答方式。例如在澳洲和紐西蘭，原住民爭取權益的聲音越來越尖銳，但他們還被認爲是教育界的少數民族，情形與西方社會就大不相同了。

Knight (1990) 談到在紐西蘭他們是怎樣做的：“基本的原則是不能先學數學再引入 Maori 族的文化觀點，而要倒過來，先從 Maori 族的文化開始，在其中再注入數學的觀點，……這種以 Maori 文化爲主而數學再配進去的方式，作爲數學普及化的效果是蠻不錯的。尤其是這種方式不只呈現了數學的內容，同時也提供了數學出現的背景與過程”。

在其他有自己文化傳統的非西方國家裡，預期課程裡的安排當然應該不同。譬如說，金鈴 (1990) 寫到台灣的數學課程時，提到一些中國歷史上重要數學貢獻的案例如下，他認爲學校的數學課程一定得包含這些才行：

- (a) 開平方和開立方的方法和口訣。
- (b) 高次方程式的解法。
- (c) 多元一次聯立方程式的解法。
- (d) 矩陣。
- (e) 逐差法（求高階等差級數的和）。
- (f) 小數與分數。
- (g) 賈憲三角（西方人稱之爲 Pascal 三角）。
- (h) 幾何形體求積時的出入相補原理，或更特殊些的劉（徽）祖（暅）原理（募勢既同，則積不容異）。
- (i) 勾股弦定理（西方人稱之爲畢氏定理）與幾種中國式證法。

此外，祖沖之（西元 429～500）計算圓周率 π 的值，準確到小數點後第七位：

$$3.1415926 < \pi < 3.1415927$$

這樣好的結果，西方人要到 16 世紀才有人得到。中國人的數學史不同於西方人的數學史，金鈴的論點是，這種差異在這兩處的中小學數學課程中應該反映出來。

1988 年暑假 ICME 於布達佩斯召開的大會中，有一天某組的討論課題是數學、

教育與社會。在當時的報告中，我們可以聽到許多國家的例子(見 Keitel et al. 1989)。Kante (象牙海岸)、Naumann (Senegal, 非洲最西部的一個小國)、Rosenberg (阿根廷)、Fasheh (巴勒斯坦)、Pei (中國)、Boosbavnbek (丹麥)、Oteiza (智利)、Frankenstein 與 Powell (美國)都談到在他們自己的國家內，設計預期的數學課程時，文化與社會應該扮演的角色。Abreu 和 Carraher (1989)記錄了巴西東北部的農民使用數學的一些特殊案例，他們說“巴西的數學教育並沒有將這些案例當一回事。”

透過如上述的案件，數學的文化觀點使我們能從一種新的方向來檢討預期層次的課程。這樣，很自然的就影響了我們對數學科評量的看法。因為，泛字式的數學課程一定會導致與它結合的評量。如果我們有意將文化的考慮加諸預期層次的課程，則同樣的考慮也應該反映在評量上。若是如此，則在評量的題目中要求學生展示技能的傳統式數學問題就會相形減少，代替的是較多牽涉到數學內容出現的社會與文化背景，其發展的歷史，知識的詮釋，如何應用到適當的場合中，利用怎樣的呈現方法等等。

然而，這樣的做法是會產生一些爭議的。在1986年，一次大型的數學考試中有一道題目引起了輿論的注意。題目中給了一些世界各國的國防預算，以及某份報紙的一則報導，“對全球人類提供足夠而適當的食物、飲水、教育、衛生和住宅所需要的經費，每年約為170億美元”。問題是，北大西洋公約和華沙公約各國的軍事預算合起來，幾週的經費就足夠上述的費用？當權派大表不滿，某報的標題是“軍事經費干數學考試何事？”輿論對此事的反應延續了好一段時間。

這道題目所顯現的也許是政治上的爭議，而不是如我們所說的文化的顧慮。但是此案例可以讓我們多少看出，如果對傳統的數學課程提出文化觀點的挑戰時，會遭遇到怎樣的反擊。當然，這樣說並不表示任何大型的數學測試(如英國的中學畢業會考等)已經準備正視文化觀點的課題了。

也許，在實施層次的數學課程對文化的觀點會有更佳的反應。下面，就讓我們來看看。

實施層次的課程

根據 Robitaille 和 Dirks (1982)，實施層次的課程是“包含在各式教科書和教學參考資料中，被選出來在學校裡使用，並由教師在數學課室中直接或間接傳遞給學生者。”

在英國，這個層次正是學校與社區運作的層次——學校安排老師設計教材，並出考題。國家級的評量使這個層次的自由度與責任減少了一些，但我相信不可能完全取消。事實上，在這個世界裡我們還找不到一個國家的實施層次的課程能完全按照預期的課程來進行（見 Travers & Westbury, 1989）。部分的原因固然是因為我們不可能將教學所涵蓋的每一層面都講的那麼清楚，使老師可以照做不誤。主要的原因，則是因為教學是師生互動下產生的行為。譬如說，你無法事先知道學生會問什麼問題，故無法準備好答案。從這裡，我們開始看到由預期課程指向實施課程的箭頭產生了問題。

對實施層次的課程而言，文化觀點的課題依賴下列兩件事情。一件是預期課程中文化觀點進來多深，另一件則是進來的文化觀點與學童及他們所生活的社區的文化背景是否契合。譬如說在英國，拿泛字的、文化瞎子式的預期課程來教少數民族的兒童時，問題就顯露的很清楚。

由筆者最近對這件事情現況所做的調查（見 Bishop, 1991）知道，老師根本就找不到適當的教材來教少數民族的學童。最明顯的障礙是教科書中使用的英語，以及呈現數學問題的背景時都假設學童來自典型的英國家庭，擁有同樣的文化背景。在我工作的學校，有些學生經常需要語言的幫助——不只是認一些英文字，還要解釋這些字所蘊涵的數學意義。Daws（1983）寫過一篇文章，描述一位以英語為第二語言的學習者學習數學的情形。學習者的困難真是不容輕視，因為語言是文化、歷史以及社會型態下的產物，用一種語言描述一件事情時，它描述什麼，怎樣描述，不說這種語言的人，真的不太能理解。

當然，受折磨的並不只是少數民族的兒童。寫數學教科書時假設的學童文化背景與他們在生活裡使用的語言習慣，其實是西方社會的白人中產階級的兒童，他們大多住在城市的郊區。不符合這樣背景的小孩，一定會感到教科書不親切，不是為他們而編寫的。

我們不難想像教師使用這類教科書時的困難，特別是當班上學生來自許多不同的文化背景時，更加糟糕。幸運的是，英國老師有自己編寫教材的強力傳統。雖然這是件耗時費力的苦工，但只有這樣做，教學才能反應班上學生不同的文化背景，而這正在一些英國的數學課室中默默進行。

這樣的教學是對不同類的學生教不同的數學內容嗎？還是一樣的數學內容，但用不同的教法呢？這裡我想把下列兩件事區分清楚，一件是教不同的數學內容，另一件則是在教學時讓學生積極參與體驗數學之形成，並提出自己的解釋向老師及其他同學說明。譬如說，我們可以借用由各種文化體系發展出來的長乘法的不同算則（見 Joseph, 1991）

來進行後一種的教學。

在英國這樣的社會裡，當然不適於說，我們對印度裔的兒童只教梵文式的乘法算則（algorithm）。而對信奉回教的兒童則只教阿拉伯式的乘法算則。這樣的做法雖然同時考慮到了兒童的文化背景，以及這兩種文化在數學史上的成就，但却不一定是適切的。甚至於對牽涉在內的少數民族社團而言，這也不一定是他們想要的。由此，我們可以問：如何將這種精神，在一個包含不同文化背景學童的課室裡，落實在數學的教學上？

從另一方面來說，即使是在定得很死板的預期課程中，在談到乘法內容時似乎比較適合討論，我們應該將把那一種文化的乘法算則包含在教學內容內，以及教到什麼程度，而不是如現在的做法那樣——將它忽略不提。譬如說，我們可以考慮下列的教材系列活動。

- (1) 由整數加法得到的數型；
- (2) 電算器的乘法步驟；
- (3) 各種乘法算則，由那些文化中取出，如何做及深入的探討；
- (4) 學代數前的數型探索。

活動(3)就是教師與學生能提供並討論各種長乘法過程的時機，這些內容都會變成活動(4)中必要的特例。我個人並不以為學生需要精通一種以上的長乘法算則，但若有些學生想要進一步學習，我自然也不反對。

進一步說，當預期課程不公開提倡多元文化觀點的狀況下，我會在實施課程中找尋一種比較開放而可接受的多元文化的參考架構。換句話說，在教少數民族兒童的數學教材及活動中，尋求能應因文化差異的教學。即讓教師感到他可以採用非典型表達方式的彈性空間與時間，使全班學生都能參與數學內容的發展過程，發表意見，並做出他們個人對全班數學教育的文化貢獻。

我會鼓勵老師不但要在中小學的數學教材中注入文化因素，而且要在每一個可能的時機加入數學史的備註，利用數學家的傳記與故事來使數學課程人性化，並使學生分組討論，發表個人的觀點與意見。

統計是可以有效地用來探討今日的多元社會的數學內容。我們可以要學童分組合作做一些比較大型的統計功課，讓他們深入探討各種社會的同與異、平等與不平等的問題。

在實施層次的數學課程中，我將我認為重要的教學原則羅列如下：

- (a) 選擇適當的背景（context）。即使數學內容（content）已然由預期課程定死，但呈現這些內容的背景還有選擇的餘地。教師應該避免在無意義或假造的背景提出數

學問題，背景最好能反應今日的多元社會。

(b) 設計一些更容易讓學生切入的數學工作。我們發現，少數民族兒童不能做許多典型數學問題的原因，是這些題目所假定的背景知識常非這些兒童所具備的。

(c) 將數學情境本土化。即使是有意義的情景，在本土化之後會更有效，更能使兒童切入問題。與想像中的校外教學有關的數學問題，不如真的帶他們到校外去實地體驗。與其利用他們未到過的城市的地圖，不如換成本地的地圖。人為亂定的貨物價格，不如當地商店的物價。

(d) 鼓勵兒童在小組討論時使用他們喜歡的語言。最近，大家開始注意到“雙語”的學習者，比“單語”學習者多了許多學習困難。他們不必在做任何事情時都得使用“官定”語言，而小組討論的方式使這件事合法化。

(e) 鼓勵兒童以各式各樣的形式來表達他們得到的結果與結論。例如，個別的說，小組合作呈現，壁報、陳列等都應視題材與溝通技巧之需求而考慮採用。

(f) 尋找機會將所探討的情境與數據加以國際化。每一位兒童都需要這樣的聯結活動，但少數民族的兒童特別需要。因為他們來自外國，還有親友在那些地方。

如果這些是合適的教學原則，則我們應該在不同的社會中看到不同的實施課程。

Pompeu (見 Bishop & Pompeu, 1991) 利用 d'Ambrosio (1985) 等人提出來的民族數學 (ethno-mathematics) 的想法，在巴西的一些學校做了一個實驗研究，嘗試“將民族數學帶回到課室”。他所關心的並不全然只是如何教導少數民族的兒童學數學，而是注意到巴西中小學的典型數學課程完全是由美國原裝進口的，與大部分巴西兒童的生活經驗無關，如何改善此種狀況是主要的研究課題。

他的研究是與一些數學老師造出六項微觀的民族數學課程教材，並請老師在他們的班上試教。他利用問卷、面談及觀察的方式，分析了老師、學生及家長對這種導向的意見。

在比較巴西的典型數學課程（他稱之為“正準化的結構主義的產物”）與民族數學的導向時，Pompeu 認為表 1 呈現了兩者的主要差異：

表 1

	正準的結構主義導向	民族數學的導向
在預期層次	(a)數學課程是文化中立的（其真理是絕對的，不依賴文化與社會因素）。 (c)數學課程是資訊性的（重視過程、方法、技巧、事實、算則與結果）。 (e)數學課程是保守性的（助長對環境與社會安定的控制）。	(b)數學課程是根據社會與文化而發展出來的（其真理是相對的，依賴社會與文化因素）。 (d)數學課程是形成性的（重視分析、綜合、思考、批判、理解、應用）。 (f)數學課程是進展性的（促進關於環境與社會變遷的知識之成長）。
在實施層次	(a)數學的教學是單向的（數學的知識一定由老師傳向學生）。 (c)老師把數學當作隔離性的課目（數學課不依賴學生在校外學到的任何知識）。 (e)數學的教學是複製性的（教學只在複製典型教科書中的數學知識）。	(b)數學的教學可以在辯論中進行（數學知識是師生共同討論出來的）。 (d)老師把數學當作是補足性的課目（數學知識是根據學生在校外處理類似的經驗而發展出來的）。 (f)數學的教學是生成性的（數學知識由學生在他能運作的狀態下發展出來的）。
在達成層次	(a)學生應該能求出題目的正確答案（最後答案的正確才是重要的）。 (c)學生應該會採用形式化的數學方法解題（這些都是會產生正確答案的方法）。 (e)學生應該能以解題的方式推論（知道如何以數學方式解題才是重要的）。	(b)學生應該能分析題目（瞭解題目的結構才是重要的）。 (d)學生應該會採用適當的步驟解題（能否採用適當的步驟才是重要的）。 (f)學生應該能以數學的方式批判（知道為什麼要採用數學方式解題才是重要的）。

他們所設計的六項教學計劃都是微課程的系列活動，這些是根據學生已有的知識和經驗發展出來的。略述如下：

- (a) 跳繩遊戲教學計劃……由小孩子的跳繩遊戲發展出來的數數活動。兒童年齡 6 ~ 10 歲。
- (b) 跳格子遊戲教學計劃……由在地上畫格子，踢石子跳格子的遊戲發展出來的探討活動，探討事項是格子的花樣，及如何跳格子的方法。兒童年齡 9 ~ 13 歲。
- (c) 風車教學計劃……實測可以用來做成大風車的各種幾何形體的教學活動。兒童年齡 9 ~ 15 歲。
- (d) Queimada 遊戲教學計劃……根據小孩常玩的一種遊戲發展出來的教學活動，10 ~ 15 歲的學生以實驗方式來探討遊戲的地域形狀與遊戲規則。
- (e) 熱紙汽球教學計劃……11 ~ 16 歲的學生嘗試設計並實地造出各種形狀及大小的熱紙汽球。
- (f) 巴西經濟計劃教學計劃……13 ~ 16 歲的學生研讀並探討巴西中央政府提出來的經濟計劃，其各層面的意義及可能牽連的各種事務及後果。

到目前為止，由回收的問卷所分析出來的結果令人超級滿意。所有的教師對於數學教育在各層次的觀點都有顯著的改變，而學生則非常熱烈地參與各種教學活動。一改以往學校裡傳統數學教學的被動，記憶與重複的狀況，師生都對教學變得主動積極，學生自信滿滿的提供他特有的知識與經驗，熱心的參與討論，辯論重要的數學想法等。當然，這個研究留下了許多後續的工作待做，諸如怎樣接下去教學才能串起來，應該涵蓋多少數學內容，會有多少人能接受這種教學方式等等。無論如何，重要的是此計劃已然讓巴西及世界其他各地的數學教育者看到，這種數學教學的可能性。

因此，文化的觀點不但對預期層次和實施層次的數學課程的基本假設都提出了挑戰，兩者之間的關係也受到質疑。即使國家級的預期課程標準規劃了課程的架構，如何造出適合學童的知識環境的大權却還操在學校及教師的手裡。由此看來，個別學校內社區，以及學校所在的外社區在決定中小學數學課程上仍然可以扮演重要的角色。我刻意地強調這點，原因是目前一般人都認為，與個別學校有關的社區，可以參與決定該校的人文與社會科目的課程標準，但對數學、科學與技術方面的課程，就認為只有專家的意見才算數。這是非常錯誤的看法。如上所述，社區影響人文與社會科目課程的理由和原則，一樣適用於數學課程。

因此，文化的觀點必然會顯著地影響到學生所達成的數學課程的層次。由金鈴與

Pompeu 所提出的這種數學課程的改變，以及社區所扮演的介入角色，使數學教育者在數學成就評量工作上，增加了一大堆的研究課題。現在，就讓我們轉到這方面的討論上。

達成層次的課程

根據 Robitaille 和 Dirks (1982) 的界定，這個層次的課程就是“學生學到並消化了的課程”。在英國，中央政府爲了控制地方教育而新加的設置，就是國家級的成就評量制度。這個評量制度比國家級的預期課程受到更多教育界人士的批評。原來的評量制度是對 7 歲、11 歲、14 歲、和 16 歲的學生作全國性的會考，考所有的科目。由於老師、師範院校教授、學校行政人員和家長的強烈抗議，不得不將原來的評量制度作了大幅度的修改。本文不想介入這方面的爭論（對此有興趣的讀者可參閱 Noss, 1989），我只想就文化的觀點來討論一些問題。

就如英國的國家級預期數學課程一樣，上述的新的評量制度也是文化瞎子式的。新的評量制度在文化觀點方面所作的唯一讓步是，在評量的語言上。其實，這也只能算是非常雞毛蒜皮式的讓步：對雙語的學習者；”單語的教師應該（見 School Examinations and Assessment Council, 1990, P. 14 ~ 15）

- * 把題目的任務交待清楚。
- * 對學生的反應作正確的詮釋。
- * 體認到不太會說英語的兒童可能在開始時只採取作一個旁觀者的角色，甚至於拒絕參與任何活動。

在交待任務時，教師應該

- * 嘗試用不同方式與語句，把任務重說一次，
- * 利用肢體語言來補口語之不足，
- * 當其他的雙語學生或成人在場時，請他們幫忙。

在詮釋學生的反應時，教師應該

- * 希望對該兒童的語言或文化養成一種熟悉感（最初步的是當兒童感到困惑時的臉部表情及身體姿勢），
- * 對學生不使用口語的反應表示歡迎，譬如說可以用表演、畫圖的方式（除非你是在評量他的英語成就），
- * 考慮該兒童是否熟悉這種形式的任務，
- * 當其他的雙語學生或成人在場時，請他們幫忙。

雖然我們在談評量，但最後的目的還是要回到 Robitaille 和 Dirks 課程模式中的達成層次的數學課程。因為只有透過評量，我們才能檢查出學生在學校裡到底學到了些什麼。

在國家級的預期課程標準與國家級的評量之間的關係背後，有一個沒有明講的假設，即在最佳而可能的實施狀況下，預期課程就會轉變成為學生達成的課程。就文化的觀點而言，上述假設的推論之一是，泛字性且文化瞎子式的預期課程標準，一定會轉變成為泛字性且文化瞎子式的達成課程。

然而，在英國也好，世界上的其他地區也好，我們都發現有相當數量的學生，因為許多種不同的理由，無法接受他們學校裡實施的所謂文化中立式的數學課程。這方面的證據每天增加，並且來自各方面，例如，從對少數民族的研究，從對婦女的研究，從對農村社區的研究，從對工業國家的研究。這些研究的一般性結論是：

1. 所有的小孩都擁有一大堆不是從學校裡學到的數學知識；
2. 這種知識並不被預期課程所認定；
3. 大部分數學老師都輕視這種數學知識，因此在實施層次的數學課中，這種數學知識並不發揮任何作用；
4. 因此學生心裡也將這種數學知識認為是不入流的，而加以輕視。

這個過程使許多學生感到文化的離間與人格上認同的危機，對這些小孩，他們的社區、他們的國家而言，這都是個悲劇。

在 ICME 6 議題為“數學、教育與社會”的討論會場中，有許多演講者都談到這種離間與衝突。其中，由巴勒斯坦來的 FASHEH(1989)講的最為悲痛“我過去所接受到的教育使我適合於居住在由教育及世界霸權政治所創造出來的世界。它使我對傳給我的知識和強權之間關係的意識型態這方面完全像瞎子一樣。這種瞎子式的無知是世界霸權政治強烈影響下的第三世界教育的特徵，使我不適合於居住在現實的世界，真實的環境中。對世界霸權的認識，不但要從它所包含的事物中去找尋，也要從它所排斥的事物上去體認：它認為無關痛癢的，判定為低級的，想辦法使之消失的。霸權教育的效果就是，我們幾乎能由正教育所排斥的事物來定義什麼是真實的環境”。

Knight (1990) 選用了“文化的離間與數學”這樣的標題來描述紐西蘭的 Maori 族兒童的教育狀況。Abreu (見 Bishop & Abreu, 1991) 在她對葡萄牙農村兒童的調查論文中，明白地寫出了我們上述的結論。7 ~ 10 歲的兒童知道一大堆他們家裡、市

場和商店中所使用的數學知識，但學校的數學課程忽視這些知識，並教他們合適的數學。他們毫不質疑地接受了這種“改正”，並開始輕視這種知識。下面是一段筆者面談的實錄：

筆者：你在家裡做加法的時候也用學校裡教你的方法嗎？

Rita：有時候。

筆者：其他的時候呢？

Rita：用錯誤的方法（即老師認為不合適的方法）。

筆者：是“錯誤”的方法，還是不同的方法？

Rita：是不同的方法。

就在這種看似單純無邪的方式下，文化的離間開始成長。只有在我們完全接受並尊重兒童由校外帶來的數學知識下，這種狀況才能避免。

從評量的觀點而言，對學生所擁有的這種知識教師到底知道多少，與該教師平時讓他的學生透露多少他們的能耐有關。如果老師只要求學生呈現並重複他所教的數學，則他的學生充其量也只學到這些。但是，如果在教學和評量時，老師都能讓他的學生盡情發揮，則兒童的文化、語言及社會的背景，不但不會變成文化離間的泉源，反而是最有效用的教育助力。

對多元複合文化中的數學教育而言，能因應文化差異，且能反應課室狀況的教學是非常有效的教學資源。這些雙語的學習者，像他們的單語同學一樣，是隨時隨地都在建構他們的文化知識的。而對我們這些教育者而言，我們所擁有的選擇權，是讓這件事在非常負面的，文化離間的環境中發生，或是讓它在正面的，滋養文化成長及增進兒童自尊的環境中發生。

結 語

我們已然明顯地看到，文化觀點所引發的一些重要課題，與所有牽涉到各層次數學課程者的工作都有密切的關係。如上所述，它從基本上挑戰了由預期課程到實施課程，再指向達成課程的箭頭。文化觀點要求我們在各層次的課程中注入文化的考量，並清楚地指出數學的教學是無法文化中立的。在教育事業中的文化訊息是由人來創造、來傳遞的。人寫出了國家級與地方級的課程聲明，人寫出數學教科書和電腦軟體，人把他們的歷史文化帶進課室，而人自己詮釋並重新建構各種訊息。

從嘗試創造出更有文化覺醒的教學法與教材，以及更能讓數學老師覺察到文化訊息

的評量試卷的經驗中，我們清楚地看出，達成層次的課程比預期層次的課程更容易注入文化的因素。在不違反英國的國家級預期課程下，更多人嘗試造出一些可行的地方級的預期課程。這種可能性的增加使我們期望將來，在英國會有草根性的教育運動。來承繼以往因應多元文化及反對種族歧視的教育傳統。當然，在國家級的法定課程標準，還沒有半點文化覺悟的狀況下，大部分的英國小孩仍然無法覺察到數學知識中的文化本質。這種西方的“文化帝國主義”式的，泛字的數學真是一股不可輕視的力量。因此，大部分的預期課程，及數學老師都受到強烈的影響。

因此，一切都得看兒童的課室經驗中，文化聯結的程度到底如何而定，如果他們的數學老師能如上面在實施層次的課程那部分所提的方式施教，則他們學到的數學知識就能帶有文化的氣息。

由上述討論可以看到，除了泛字式的數學知識外，由預期層次→實施層次→達成層次的單純箭頭，並不一定是真實的課程發展狀況，我們所面對的事實上是更複雜的社會狀況。從教育上來說，最重要的是發生在課室中的事情，這是年青人在互動下影響了老師所造出來的知識環境的場所與時機。

更合適的觀點是把課程當作“慣例”來處理（見 Grundy, 1987）在這種觀點下，數學意義的社會建構，課程的協商，與個人知識的發展就能更清楚的顯現出來。另外還有人談到將課程看成是社區所塑造的知識環境的想法（見 Hargreaves, 1982），這在數學教育中似乎也是個可行之道。

研究上的基本課題是，數學課程存在於何處？它應該描述些什麼？從更廣泛的教育目的看來，IEA 所使用的課程模式，在解釋與工具的角度上都被證明是有缺陷的。文化的觀點幫忙我們分析與批評這些事情，同時也有人認為它可以用來做為課程發展的架構（見 Lawton, 1989；Bishop, 1988）。特別重要的則是，文化觀點重新將人放在教育事業的中心點上，使我們了解到數學知識是由人所創造的，由人來詮釋的。因此，人可以選擇數學知識及基本呈現方式。

參考文獻

- Abreu, G. de and Carraher, D.W. (1989) The mathematics of Brazilian sugarcane farmers. In C. Keitel et al (Ed) *Mathematics. Education. and Society*. Paris : UNESCO.

- d'Ambrosio, U. (1985) *Socio-Cultural bases for mathematics education*.
Brazil : UNICAMP.
- Bishop, A. J. (1988) *Mathematical enculturation : a cultural perspective
on mathematics education*. Dordrecht : Kluwer.
- Bishop, A. J. (1990) Western mathematics : the secret weapon of cultural
imperialism. *Race and Class*, 32(2), 51-65.
- Bishop, A. J. (1991) Teaching ethnic minority pupils in secondary schools.
In D. Pimm and E. Love (Eds) *The Teaching and Learning of School
Mathematics*. Milton Keynes : Open University Press.
- Bishop, A. J. and Abreu, G. de (1991) Children's use of outside-school
knowledge to solve mathematics problems in school. In PME 15
Proceedings, Italy (in press).
- Bishop, A. J. and Pompeu, G. (1991) Influences of an ethnomathematical
approach on teacher attitudes to mathematics education. In PME 15
Proceedings, Italy(in press) .
- Chin, C. (1990) The culture aspect of the junior high school mathematics
curriculum in Taiwan (unpublished MPhil essay) Cambridge University.
- Dawe, L. C. S. (1983) Bilingualism and mathematical reasoning in English
as a second language. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 325-353.
- Department of Education and Science (1988) *Mathematics for Ages 5 to
16*. London : Her Majesty's Stationery Office.
- Department of Education and Science (1989) *Mathematics in the National
Curriculum*, London : Her Majesty's Stationery Office.
- Fasheh, M. (1989) Mathematics in a social context: math within education
as praxis versus within education as hegemony. In Keitel, C. et al
(Eds) *Mathematics. Education, and Society* (pp 84-87). Paris :
UNESCO.
- Grundy, S. (1987) *Curriculum : Product or Praxis ?* London : Falmer.
- Hargreaves, D. H. (1982) *The Challenge for the Comprehensive School.
Culture, Curriculum and Community*. London : Routledge & Kegan

Paul.

- Harris, P. (1989) Contexts for change in cross-cultural classrooms. In N.F. Ellerton and M.A. (Ken) Clements (Eds) *School Mathematics: The Challenge to Change* (pp79-95) Geelong: Deakin University Press.
- Howson, A.G. and Wilson, B. (Eds) (1986) *School Mathematics in the 1990s*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Howson, A.G. and Kahane, J.-P. (Eds) (1990) *The Popularization of Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Joseph, G.G. (1991) *The Crest of the Peacock: Non-European Roots of Mathematics*. London: Tauris.
- Keitel, C., Damerow, P., Bishop, A. and Gerdes, P. (Eds) (1989) *Mathematics, Education, and Society*. Paris: UNESCO.
- Lawton, D. (1989) *Education, Culture and the National Curriculum*. London: Hodder and Stoughton.
- Knight, G. (1990) Cultural alienation and mathematics. In A.G. Howson and J.-P. Kahane (Eds) *The Popularization of Mathematics* (pp136-143). Cambridge: Cambridge University Press.
- National Research Council (1989) *Everybody Counts-A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education*. Washington, D.C.: National Academy Press.
- Noss, R. (1989) Just testing: a critical view of recent change in the United Kingdom school mathematics curriculum. In N.F. Ellerton and M.A. (Ken) Clements (Eds) *School Mathematics: The Challenge to Change*. (pp155-169) Geelong: Deakin University Press.
- Robitaille, D. and Dirks, M. (1982) Models for the mathematics curriculum. *For the Learning of Mathematics*. 2(3), 3-21.
- Saxe, G.B. (1990) *Culture and Cognitive Development: Studies in Mathematics Understanding*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- Schools Examinations and Assessment Council (1990) *A Guide to Teacher*

Assessment, Pack C: A Source Book of Teacher Assessment. London: Heinemann.

Stigler, J.W., Shweder, R.A. and Herdt, G. (Eds) (1990) *Cultural Psychology: Essays on Comparative Human Development*. New York: Cambridge University Press.

Travers, K.J. and Westbury, I. (1989) *The IEA Study of Mathematics 1: Analysis of Mathematics Curricula*, New York: Pergamon.

Vasco, C.E. (1986) Learning elementary school mathematics as a culturally conditioned process. In M.I. White and S. Pollak (Eds) *The Cultural Transition: Human Experience and Social Transformation in the Third World and Japan* (pp 141-173). Boston: Routledge and Kegan Paul.

Alan J. Bishop 博士關於數學教育，有新穎並深入之演稿五篇，均經專家整理譯出。本刊本期因稿擠，先為刊登“文化與數學課程”及“數學教育中有關社會維度的研究”等兩篇，其餘三篇將於本刊下期續為刊登，謹此敬告讀者。

編輯室