

從美國中學與大學微積分教材 配合問題的檢討報告對我國內 同樣類似的問題提出一點意見

梁 賢

國立高雄師範大學數學系

美國自一九七〇年代初期少數中學開始設置微積分科目以來歷經十多年的擴充，至今全國已有超過半數以上的中學有微積分科目。教材內容且有些已接近大學微積分課程的標準，重複的趨勢使中學畢業生入大學後為獲免修部份或全部微積分課程，與大學當局發生許多爭論，美數學協會（MAA）所屬機構大學數學課案委員會（COMMITTEE ON THE UNDERGRADUATE PROGRAMS IN MATHEMATICS，簡稱CUPM）經輿論的批評，於是籌組一稱謂「中大學微積分教材配合問題」的調查委員小組進行為期三年的研究調查並提出解決方案。本人以為我國高中數學課程業已包括部份微積分教材，將來也有擴充的趨勢，多重複，勢必引起調整大學數學課程問題。為將來數學課程教材、內容的檢討與改進，藉此一面概略介紹近期數學月刊（THE AMERICAN MATHEMATICAL MONTHLY，OCTOBER，1987）報導有關CUPM的調查報告，以供數學教育人士做參考資料，一面就此問題略提本人一點意見。

首先談到美中學設置微積分科目的背景由來，就個人分析觀察，簡列三項主要形成因素。

一、升學主義

許多家長父母關心子弟前途事業，希望在好的學園環境下，早期培養，打下學業基礎，始由小學時候聘用家教作課外指導，逐漸地昇華至中學的課外補習，使子弟們得終

以優良畢業成績被名流大學招收，再繼續唸完大學後順利地踏入工商各界，一面貢獻其所學專長，一面享受高薪待遇，此現象已普及世界各國，美國自不例外。

二、時代科學的發展促使教育全速邁進

微積分的發現是數學發展中的一個最重要紀元，理論上是近代數學一切發展的起點，應用上已成爲今日理工學科不可缺的數學基礎，愈早灌輸微積分的觀念，愈使日後研究奠下扎實的數學根基，例如理工學科在先進研究方面，不少領域已需要廣泛且有深度的數學智識，在美一流大學的研究所，基於建立更充實的數學基礎，大學部必修數學課程內容已逐漸改變中，原來的選修科目如偏微分方程已變成必修科目，而研究所階段的選修科目如泛函分析逐漸變成理工科大學部的選修科目，有人說「大學程度的提高使微積分降級爲中學課程」。

三、國際上中學教育的競爭

每數年期間均有舉行世界性的中等學校數學及自然學科測驗比賽，據美國一九八五年的所謂「第二次國際數學研究」報告指出一九八一年至一九八二年高三年級不在數學加速班內的學生。（註一）參加國際數學測驗的結果，總平均成績祇排名在世界最末四分之一國家的程度，而在加速班內修過微積分的學生，平均成績則接近國際平均水準，此顯著優劣表現，使美各中學了解微積分的重要性，而更積極推動全國性中學微積分教育。

其次談到中學微積分課程的發展，教材內容的擴大，造成中大

的高中生當中祇有百分之六通過標準考試而獲免修，其餘沒有參加或考試未達及格標準的則佔百分之九十四，佔此絕大多數的學生，入大學後照理應當重新開始修微積分，然而大學各自情況不同，強制所有學生重頭再修微積分有所困難，早已引起許多社會議論。委員小組經三年研究調查針對問題發生癥結所在提出解決辦法，將未參加考試及參加考試而不及格的學生分成兩類，分別提出下列建議方案：

第一類：參加考試而成績在等級 3 的學生。這部份學生佔總考生的三分之一，總算在及格邊緣，又因大學規模情況不同，提供了三種較具彈性的方案：

- (一)學校自行擬定免修考試，但通過此等再試考試的學生，程度上至少要達標準考試等級在 4 級以上。
- (二)准學生繼續修微積分(二)的課程，如果順利及格，再同時承認微積分(一)的學分。
- (三)成立微積分(二)特殊班安插這類學生，一面複習及加強微積分(一)的基礎，一面繼續教授微積分(二)的教材。

第二類：修過高中微積分但未參加免修標準考試的學生。安排這類學生課程是大學最感棘手問題，主要是因為一方面標準免修考試計畫尚未正式立案而被所有大學承認，到目前為止仍然由各大學自行採納參考。於是不能完全要求所有學生參加檢定考試，另一方面中學微積分尚在推行中多方期待鼓勵，大學方面自不宜全部否定學生在中學所獲微積分的知識，一味硬性要重修大學微積分課程，在以上兩特別情況下，仍建議設立微積分特別班俱符合下列班旨：

(五)一中學的微積分課程效果評審，應以通過免修考試的比例及該校畢業生在大學續修最後階段微積分課程，如微積分(一)與(二)等表現做決定。

(六)大學的教育單位應主持召開定期性會議，與中學等檢討與改進有關共同內容性質的科目如微積分等以達到配合目的。

(七)建議所有大學採用標準微積分免修考試方案，AB 及 BC 兩組考試成績達四分以上等級的應給予免修微積分(一)或微積分(二)，成績三分的應定一個標準的安置方案。

以上所作摘要介紹 CUPM 報告中，本人發現尚有值得參考地方順便藉此提出一些意見。雖然美國義務中學教育六年，免試入大學的教育制度與我國及其他歐亞國家採取入學考試制度不同，在此不同制度下，教育方針，計畫與改進自有差別。然而教育的基本目的是傳授知識與學習技能，使一個人完成教育之後在社會上可立足謀生，貢獻其所學所能，促進社會共榮進步，不論中外都有如此相同教育目的。教育隨著科學的發展正急速改變前進，在數學教育方面我們確已作了重大改進，例如新編的中學數學教材已包含一向是大學科目的微積分，大專聯考也包括了微積分題目。不久的將來，世界各國中學微積分教材內容，份量勢必加重有逐漸趕上大學微積分的全部範圍，大幅度地內容重複，自然引起大學課程調整問題。目前我們高中理科數學教材單變數微積分的全部內容，理論與應用均在課本內做了詳