

第一屆亞太數學奧林匹克

李虎雄 譯

一、時間：一九八九年三月十四日

二、參加國家：澳洲、加拿大、香港及新加坡

三、試題：

1. 時間分配：4小時

2. 配分：每題七分，總計 35 分

3. 不可使用計算器

問題 1.

設 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 為正數，且

$$S = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

證明：

$$(1+x_1)(1+x_2)\dots(1+x_n) \leq 1 + S + \frac{S^2}{2!} + \dots + \frac{S^n}{n!}$$

問題 2.

證明：方程式

$$6(6a^2 + 3b^2 + c^2) = 5n^2$$

除了 $a = b = c = n = 0$ 外，沒有其他整數解。

問題 3.

設 A_1, A_2, A_3 為平面上的三點，方便起見，設 $A_4 = A_1, A_5 = A_2$ 。對於 $n=1, 2$ 與 3，設 B_n 為 $A_n A_{n+1}$ 的中點，且 C_n 為 $A_n B_n$ 的中點。假如 $A_n C_{n+1}$ 與 $B_n A_{n+2}$ 相交於 D_n ，且 $A_n B_{n+1}$ 與 $C_n A_{n+2}$ 相交於 E_n 。求 $\Delta D_1 D_2 D_3$ 的面積與 $\Delta E_1 E_2 E_3$ 的面積的比。

(下接 72 頁)