

高中敘述統計教材研究

王芊芊

臺北私立開南高級商工職業學校

現代統計學之理論體系日漸周詳，統計方法之運用也日漸精密，雖今日自然現象變化萬千，社會現象也錯綜複雜，但其中自有因果關係和一定的規律。如果能分析出其中因果關係成定律，我們也可以利用這些定律以增進人類的幸福。

所以統計在今日已成為施政，科學與學術研究及公私企業發展之設計、執行、控制與解決問題的重要方法，因此研究統計是中學生必備的基本知識。

首先要讓學生了解統計方法應用時固然廣泛，但用之不當，會有不少困擾，甚至使結果產生偏差、誇大，甚至扭曲事實。因為統計方法之應用受到一些限制，如：1.須應用大量的資料，2.須運用正確資料，3.須採取客觀態度，4.須運用長期資料，方能得出正確之推論。

當我們在辦理統計工作的程序，須依一定的步驟順次進行，才能達到圓滿而理想，所依據的步驟如下：

1. 先要有事前的計劃，對所要工作的目標、時間、環境、工作進度、分析方法、以及所需的人力、物力、財力等均需作妥善的準備，以做為工作進行的依據。
2. 然後搜集資料，確定調查對象、時間及範圍、選定調查項目、實施方案、訓練及指導調查員等等。
3. 接著整理資料，如資料中單位不一致時，應加以換算一致，不可能的資料應捨棄，審核後的統計資料雜亂無章，必須依研究目的加以整理，以求簡化，並藉以顯示研究對象全體的通性。
4. 再去分析資料，我們可以利用各種統計方法來分析、檢定、推論這個統計結果。
5. 最後要顯示結果，這些結果用統計表或統計圖顯示出來，或另統計報告詳加說明，以供各有關方面參考使用，如此統計工作即告完成。

現在僅就高中數學中所提統計部份的各種平均數之關係與比較深入敘述之。

各種平均數具有那些關係？

1. 任何一群正的數值中通常其算術平均數 ($\bar{X}$) > 幾何平均數 (G) > 調和平均數 (H)，只當各項數值皆相同時，此三種平均數始相等。
2. 任何兩個正的數值的幾何平均數為算術平均數與調和平均數之積之平方根即：

$$G = \sqrt{\bar{X} \times H}$$

3. 在單峯對稱分配中，算術平均數、中位數與衆數三者合而為一，即 $\bar{X} = M_e = M_o$ 。
4. 在單峯微偏分配中，算術平均數、中位數與衆數三者有一種甚為穩定之關係；即算術平均數與衆數相差之絕對值，約等於算術平均數與中位數相差絕對值之三倍即：

$$|\bar{X} - M_o| = 3 |\bar{X} - M_e|$$

5. 在單峯正偏分配中，算術平均數、中位數及衆數之關係為 $\bar{X} > M_e > M_o$ 。在單峯負偏分配中，算術平均數、中位數及衆數之關係為 $\bar{X} < M_e < M_o$ 。由此可見在單峯微偏分配中，中位數必介於算術平均數與衆數之間。

優良平均數應具備的條件

據 G.U. Yule 之意見，一種優良平均數應具備下列六條件：

1. 感應靈敏：平均數既為一群數值的代表數值，則計算時應包括全體數值，即其中任一項數值變化，平均數亦應隨而變化。
2. 嚴密確定：一種平均數不論由誰計算，均需採客觀方法求得，根據同一資料，採用同一公式，所得之結果不因計算者的不同而有差異。
3. 簡明易懂：平均數之意義，應簡單明瞭，易為一般人接受。
4. 計算簡易：計算應力求簡便省時。
5. 適合代數方法處理：即欲求全部資料的總平均數，最好能根據各部份的平均數求得之。
6. 所受抽樣變動之影響甚微：一種平均數受抽樣變動之影響愈小愈好，如果影響甚微，則以此平均數去代表一群體之平均數時，其可靠性必較大。

綜合上述標準，將各種平均數的優點與缺點列示如下：

1. 算術平均數 $\bar{X}$

優點：(1) 感應靈敏。

- (2) 嚴密確定。
- (3) 意義簡明易解。
- (4) 適合代數方法處理。
- (5) 計算容易。
- (6) 甚少受抽樣變動的影響。

缺點：受兩端極數值的影響較大。

2. 調和平均數H

- 優點：(1) 感應靈敏。
- (2) 嚴密確定。
 - (3) 適合代數方法處理。
 - (4) 受抽樣變動的影響甚微。
 - (5) 特殊條件下，適合求速率、物價、匯價之平均。

缺點：意義難了解。

3. 幾何平均數G

- 優點：(1) 感應靈敏。
- (2) 嚴密確定。
 - (3) 適合代數方法處理。
 - (4) 受抽樣變動影響很少。
 - (5) 受兩極端數值影響較 $\bar{X}$ 為小。
 - (6) 適宜編製指數（因無型偏誤）。

缺點：意義難了解。

4. 中位數M。

- 優點：(1) 意義簡明。
- (2) 嚴密確定。
 - (3) 計算容易。
 - (4) 受抽樣變動之影響甚微。
 - (5) 不受兩極端數值之影響。
 - (6) 分組次數表有未確定之組距時，仍可求出。
 - (7) 適合量的資料，也適合有等級次序的質的資料。

缺點：感應性較差。

5. 衆數M。

優點：(1) 簡明易解。

(2) 不受兩極端數值的影響。

(3) 分組次數表有未確定的組距時，衆數仍可求得。

(4) 近似衆數之計算，甚爲簡易。

(5) 不但適宜量的資料，也適用於質的資料。

缺點：(1) 感應不靈敏。

(2) 近似衆數之值，不易確定，組限或組距稍有變動，其數值可能變動甚大。

(3) 當次數分配無規律或無顯著之集中趨勢時，則衆數喪失其意義。

由上所述，在五種平均數中以算術平均數最優，因其具備有優良平均數所應具備之所有條件，所以不僅在應用統計上用得多，即在數理統計學上亦用得最多。其次是中位數及衆數；因中位數完全可不受極端數值之影響，故在時間數列分析中消除偶然變動時有其特殊功能，且因依序求得，在無母數統計方法及品質管制方法中甚爲重要。至於衆數是當資料衆多而集中情形甚爲明顯或資料缺乏精確數量或兩極端數值不明顯時可用衆數；除此外，中位數及衆數能適用於質的資料上，其他平均數則不可能。最後是幾何平均數與調和平均數均僅適用於特殊場合。

幾何平均數宜於求若干比例或百分比之平均，所以在經濟統計內編製指數方面及人口統計有特殊功用。或一次數分配之資料，在算術尺度上作圖時爲一偏斜分配，在對數尺度上作圖時，變爲對稱分配，則此種性質之次數分配，宜用幾何平均數爲代表值。而調和平均數的應用機會只限於單位時間內平均速率、及單位貨幣內之平均物價及匯價。

總之，五種平均數各有其優缺點，亦各有其最適用的場合。我們應根據統計研究的目的及資料的性質，選用最適合的平均數爲一群數值的代表。

建議：高中應該推廣計算器的使用，以利統計或數學中繁雜數字的計算，使學生在學習上更能發揮學以致用的效果，而不致看到繁雜數字時就宣佈放棄，因而喪失教學效果。