$$\frac{2\sqrt{(\sqrt[3]{2})^2+(\sqrt[3]{3})^2}}{\sqrt[3]{2}}+\frac{3\sqrt{(\sqrt[3]{2})^2+(\sqrt[3]{3})^2}}{\sqrt[3]{3}}=[(\sqrt[3]{2})^2+(\sqrt[3]{3})^2]^{\frac{3}{2}}$$

〔註〕

要增強求解極值問題的能力，應先徹底瞭解不等式的各基本性質，如遞移性、加法性、乘法性皆能運用自如及各函數的特性判定無誤。先從簡易的單變元的一次、二次多項式函數的例子做起，再演算含超越函數的問題，且多借用圖解的方法來觀察，將會對這類型的問題設定正確的解題方向，提高自信心；至於多變元的極值問題要利用到算術平均大於或等於其幾何平均數或利用到歌西不等式者，除了要瞭解如何套用公式及兩者有所區別之處外，請注意前面所例舉的各種謬誤。如此，有助於求解難度高的題目。

〔註〕一般形式 $P>0$，$q>0$，$0<\theta<\frac{\pi}{2}$，求 $\frac{p}{\sin\theta}+\frac{q}{\cos\theta}$ 的極小值，求法請參考數學傳播第七卷第三期（72 年9月）拙作「從一個聯考試題談起」。

第二屆亞太數學奧林匹亞

李虎雄譯

一、時　　間：一九九〇年三月

二、參加國家：墨西哥、加拿大、韓國、香港、泰國、新加坡、菲律賓、紐西蘭及澳洲

三、試　　題：

1. 時間分配：4 小時。
2. 配　　分：每題7分，總計35分。
3. 不可使用計算器。

問題1

在△ABC中，設D，E，F分別爲BC，AC，AB的中點，且G爲重心。給予∠BAC的一個值時，有多少種不相似的三角形而AEGF爲循環的四邊形？（AEGF爲循環四邊形的意思爲：A，E，G，F四點共圓）

問題2

設 a_1，a_2，……，a_n 是正數，且 S_k 爲所有由 a_1，a_2，……，a_n 取k個乘積後的和。

證明：

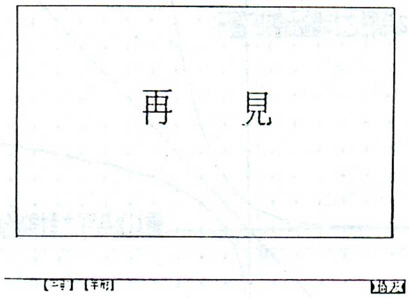
$$S_k S_{n-k} \geq \binom{n}{k}^2 a_1 a_2 \cdots\cdots a_n，k=1，2，\cdots\cdots，n-1$$

均成立。

（下接70頁）

如此，讓學生玩一節課下來，對於指數函數 $y = a^x$ 及對數函數 $y = \log_a x$ 之圖形的情形，有了相當的領悟，而教師可以不必在黑板上畫圖，學生也玩（學）得很愉快。

最後，在圖一的畫面上選 4，即出現圖八的畫面，而結束了這一堂數學課。



圖八

（上承61頁）

問題 3

在所有三角形 ABC 中，底邊 AB 爲固定且由頂點 C 的高爲常數 h，試問那一個三角形，其三個高的乘積爲最大？

問題 4

1990 人依下列的方法，分成互不相交的若干組：

(a) 每組中的任一人，均不可能認識該組中的所有人；

(b) 在同組中的任何三人中，至少有二人互不認識；且

(c) 在同組中的二人，若互不認識，則在該組中恰有一個人認識這二人。

(i) 試證：在各組中，任何一個人所認識的人數相同。

(ii) 試問最多可分多少組？

註：本題中，所謂 A 認識 B，亦指 B 認識 A，同時，我們認定每一個人均認識他自己。

問題 5

試證：對於任意整數 n，$n \geq 6$，必有可分成 n 個全等三角形的凸六邊形。

（譯自：Mathematics Competitions, Vol. 3, No. 1, April, 1990, Page 79, 80.）