

大異其趣的分數觀念

胡家祥

台北市立內湖高中

一、前言

埃及和巴比倫是兩個古代文明，但兩者所獨立發展的數字體系却大不相同，對於數的運算能力和方式更有極大的差異。在完全不同的條件下兩個文明對分數的觀念和運算可說完全循著不同的路線在發展，本文僅簡略的就兩者之異，來探究其根源。

二、兩個文明的分數起源

(一) 埃及的單位分數：

埃及的數學中，單位分數可說是最特殊的；埃及人相當精於計算，但實際上埃及人只用加法運算來進行我們一般的四則運算。我們來看看埃及人怎麼辦到的，加法和減法是一體兩面，我們暫且不管，先看乘法，如： 72×17 埃及人的算式如下：

1	72	✓
2	144	
4	288	
8	576	
16	1152	✓
17	1224	故 $72 \times 17 = 1224$

在上述運算中埃及人並未用乘法，而只是運用倍加的方式，再熟練的運用乘法對加法的分配律來完成乘法運算。分數是由除法運算產生的，接下來看一個除法的例子：

$35 \div 8$ 運算如下：

1	8	
2	16	
4	32	✓
$\frac{1}{2}$	4	
$\frac{1}{4}$	2	✓
$\frac{1}{8}$	1	✓
$4 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$	35	✓

除法仍是由加法組成的，先考慮整數倍，剩餘部分再逐次用單位分數處理。爲了彌補單位分數的不足，埃及所流傳下來的紙草有分子是2的分數表。埃及人甚至有能力處理除數爲分數的除法，其結果用分數的相加來表示。因此可見埃及人對分數的運算已十分的純熟。

(二) 巴比倫的六十進位法下的分數：

在古文明中巴比倫採用六十進位，可說是相當特殊的，巴比倫的數學已具有相當純熟的四則運算，幾何知識也相當豐富，由泥板上楔型文字的資料顯示，類似 $x=2mn$ ， $y=m^2-n^2$ ， $z=m^2+n^2$ 的畢氏數組已經出現。巴比倫人也有充分的能力解二次方程式。所以在巴比倫的史料有 1;10 和 0;30 的數字出現。

1;10 表示 $1\frac{10}{60}$ 而 0;30 表示 $\frac{30}{60}$ ，似乎巴比倫人也會分數的表示法。但仔細探索，巴比倫人所表現的僅是六十進位的小數表示法而已。嚴格來說，巴比倫人並沒有明確的分數的概念。

三、結 論

在整個數學方面的表現而言，巴比倫人似乎比埃及人略勝一籌，但從兩者的分數觀念看來，埃及人數學上的深度絕不比巴比倫人遜色。

可以這麼說，埃及人吃虧的只是將運算定型於加法運算，但也因此埃及人發展出相當好的運算技巧，也發展出即使以目前的數學知識而言，仍相當令人佩服的分數表與運算方法。埃及人的數學能力絕對是十分優秀的。

另一方面，巴比倫人所熟知的數學知識面十分廣，但對分數的概念和運算却顯得十分薄弱，只用小數取代分數的種種，但似乎這也是巴比倫人要使用六十進位的原因之一，因爲六十進位在處理小數時的能力要比十進位強的多了。

因此，對於古文明的數學成就，若僅從現在數學的觀點來看，常會忽視他們的巧思。必須循著他們發展的軌跡去體會，才能發現其精巧之處。

參考文獻

1. Richard J. Gillings, Mathematics in the Time of the Pharaohs, Dover, New York, 1972.
2. Morris Kline, <<數學史>> 上册, 台北九章出版社, 1981.