

數學教育中有關社會維度的研究

A. J. Bishop著

呂玉琴譯

國立臺北師範學院數理教育系

前言

數學教育中有關社會維度的研究並不多，因此我想藉助今天的演講，說服各位去進行這個領域中應該做的研究。很幸運的，今年我有九個月的休假讓我可以讀很多的書籍和論文。這些資料讓我知道這個領域中的東西，比我過去想像的多，然而困難（這個困難也就是今晚我要處理的問題）的是這方面的研究並不連貫，也沒有組織，亦不易辨識。因此，它並沒有驅使我們去做這方面的新研究。

此處的它，是指數學教育中的社會維度的研究。

背景

數學教室對我來說永遠是一個有力的研究環境。但是過去十年，我愈來愈注意到數學教育的許多研究，與實際教室情境之間的差異。在我所寫的一篇文章（Bishop, 1980）中，我曾經提到“從大部分的學習理論的觀點來看，數學教室具有吵雜的氣氛，多重的目標，有固定時間的課，及彼此互相評價的氣氛，它並不是一個學習數學的好地方。”作為一個師資培育者，我看到的問題是當數學學習的研究變得愈來愈複雜時，實際的教室對大部分的教師而言也變得愈來愈具有挑戰性。因此很多人覺得學習的品質在衰退中。

我並不是唯一注意到這個現象的人。當然，我們可以看到一些被設計出來的不同的發展的結果，使得教室的情境較容易控制且較適合學習。就如同我們想像中應該的樣子。其中一種發展的成果，是花較多的努力寫一本理想的教科書，裏面包括引起動機、複習、例題、歷史資料的引用、評量卷及練習題。學生及教師的教科書適當的插以空白紙並告訴教師必須做什麼。但是這樣做有一個危險，那就是教師的權威被教科書作者所取代。另外，我看到一種正在發展的情況，那就是電腦可能取代教師的許多角色，這是我更關心的地方。

第二種控制教室學習的方法，是根據早期有關教學方面的研究結果，發展個別化的教材。然而我們也有充分的證據，顯示這種教材完全改變教師的角色，它將教師的角色從教學者、

權威者、協助者改變成行政人員、記分人員、分發作業成績的人員（例如：Morgan, 1977）。這種改變所帶來的危險，是個別化的教材變得愈複雜，它對師生之間的角色干擾就愈強。教師在這些個別化的教材中，再次失去他們的權威。

對於教室複雜的挑戰，我個人的反應不是尋找一本理想的教科書，也不是尋找單獨使用的個別化教材，而是尋找了解教室的好方法。我們的疏忽只會使問題更複雜。假如我們能夠更了解它，對它的闡釋更豐富，那麼，也許我們能把它處理的較好。

最近幾年我對這個問題下了不少工夫，這使得我愈來愈清楚要了解教室中的社會現象，必須把教室看成是一個較大的社會架構的一部分。當我被邀請給這個演講的時候，我覺得這似乎是對這個架構作較公正的根本分析的好機會。

我對開發中的國家，尤其是新幾內亞（New Guinea）的數學教育有強烈的興趣。它似乎告訴我文化層面中的社會現象、習俗、價值觀、歷史背景等，都扮演影響數學教育的方向的重要角色。因此我看到我的一個重要的工作是在文化和教室的隔閡間搭橋。

我和Marily Nickson為英國的Cockcroft委員會做了一個有關數學教育中的社會環境的研究調查（Bishop和Nickson, 1983）。這個調查特別關心數學教師之外，對學生的數學發展有強烈影響的人的角色。

教室、文化和環境三者結合成這個演講的基礎。我希望今晚能提出一個數學教育的社會維度的概念化的方法。我相信它能夠為這個領域的研究的分析與發展，提供一個結構。

社會維度很明顯的會牽涉到“人”，無論是個人或團體，也會牽涉到個人間或團體間與數學教育有關的交互作用與影響。因此，我將這些交互作用與影響，按照我提的結構分成5個層面來談：

1. 文化的——文化層面
2. 社會的——社會層面
3. 機構的——學校層面
4. 教學的——教室層面
5. 個別的——個別層面

我企圖為上述每一個層面說一些話，並協助捕捉每一個層面的研究特點。我也為每一個層面提供10篇相關的參考文獻，各位對某些文獻可能熟悉，但我希望有些文獻對你們而言是新的。

1. 文化的層面

我們先來談文化的層面，它包括被研究者考慮到的習俗、歷史、價值觀等（見表1）。有人對數學概念的歷史較有興趣，但是對我而言，假如這些研究將數學與社會、文化的發展相關聯，那麼，它只是社會維度的一部分，Morris Kline的書就是一個好例子。

最近我們看到有些人在做跨文化的研究，他們可能是受到Gay及Cole在賴比瑞亞（Liberia）的Kpelk所做的模範研究的影響。但是Lancy在新幾內亞的工作讓我們對文化的影響有更多的了解。Harris及Pinxten則提醒我們不一定要去第三世界的國家才能了解文化的衝突與束縛。Pinxten的研究還有另一個特點，身為人類學家的他有興趣的是去了解拿佛和人（Navajos）如何將空間概念化。很顯然的，他在處理非常不同的文化。價值觀不同、風俗習慣不同，看這個世界的角度亦不同。這個研究對教育的啓示很多，對數學和科學的啓示是一般性的，對幾何的啓示則很特別。

最近在劍橋有一群回教徒的學者，正在嘗試處理一個問題，即如何改善回教國家的教育，使回教國家免於被西化。他們寫了幾本有趣的書，其中一本是Al-Faruqi和Nasseef合寫的。當別的文化以他們的觀點來觀察、批評我們的文化時，我們開始注意到。例如，數學和科學如何強烈的與科技及產品導向的商業、工業相關聯，甚至被它們所控制。

White（1957）提出另一個對文化的不同看法，他在討論文化的發展時，將文化的成份分成4個範疇：

意識形態的——包括信仰，依賴符號，哲學；

社會的——包括風俗習慣、公共團體、人與人之間行為的規約；

感情的——包括態度、關於人的感覺、行為；

工業技術的——包括器械、工具的製造與使用。

White認為“文化的功能在建立人與環境的關係及人與人之間的關係”。

更進一步地，該文顯示文化的這4個成份是互相關聯的。他強烈指出“工業技術的因素是最基本的，另外三個因素都依賴它”。他的分析提示我們分析數學教育與工業技術的關係，更甚於分析數學教育與科學的關係。科學需要用到數學是事實，但是數學教育與工業技術之間的關係似乎被大大的忽略——未來主要的顧慮可能是電腦的衝擊。我們也開始對倫理、道德和價值觀如何進入數學及數學教育有更多的了解。

Ellul也曾經對這個議題作有力的分析，在此，我要說Weizenbaum的研究亦適合放在這裏。更進一步的說，它將電腦納入討論人與科技環境間的關係的議題中而擴大了Ellul的影響。

表1 文化的層面

- M. Kline Mathematics in Western Culture, George Allen and Unwin, 1954.
- D.F. Lancy Cross-cultural studies in cognition and mathematics, Academic Press, 1983.
- P. Harris Measurement in tribal Aboriginal communities, Northern Territory Department of Education, 1980.
- R. Pinxten et al. The anthropology of space, University of Pennsylvania Press, 1983.
- I.R. Al-Faruqi and A.O. Nasseef (eds) Social and natural sciences: the Islamic perspective, Hodder and Stoughton, 1981.
- J. Ellul The Technological System, Continuum, New York, 1980.
- J. Weizenbaum Computer power and human reason, Freeman, 1976.
- J. Habermas Towards a rational society, Heinemann, 1971.
- D. Bloor Knowledge and social imagery, Routledge and Kegan Paul, 1976.
- B. Wilson Cultural contexts of science and mathematics education, University of Leeds, U.K., 1981.

Habermas 在做更深入的分析時，認為理性的宗教信仰是我們文化的主要特色。Bloor 在探討知識與社會心象 (social imagery) 的關係時，採取較寬容的態度。最後，Bryan Wilson 的書，主要在說明英語系國家有關數學和科學教育的文化環境的研究。

上述所談的是我的第一個層面——文化。這個層面的研究告訴我們價值觀，習俗及我們的社會歷史。我們可以學到數學的社會學，並且更了解教育系統中的價值體系。這些研究也說明在我們的數學課程中的社會 - 歷史體系的過去及現在的發展。對數學教育家而言，這裏有很多重要的觀念，特別是在快速改變與衝突的時代，正確的觀念是需要的。

2. 社會的層面

在社會層面 (見表2) 的研究中關心的是不同的社會組織與公共團體 (關心教育的團體) 及它們之間的交互作用及相互關係。這是個教育的優先權被社會所決定的層面。它是一個政治的也是社會的範圍，在此，有權力的競爭及課程、考試等的控制。

在這個層面中，我們可以研究社會的差異及分析數學教育的歷史。Griffiths 和

表2 社會的層面

- B. Griffiths and A.G. Howson Mathematics, society and curricula, Cambridge University Press, 1974.
- F.J. Swetz (ed) Socialist Mathematics Education, Burgundy Press, 1978.
- P. Gerdes "Changing mathematics education in Mozambique", Educational Studies in Mathematics, 1981, 12, 4, 455-477.
- L.H. Fox, L. Brody and D. Tobin (eds) Women and the Mathematical Mystique Johns Hopkins Press, 1980.
- M. Fasheh "Mathematics, culture and authority", For the Learning of Mathematics 1982, 3, 2, 2-8.
- S. Mellin-Olsen "Instrumentalism as an educational concept", Educational Studies in Mathematics, 1981, 12, 3, 351-367.
- D. Robitaille and M. Dirks "Models for the Mathematics Curriculum", For the Learning of Mathematics, 1982, 2, 3, 3-21.
- J. Easley Toward acculturation between Traditional, Creative and Technological approaches to mathematics education, P.M.E. proceedings, Osnabruck, 1978.
- J. Kilpatrick "The Reasonable Ineffectiveness of Research in Mathematics Education", For the Learning of Mathematics, 1981, 2, 2, 22-29.
- C. Keitel "Mathematics Education and Educational Research in the U.S.A. and U.S.S.R.: two comparisons compared", Journal of Curriculum Studies, 1982, 14, 2, 109-126.

Howson的分析具有英國的意識形態及歷史依據的見解，而Swetz則考慮在那個社會中，由社會主義結構與意識所決定的數學教育的特質的範圍。Gerdes 追蹤莫三鼻克（Mozambique）這個國家的數學的發展。這個國家在最近幾年大幅地改變其社會結構。結果對數學教育，無論是它的組織、教學方法、課程及教材都受到廣大的影響。這個研究的結果，無論是對其他開發中的國家或已開發的國家，都帶來很多的啓示。

一般而言，不同的社會團體進到數學教育中，都會引起非常多的衝突。大學與雇主的衝突，家長與從政者的衝突，以及每個人似乎都與教師衝突。

不同團體之間的衝突隱含著信仰、意識形態的衝突。Fox 等人調查女人與數學的社會衝突。Fashen 強而有力的寫出在社會中，不同的組織與團體，有意且執行對課程的強烈影響。就像他說的“教人民去發問、去懷疑、去討論、去實驗、去批判及增加學生和組織的注意，以我的觀點來說，真正的威脅到每一個地方，每一個種族所存在，所建立的制度，信仰和權威。”對於這種威脅所引起的各種不同的反應，Fashen 有生動的描述。另外，Mellin-Olsen 提到的“工具主義”(instrumentalism)是另一種的意識形態，它與工人階級有強烈的聯結，因此與以中產階級為主要的教育環境有很大的衝突，這在數學上有其特殊的啓示。

從上述觀點來看，我想區分非正式與正式的教育機構有其價值。後者包括中小學、大學、師資培育機構、政府相關部門等，而前者則包括工業、商業組織、大眾傳播工具、其他政府部門、家長、教會等。在這個層面中，一個可以作為分析衝突的好例子，是大眾傳播工具的角色。對正式的數學教育家而言，自認他們是唯一影響小孩子的數學教育是無意義的。他只需要考慮電視台的勸誘戰術，並與那些在數學中被強調的證明、邏輯及證據的使用、統計的濫用相對照，就可以想像出它們在小孩的心中所產生的衝突。而且，像計算機、微電腦等商業產品，充滿在我們兒童的非正式的數學教育中，也和正式的數學教育家所想像的很多影響相衝突。數學教育的社會環境，包括大眾傳播工具、交通電訊工具、商業產品，及那些透過大眾傳播工具和商業產品，強迫小孩子接受他們的觀念及意識形態的人。更甚的，Ellul 認為在現代科技社會中，非正式的教育系統比正式的教育系統，對一個年青人來說更具有影響力。上述種種應該使我們對正式的教育系統應該做些什麼更關心，特別是應該如何適應眼前愈來愈複雜、愈來愈普遍的非正式的教育系統。

在正式的教育團體之中當然有很多次團體，這些次團體之間的相互作用與影響，對課程也有重大的影響(請參考 Easley 關於此方面的分析)。在 60 年代早期，純數學家對課程有極大的影響力。我信心十足的認為，他們永遠不可能對課程再有這麼大的影響力了。壓力團體何在？它們對社會、政治的強烈影響何在？不同的社會中有不同的壓力團體，以英國為例，目前的中央教育部門正加強它的控制，它為英國的教育發展帶來特殊的動力，同時也可以預期到地方教育家及其他人對它產生的負面感覺。這些教育發展包括課程、考試的結構及教師的甄選——甚至我敢說它想控制師資教育的品質。在美國的 Texas 州，它的州議會似乎在強烈的控制課程，我相信其他州也有類似的問題。

Robitaille 及 Dirks 曾分析對數學課程控制，所帶來的多方面的衝突，並提出一個三階段模式，作為進一步的分析與研究。Easley 的論文曾經分析對數學課程有重大影響的

團體。對這些團體、機構的注意也可以幫助對研究團體的注意。Kilpatrick的論文曾經討論到研究團體的角色，而Keitel則在比較美國與蘇聯的研究團體。

本節的參考資料及它們所引發的觀念，清楚的告訴我們數學教育研究中的重要課題，及這些課題與我們知識之間的重大隔閡，最後幾篇參考資料，幫助我們將自己看成是參與其中的研究者，並幫助我們澄清我們在數學教育的發展中的角色（我們是協助者、評估者、傳授者、看門狗、理論發展者或都是？）

大眾傳播工具亦吸引我們對教育的重大影響的注意。它告訴我們除了教師之外，還有很多人在影響數學教育。我們必須考慮如何研究才能在這個層面上有所貢獻。我的印象是這個層面的研究，雖然已探討到相當的程度，但是還沒有第一個層面（文化的層面）做的好。

3. 機構的層面

這也是我認為數學教育中做的較弱的另一個研究領域（見表3）。雖然我們清楚任何的教育團體，應該都可以提供我們可供分析的有趣且重要的議題，但是我決定集中注意在學校這個機構上。Stake和Easley的一流研究提供很多可利用的資料，而他們不同的研究方法，也說明這一類研究的可能性及其困難。

這個層面的研究，集中注意在教師及教師與學校的交互作用上。在這個層面，教師覺得他們受到別人及學校結構的限制。Arfwedson從教師的觀點來分析學校的“目的”與“規定”，並顯示學校的目的並不被認可，因為它們與採取的教學方法及態度有關，而規定則被認為（例如一個教師不能不按課程表上課，亦不能不記錄學生的出席）。他也指出當學校的規定與目的之間，出現不可避免的衝突時，教師的權力就顯現出有點表面了，而且雖然教師有教學的自由，但是規定卻強烈的侵犯這種自由。“教師一方面是學校權力結構的一部分，另一方面他是使學生認清民主政體和反權威的人”。因此任何為教師帶來改變的要求都會被抑制或破壞。

教師將學校視為一個工作場所具有特別重大的意義，Lortie曾對這種意義提供重要的訊息。特別是，他提到這個事實“教師對於改變具有內在的反抗。因為他們相信他們的工作環境，不會允許他們去顯示他們真正能做的”。依Lortie的看法是教師們常常將由別人所提出的要求改變的提案看成是不重要的。

教師的感覺及教師對提出改變的反應，也影響到數學教育的其他方面。例如，他們對新來的教師，有強烈的影響使其成為同行。Denscombe的研究都在討論這種影響——他

表3 機構的層面

- R.E.Stake and J.A.Easley Case studies in science education, Government Printing Office, Washington, 1978.
- G. Arfwedson Ideals and Peality of Schooling, Schriftenreihe des I.D.M., Universitat Bielefeld, 1976, 6, 139-146.
- D.C.Lortie Schoolteacher - a sociological study, University of Chicago Press, 1975.
- M. Denscombe "The 'hidden' pedagogy' and its implication for teacher training", British Journal of Sociology of Education, 1982, 3,3,249-265.
- J.C.Hall and J.B.Thomas "Research report : Mathematics department headships in secondary schools", Educational Administration, 5,2,30-37.
- B.F.Donovan Power and curriculum implementation : a case study of an imnovatory mathematics program, Ph.D. thesis, University of Wisconsin, Madison, 1983.
- J. Schwille et al. Factors influencing teachers' decisions about what to teach : sociological perspectives, Research Series No.62, I.R.I. Michigan, 1979.
- M. Buchmann and W.H.Schmidt The school day and content commitments. Research series No. 83, I.P.T. Michigan, 1981.
- I. Goodson "Secoming an academic subject : patterns of explanation and evolution". British Journal of Sociology of Edueation, 1981, 2,2,163-186.
- C.B.Marrett and H, Gates "Male-female enrollment across mathematics tracks in predominantly black high schools", Journal for Research in Mathematics Education, 1983, 14,2,113-118.

所謂的“隱藏式的教育”。師資訓練必須結合學校內的教師與學校外的人，但是這種合作，卻是很多意識形態與實際的衝突的來源。

在英國，有關數學教育的公共團體所提出的領導者有其重要性，在小學，不是首席

教師就是數學協調者被提出。在中學階段，我們有正式的數學科負責人，這不僅是行政上的職位，同時對學校數學課程的決定，例如，教科書的選擇，教學方法的使用及安排學生學習數學的路線等，負有很大的責任。雖然數學科全體人員在做上述決定，但事實上這些決定與數學科負責人的品質及訓練有很大的關係。Hall 及 Thomas 曾分析這些教師的各種角色。自從 Cockcroft 報告 (Cockcroft, 1982) 出版後，給這些領導者的訓練課程有驚人的成長。

Donovan 亦調查在澳大利亞 (Australia) 的學校，教師在決定課程優先順序時的角色。Schwille 及 Buchmann / Schmidt 的工作指出這種研究，在美國也有高度的意義。很明顯的，任何的學校將是教師之間、科系之間透過課程的優先順序、資源、人力、時間等作為競爭的地方。數學教師特別關心的是他們與科學教師，尤其是計算的教師之間的關係與影響，在大部分的英國的課表中，計算並不算是一門學科，換句話說，它還沒有建立它在學校中的學科地位 (見 Goodson 討論一個科目如何獲得其學科地位)。然而，數學在大部分的國家是一門高地位的學科，而且數學教師及數學科系常常盡力保護他們的孤立與獨立，以便維持他們的地位。

和科系之間的衝突一樣，數學科系內也有很多很多的議題，如同較早所提到的一個對學生的數學教育很重要的決定，即安排學生學習數學的路線。無論是學校行政人員或數學科系或數學科系的負責人做此決定，它仍然是如同 Marrett 和 Gates 所說的，是一個極敏感且重要的地方。我們可以開始從研究 (例如 Donovan 的) 中看到一個文化中的主要價值觀，如何透過正式的教育系統進入公共團體，透過決策徹底地影響學生數學教育的品質。

一般來說，在公共團體層面的研究使我們感受到教師在教室內運作時，無論是實際上的或意識形態上的，都受到束縛。而這正是我們下一節所要談的教學的層面。

4. 教學的層面

在這個層面，我們集中注意於教室 (見表 4)。教師之所以被稱為教師，是因為賦與他確定的角色與權威，但是因為教師也是人，所以他能適應這個角色，也能以不同的程度及不同的方法執行權威 (見 Lundgren 的分析)。就像小孩子，當他是學校的學生時，也能適合其角色與地位，雖然這個角色與地位並不明確。人，尤其是發育期間的人，他們可能以高度個別化的方式，來確定並執行他的角色與地位。教室提供了這麼一個確定並實現角色的場所，而教師試圖教他的學生數學，這個事實可能與它不相關。

表 4 教學的層面

- U.P.Lundgren "Pedagogical roles in the classroom". In J. Eggleston(ed) Contemporary research in the sociology of education, Methuen 1974.
- V. Reiss "Socialization phenomena in the mathematics classroom: their significance for interdisciplinary teaching", in Cooperation between science teachers and mathematics teachers, I.D.M. Bielefeld, 1979.
- J.E.Parsons, C.M.Kaczala and J.L.Meece "Socialization of achievement attitudes and beliefs: classroom influences", Child Development, 1982, 53, 322-339.
- J.R.Becker "Differential treatment of females and males in mathematics classes", Journal for Research in Mathematical Education, 1981, 12, 1, 40-53.
- J.H.Lorenz "On some psychological aspects of mathematics achievement assessment and classroom interaction", Educational Studies in Mathematics, 1982, 13, 1-19.
- J. Morgan Affective consequences for the learning and teaching of mathematics of an individualised learning programme, D.I.M.E., University of Stirling, Scotland, 1977.
- S. Yatas Four Mathematics Classrooms, University of Southampton, U.K., 1979
- A.M.Dunbar and B.W.Taylor Children's perceptions of elementary teachers as authority figures Journal of Social Psychology, 1982, 118, 249-255.
- H. Bauersfeld "Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom". Educational Studies in Mathematics, 1980, 11, 1, 23-41.
- A.J.Bishop "The social construction of meaning—a significant development for mathematics education". For the Learning of Mathematics, 1985, 9, 1, 24-29.

我們需要像 Reiss 及 Parson 這一類的研究，它告訴我們，當教師在執行他的角色時，在數學教室中進行的社會化的種類，此時，角色的衝突可以很容易的想像出來。很

明顯的，教師在教室中擁有非常有力的地位，因為他正在處理一大群的小孩，他對班上個別的學生或小團體，有使用不同處理方式的傾向。

另一個我們注意的地方是年級的差異。此處我挑選Becker的研究。Lorenz的研究顯示另一個有趣的特點，即教師的幫助行為大都集中在學生最少需要它的地方。

Morgan的研究很重要，因為它顯示當一個教師介紹他覺得會減少控制與權威的個別化教材給全班時，對師生關係的影響。

Yates的研究也很清楚的在討論教師的權力。

此處我們可以感覺到教師的合法權力與教師在教室中的獲得權力分開，而教師的合法權力是社會所給予的，以作為訓練及信任的結果。當然，合法權力的出現，幫助教師在班上獲得權力，然而它也可能使一個教師在教室中無法獲得權力，此時社會給予的合法權力遭到否定。當教師在班上做一些幫助，如儀器設備的分配，課桌椅等設備品的安排，空間的確定，行政上的例行公事時，學校明白的支持教師的權力。在大部分的班級，大部分的教師，其權力的不平衡明顯的有利於教師。如同Dunbar及Taylor顯示給我們看的，學生清楚的覺察到這種情況，至少在小學是這個樣子。

數學教師的權力和其他的教師相似，然而，和其他的教師比較也有很多不一樣的地方。這些相似處無疑的包括教室管理、控制和懲罰，雖然它們與教師工作的學校及教學方法、技巧有關。然而，一般而言，數學教師也能夠透過他們對數學知識的控制來執行他們的權力，因為數學知識對學生而言是極端抽象而不易了解。由於學生對該知識的無力感使得學生需要依賴教師，在這種情況下，數學教師就如同教難懂的外國語教師一般的受學生的依賴。就像Yates的研究所顯示“數學的符號、過程、準據、意義都非常的不易明白，這是學生產生無力感與依賴感的因素。”

教學層面的另一個方向，是教師對學生的影響和數學了解的關係。Bauersfeld和我都調查過這些影響，我願在此概略的提一些我的想法：教師培育學生數學的意圖是師生相互影響的動力。這是師生需要互動的理由，也是促成師生判斷影響的品質的標準。假如學生覺得教師教的不好，那會大大的影響師生未來的關係，所以對教師而言，學習學生是如何判斷教學的成功是很重要的，如有必要還可以企圖修改學生的期望。同樣地，教師的互動也會被學生的期望所左右，然而最大的危險是學生的有限認知將創造有限的期望，這種有限的期望將限制教師的意圖。教師不是不知道放棄某些年青人且重新建立他們的意圖，從數學教育轉向關懷孩子，轉向某些人所指的“職業治療法”。適應及改變對個別環境的培育意圖的議題，似乎呈現出一些複雜的問題，特別是在一個像數學一樣

高地位的學科中。

我們特別有興趣的是數學教師在他的教室中能建立何種意圖交互作用的類型。因為我們關心社會的動力，我們看到數學教師的權力，能適應於建立及維持不同的交互作用的類型。文獻使我們感受到二種主要的類型，即懲罰與磋商。懲罰這種類型的交互作用的特徵，是教師緊緊的維持控制程序規則，控制可接受的貢獻、控制說話量、控制名詞的意義及解題的方法。數學教師呈現的是解題正當性的權威，並強調數學的概念和意義是教師傳遞給學生的。

磋商這種類型的交互作用的特徵，是討論程序規則，採用同意而非強迫的方法，貢獻的種類很多，教師和學生有相同的說話量，共同討論名詞的意義和解題的方法。數學本身提供解題的可接受性和正當性的標準，強調師生互相溝通概念及建立並發展數學的意義。

當然，就像任何的二分法通常隱含著維度，上述類型也一樣。它存在如上述所描述的兩種“純”類型，但是在大部分的教室中所建立的交互作用的類型，都是在這兩種極端類型的中間某處。更進一步的說，依我個人的假設，大部分的數學教師會選擇較接近“懲罰”而非“磋商”的這種交互作用的類型，理由如前所述，教師能控制數學知識。然而從學生有限的了解和技巧，學生害怕數學的觀點來看，嘗試鼓勵教師在他的教室中採用磋商的交互作用類型是很重要的。

我希望這個扼要的說明，能指出在教室層面中社會及情況的分析的價值。我很清楚我們已經有一些能建立在其上的好研究，與相對無趣味的研究對照，這些研究和上一節的一樣重要。教室層面的研究和依據社會現象的研究一樣，需要社會的適當分析賦與活力，假如教室內的基礎研究被疏忽，那麼在教室內進行活動將有困難。

5. 個別的層面

在談論社會維度的演講中包括這個層面是有點兒奇怪，但是依我的觀點，在此考慮個人是有其必要的（見表5）。

首先，因為學習者是個別的，因此必須描述其在社會場合的個別狀態。就像個別的教師以不同的方式，影響他的同儕與他的學生，同時，個別的學生也以不同的方式，影響他們的同儕與他們的教師。雖然教師教全班的學生，然而他們也必須考慮他們的學生的個別狀態。教師也受學生的個別影響而加深他們對學生的印象。

其次，我不是僅對社會維度有興趣，我有興趣的是它如何提供我們有關在個人身上

的教學效果的訊息。我正在尋找個人間的影響，這些影響能說明影響個人的特質。雖然今天在這個層面絕大部分是在談個人間的問題，但是最終目的仍是關心個別的學習者。

表5 個別的層面

- C. Hoyles "The pupil's view of mathematics learning", Educational Studies in Mathematics, 1982, 13,4, 349-372.
- F. Rosamond "Listening to our students", For the Learning of Mathematics, 1982, 3,1,6-11.
- L. Buxton Do you panic about Maths? Heinemann, 1981.
- P. Woods (ed) Pupil strategies, Croom Helm, London, 1980.
- A.N.Perret-Clermont and M.L.Schubauer-Leoni "Conflict and cooperation as opportunities for learning". In P. Robinson (ed) Communication in Development, Academic Press, 1981.
- N. Bar-Eli and A. Raviv "Underachievers as tutors", Journal of Educational Research, 1982, 75, 139-143.
- I. Katz "Experiments on Negro performance in bi-racial situations". In M.W.Miles and W.W.J.Charters Learning in Social Settings, Allin and Bacon, 1970.
- J. Klein The study of groups, Routledge and Kegan Paul, 1956.
- N. Webb "Group composition, group interaction and achievement in cooperative small groups", Journal of Educational Psychology, 1982, 74,4,475-484.
- J. Easley and E. Easley Mathematics can be natural: Kitamaeno priorities introduced to American teachers. Committee on Culture and Cognition. University of Illinois, 1982.

第三，今天的演講包括個別的層面是因為社會本質的研究，集中注意在這個層面上，因此我想帶給它更廣泛的注意與展望。

例如，前3篇參考資料Hoyles, Rosamond及Buxton都集中注意在個人及他們對數學的感覺。從這3篇參考資料中，我們可以清楚的知道個人之間的影响及社會的影响，對個人的感覺有多重要。Hoyles的研究對象是在學學生，他獲得學生經驗的文字報告

並加以分析，底下是他的一些觀點：

注意到學生感覺中的差異，他說“某些訊息指出對於那些會強迫額外要求的老師，學生特別害怕而且討厭。學生喜歡在一個有安全感、有鼓勵氣氛的環境中上數學，他們喜歡教師提供有邏輯結構的進度，希望教師有較大的耐性解說，能鼓勵他們，對他們友善。因此學生似乎希望教師“把數學變簡單”或“告訴他們方法”這可能是爲了減輕他們在數學學習中的任何緊張”。有一個結論我完全同意“爲了找出在學生熱愛數學的更詳細的目標中，他們如何選擇他們的目標，而最後卻無法達到他們目標的原因是需要進一步的研究”。

當然，上述的“目標”是由社會和個人間互相決定的。

Rosamond告訴我們這個研究領域，不僅對在數學中失敗的學生而言是重要的，除非一個人是採“彼得原理”（Peter Principle）的觀點來看數學的成就，否則我們都只達到數學不完備中的某一自己的特別層次而已。

Rosamond說明成功是針對個人的目標環境和感覺而言的，成就也是相對於目標的。像學習中的所有重要的觀念一樣，把自己想成是一個學習者，然後問自己，在你的目標中，誰影響你，你影響了誰，你如何判斷你與這些目標的關係，誰是你認爲影響你最深的人（Sullivan, 1940）。

Buxton的研究對象是成人，而且同樣地充滿恐怖的故事。他對目標有一些有趣的想法，例如，建議教師給學生一些目標可能是實際地（因爲他們的社會的仲裁變成爲學生“反目標”——避免作任何的犧牲。）“害怕成功”很明顯的是一個反目標想法的好例子。Woods的分析告訴我們學生在他們的環境中採取那些模仿的策略，並提醒我們一些 John Holt在他的“學生如何失敗”的書中提到的一些策略。整個有關學生的感覺、害怕、目標和特性的領域中都有一個強烈的社會基礎，而且我很清楚，我們必須加強，發展社會維度在這個層面的研究，以真正了解及解釋影響的產生。

Perret-Clermont研究小組的研究具有另一種不同的本質。他們的研究工作是傳統的皮亞傑學派的，但是他們特別有興趣於了解像守恒概念及發展形式的抽象思考時的社會的影響。例如他描述一個成人施測者要求小孩給成人及他自己相同的數量，當向著小孩時，成人明顯的較大、較老而且有較高的身分地位的問題。

這個研究和研究學生概念發展具有一樣重大的意義，也告訴我們有關學生之間的相互影響與合作。用洋娃娃、成人，不同年紀的搭配者，沒有守恒概念的小孩一對及一個具守恒概念，另一個不具守恒概念的小孩一對，他的結論是“個人必須和他的同伴協調

他們的行動的情境，使他們產生較高能力的新的認知協調”。他也發現被指為“社會中享受權益較少者”的小孩，從他的同儕合作中獲得正面的利益。Bar-Eli 和Raviv的研究也提供很多有用的資料。當然，另外還有一些跨種族（例如，Katz）和跨年級群的有趣研究。

談到團體本身，Klein的書是這方面的模範，但是最近Webb 調查在數學教室中團體的組織，也是很有前途的方法，而Easley在日本某個學校所做的研究，清楚的告訴我們在小學中團體工作的力量。

對教室如果有一個唯一實際的發展，那就是要較多的小組合作。小組合作並不是數學教師常用的教學方式，但是現在還不清楚為什麼會是這個樣子。也許有兩個理由可以考慮：第一，數學這門學科一般並不認為適合群體研讀。換句話說，因為在考試中數學技巧和理解必須個別的顯示，因此他們必須被個別的獲得，以我的觀點，強烈強調心理導向的研究，無疑的對這個迷失有貢獻。第二，無疑的當學生群體的在做數學活動時，教師不再能控制活動。教師可能有控制管理的意念，但是沒有控制知識的意念，雖然喪失知識的控制，可能被認為會導致控制管理的喪失。數學具有正確答案及嚴格規則的確信似乎被要求，在很多教師的眼中，一個安全的教室，教師應堅定的負責其管理、教學方法及知識。

但是，在大部分的數學教室中，假如我們深入的查看會發現一些小組合作，假如沒有刻意計畫去發生，至少能被容忍。學生合作工作，當然有時候“不合規定地”，而且他們很明顯的影響彼此的了解。同樣地，在數學中建立小組合作並不困難，就像其他學科，不論是鼓勵合作的社會技巧、團隊工作或競爭，不論是發展他們彼此溝通數學概念的能力，及Barues所謂的“彼此討論到了解”，或是發展他們的創造、發明的潛能，都比只是接收教師傳達的知識來的好，所以問題在於為什麼我們不應該去尋找鼓勵及刺激在數學課中有較多的小組合作？

結 論

至此，我的分析告一個段落。一般來說，我覺得有三個地方是我們需要努力的與觀念及研究方法有關。

首先，我們有影響力——“重要的其他人”的角色和如何將他們的重要性與別人溝通。所有的層面，研究再研究都指出這些人的角色的重要性，但是我們卻拼命的疏忽它。

其次，我覺得我們必須在數學教育中，發展一個較豐富的動態結構。我們似乎比較喜

歡以靜態的觀點，來說明兩個層面的位置並描述它們之間的某種關係。但是數學教育是動態的，現在我不認為我們正在捕捉它——我們需要在我們的研究中發展一個向量的研究方法。

第三，這個維度的重心在價值觀，意識形態將人們緊緊的黏在一起。我們有作態度和價值觀的研究，但是就像我們在研究中的很多觀念一樣，我們真正需要的是將這些觀念與個人之間相關聯，它將比與個人之間的現象相關聯更重要。只有如此，我們才能將它們情況的重要意義，明白的表達給任何在這個領域中工作的人。

從上述的分析中，我提出我的行動綱領，我希望我已經說服你，有人繼續在做數學教育中的社會維度的研究，但是它需要再發展與加強，假如我的分析能使這個維度更易於了解，更連結一致的，甚至更能研究的，我想我會很高興。

一般的參考資料

- Bishop, A.J. Classroom conditions for learning mathematics. In R. Karplus (ed) Proceedings of the Fourth International Conference for the Psychology of Mathematics Education, University of California, Berkeley, 1980.
- Bishop, A.J. and Nickson, M. Research on the Social Context of Mathematics Education, NFER - Nelson, Slough, 1983.
- Morgan, J. Affective Consequences for the Learning and Teaching of Mathematics of an Individualised Learning Programme, D.I.M.E. University of Stirling. Scotland, 1977.
- Sullivan, H.S. Conceptions of Modern Psychiatry. White Psychiatric Foundation. New York, 1940.
- White, L.A. The Evolution of Culture. McGraw-Hill. New York, 1959.