目前中國大陸高級中學數學教科書與教師手冊之研究分析報告

陳冒海
國立臺灣師範大學數學系

目前在中國大陸廣爲使用之高中數學教材是由人民教育出版社數學室根據（中共）國家教育委員會制定之“全日制中學數學教學大綱”編寫而成的。一類是供全日制十年制之二年制或三年制的高中使用；另一類是供六年制中學之高中使用（稱爲甲種本）。前者共有四册，即代數（上），代數（下），立體幾何，平面解析幾何等四册；後者（即甲種本）共有六册，即代數Ⅰ、代數Ⅱ、代數Ⅲ、立體幾何、平面解析幾何、微積分初步等六册。

這兩套高中數學教材的初稿完成後都曾向各省、市、自治區的教研部門，部分師範院校徵求意見，並向部分中學教師徵求意見，有的省還進行了試教。

與國內目前高中數學教材作個比較可以發現這兩套教材有不少值得我們參考的特點。

一、教材的編寫方面

㈠ 雖亦儘量採用口語化的方式敍述，但却是採純數學化方式，以集合概念爲基礎，嚴密定義與證明，來呈現整個教材。教科書中甚少出現引起學生學習動機或舊經驗等有關的敍述。（這點與國內高、初中數學教材的編寫方式差異很大）。

㈡ 雖然在代數教材中亦用到一些平面解析幾何的有關知識，微積分初步中也用到代數（含三角），平面解析幾何與立體幾何方面的一些知識，但整體而言，教材的呈現方式是採直線式（而非國內目前高、初中數學教材所採用的螺旋式）。

㈢ 教科書中的習題分成四類，即練習、習題、復習參考題與總復習參考題等四大類。其設計目的如下：

(1) 練習——供課堂上練習之用。(如同目前國內高、初中數學教材中之隨堂練習)。)。

(2) 習題——供課、內外學生習作之用。(如同我們每節之後所安排的習題)。

(3) 復習參考題——安排在每章之後，作爲復習本章知識時使用。(目前我們高中數學教材並無此項設計)。

(4) 總復習參考題——安排在每冊書的後面，供復習全書知識時使用。(目前國內高中數學教材亦無此項設計)。

該兩套教材中相同教材單元之練習與習題的份量，難易度無甚分別，但甲種本(即供六年制之高中使用的數學教科書)中，復習參考題又分成A、B兩組。其中之A組復習參考題大致上與另一類教材(即供十年制之二年制或三年制之高中使用者)相同，B組復習參考題則是綜合性、靈活性較高的題目。另外，兩套教材中雖然都安排了總復習參考題，但甲種本中之總復習參考題的份量與深度，靈活性、綜合性都比另一類教材中者高出甚多。

此外，部分習題打有星號，供教師指定學生作業時參考之用。(目前國內高、初中數學教材亦無此項設計)。

(5) 每章之復習參考題之前都編有"小結"，簡敍該章的內容重點。(目前國內高、初中數學教材亦無此項設計)。

二、課程架構方面

由於中國大陸目前學制採多樣化之設計，爲便於比較，我們僅以供六年制中學之三年高中使用的數學課程架構來進行分析。(這種學制與我們目前的中學學制類同)。

前面已提及這類高中所使用的數學教科書爲甲種本，共有六冊——代數Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ；立體幾何；平面解析幾何與微積分初步。各冊教科書的使用年級以及每週之授課時數如下表所示：

高三	微積分初步 (3)	代數Ⅲ(2)
高二	平面解析幾何(2)	代數Ⅱ(3)
高一	立體幾何 (2)	代數Ⅰ(3)

爲發揮教材的彈性，適應各方面的差異，有些章節都打有星號，教師可視實際教學狀況作適當選擇。

由於高中畢業生得參加全國性的升學考試，以決定是否能升學以及升何學院、學系。升學考試競爭激烈。因爲升學考試並不包含微積分，部分高中有不教微積分的情形發生。（見師大數學系林福來教授刋登於科學教育月刋第112期之大作——中國大陸的中學數學課程現況）。這與目前國內社會組學生高三時全部選修普通數學而不選修商科數學的原因、情形都頗爲類似。使得原來的課程架構設計受到相當的扭曲。主管大專院校入學考試的有關人士實在有必要自己好好地檢討檢討。

三、各册教材之內涵

甲種本之各册教材之內涵如下：

㈠ 立體幾何（高一，每週2節課）

第一章 直線與平面

§1 平面

1-1 平面

1-2 平面的基本性質

1-3 水平放置的平面圖形的直觀圖的畫法

§2 空間兩條直線

1-4 兩條直線的位置關係

1-5 平行直線

1-6 兩條不共面直線所成的角

§3 空間直線和平面

1-7 直線和平面的位置關係

1-8 直線和平面平行的判定與性質

1-9 直線和平面垂直的判定與性質

1-10 斜線在平面上的射影，直線和平面所成的角

1-11 三垂線定理

§4 空間兩個平面

1-12 兩個平面的位置關係

1-13 兩個平面平行的判定和性質

1-14 二面角

1-15 兩個平面垂直的判定和性質

第二章 多面體和旋轉體

§1 多面體

2-1 棱柱—棱柱的概念和性質、長方體、直棱柱直觀圖的畫法、直棱柱的側面積。

2-2 棱錐—棱錐的概念和性質，正棱錐的直觀圖的畫法，正棱錐的側面積。

2-3 棱臺—棱臺的概念和性質，正棱臺直觀圖的畫法，正棱臺的側面積。

§2 旋轉體

2-4 圓柱、圓錐、圓臺

2-5 球

2-6 球冠（即球面被平面所截得的一部分）、旋轉面和旋轉體。

§3 多面體和旋轉體的體積

2-7 體積的概念與公理

2-8 棱柱、圓柱的體積

2-9 棱錐、圓錐的體積

2-10 棱臺、圓臺的體積

*2-11 擬柱體及其體積

2-12 球的體積

2-13 球缺的體積

*第三章 多面角和正多面體

§1 多面角

3-1 多面角

3-2 多面角的性質

§2 正多面體、多面體變形

3-3 正多面體

3-4 多面體的變形、尤拉公式

(二) 平面解析幾何（高二，每週2節）

第一章 直線

§1 有向線段、定比分點

1-1 有向線段、兩點的距離

1-2 線段的定比分點

§2 直線的方程式

1-3 一次函數的圖形與直線的方程式

1-4 直線的傾斜角和斜率

1-5 直線的方程式的幾種形式

1-6 直線方程式的一般形式

*1-7 二元一次不等式表示的區域

*1-8 直線型經驗公式

§3 兩條直線的位置關係

1-9 兩條直線的平行與垂直

1-10 兩條直線所成的角

1-11 兩條直線的交點

1-12 點到直線的距離

第二章 圓錐曲線

§1 曲線和方程式

2-1 曲線和方程式

2-2 求曲線的方程式

2-3 充要條件

2-4 曲線的交點

§2 圓

2-5 圓的標準方程式

2-6 圓的一般方程式

§3 橢圓

2-7 橢圓及其標準方程式

2-8 橢圓的幾何性質

§4 雙曲線

2-9 雙曲線及其標準方程式

2-10 雙曲線的幾何性質

§5 拋物線

2-11 拋物線及其標準方程式

2-12 拋物線的幾何性質

*2-13 圓錐曲線的切線和法線

第三章 坐標變換

§1 平移和旋轉

3-1 坐標軸的平移

3-2 利用坐標軸的平移化簡二元二次方程式

*3-3 坐標軸的旋轉

*3-4 利用坐標軸的旋轉化簡二元二次方程式

*§2 一般二元二次方程式的討論

3-5 化一般二元二次方程式爲標準式

3-6 一般二元二次方程式的討論

第四章 參數方程式、極坐標

§1 參數方程式

4-1 曲線的參數方程式

4-2 參數方程式和普通方程式的互化

4-3 圓的漸開線、擺線*

§2 極坐標

4-4 極坐標系

4-5 曲線的極坐標方程式

4-6 極坐標和直角坐標的互化

4-7 等速螺線

㈢ 代數 I（高一，每週3節）

第一章 冪函數、指數函數和對數函數

§1 集合

1-1 集合

1-2 子集、交集、聯集、補集

§2 映射

1-3 映射

1-4 函數

§3 冪函數

1-5 冪函數

1-6 函數的單調性

1-7 函數的奇偶性

1-8 一一映射

1-9 逆映射

1-10 反函數

1-11 互爲反函數的函數圖形間的關係

§4 指數函數和對數函數

1-12 指數函數

1-13 對數函數

1-14 指數方程式和對數方程式

第二章 三角函數

§1 任意角的三角函數

2-1 角的概念的推廣

2-2 弧度制

2-3 任意角的三角函數

2-4 同角三角函數的基本關係式

2-5 誘導公式

2-6 已知三角函數值求角

§2 三角函數的圖形和性質

2-7 用單位圓中的線段表示三角函數值

2-8 正弦函數、餘弦函數的圖形和性質

2-9 函數 $y = a\sin(\alpha x + \beta)$ 的圖形

2-10 正切函數、餘切函數的圖形和性質

第三章 兩角和與差的三角函數

3-1 兩角和與差的三角函數

3-2 二倍角的正弦、餘弦、正切

3-3　半角的正弦、餘弦和正切

3-4　三角函數的積化和差與和差化積

㈣　代數Ⅱ（高二，每週3節）

第一章　反三角函數和簡易三角方程

§1　反三角函數

1-1　反正弦函數

1-2　反餘弦函數

1-3　反正切函數與反餘切函數

§2　簡易三角方程式

1-4　三角方程式

1-5　最簡易的三角方程式

1-6　簡易的三角方程式

第二章　數列與數學歸納法

§1　數列

2-1　數列

2-2　等差數列

2-3　等比數列

§2　數學歸法

2-4　數學歸納法

2-5　數學歸納法的應用舉例

第三章　不等式

3-1　不等式

3-2　不等式的性質

3-3　不等式的證明

3-4　不等式的解法

3-5　含有絕對值的不等式

第四章　行列式和線性方程組

4-1　二階行列式和二元線性方程組

4-2　三階行列式

4-3 三階行列式的性質

4-4 按一行（或一列）展開三階行列式

4-5 三元線性方程組

*4-6 三元齊次線性方程組

*4-7 四階行列式和四元線性方程組

*4-8 用順序消元法解線性方程組

第五章 複數

§1 複數的概念

5-1 數的概念的發展

5-2 複數的有關概念

5-3 複數的向量表示

§2 複數的運算

5-4 複數的加法與減法

5-5 複數的乘法與除法

§3 複數的三角形式

5-6 複數的三角形式

5-7 複數的三角形式的運算

*5-8 複數的指數形式

(五) 代數Ⅲ（高三，每週2節）

*第一章 一元多項式和高次方程式

§1 一元多項式

1-1 一元n次多項式

1-2 綜合除法

1-3 餘式定理

1-4 因式定理

1-5 利用綜合除法、因式定理來分解因式

§2 高次方程式

1-6 一元n次方程式的根的個數

1-7 一元n次方程式的根與係數的關係

1-8　實係數方程式虛根成對定理

第二章　排列、組合、二項式定理

§1　排列與組合

2-1　基本原理

2-2　排列

2-3　排列數公式

2-4　組合

2-5　組合數公式

2-6　組合數的兩個性質

§2　二項式定理

2-7　二項式定理

2-8　二項式係數的性質

第三章　概率

3-1　隨機事件的概率

3-2　等可能性事件的概率（即機會均等事件的概率）

3-3　互斥事件有一個發生的概率

3-4　相互獨立事件同時發生的概率

3-5　獨立重複試驗

㈥　微積分初步（高三，每週3節）

第一章　極限

1-1　數列的極限

1-2　數列極限的四則運算

1-3　函數的極限

1-4　函數極限的四則運算

1-5　函數的連續性

1-6　兩個重要的限制（即 $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ 與 $\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x=e$）

第二章　導數和微分

§1　導數概念

2-1　瞬時速度

2-2 導數

2-3 導數的幾何意義、切線方程式和法線方程式

*變化率舉列

2-4 函數的可導性與連續性的關係

§2 求導方法

2-5 幾種常見函數的導數

2-6 函數的和、差、積、商的導數

2-7 複合（即合成）函數的導數

2-8 三角函數的導數

2-9 反三角函數的導數

2-10 對數函數的導數

2-11 指數函數的導數

2-12 冪函數的導數

2-13 隱函數的導數

2-14 二階導數

§3 微分

2-15 微分概念

2-16 微分的運算

2-17 近似計算（只涉及一次近似）

第三章 導數的應用

§1 一階導數的應用

3-1 預備知識（Rolle, Lagrange之均值定理）

3-2 函數的單調性

3-3 函數的極大值與極小值

3-4 函數的最大值與最小值

*§2 二階導數的應用

3-5 預備知識

3-6 函數極值的判定

3-7 曲線的凸向和反曲點

3-8 函數的圖象

第四章　不定積分

4-1　原函數（即導函數）

4-2　不定積分

4-3　基本積分公式

4-4　不定積分的運算法則

4-5　直接積分法

4-6　換元積分法

4-7　分部積分法（含積分表的用法）

第五章　定積分及其應用

§1　定積分的概念和計算

5-1　定積分的概念

5-2　微積分基本公式

§2　定積分的應用

5-3　平面圖形的面積

5-4　旋轉體的體積

*5-5　平面曲線的弧長

*5-6　旋轉體的側面積

四、與目前國內高中數學教材內涵之比較

前面曾提及大陸高中數學教材甲種本在教材之編寫與呈現方式跟我們目前所使用之高中數學教材的一些不同之處，這些差異從兩者內涵方面的比較中亦可很明顯地看出。

教材單元	大陸六年制高中所使用之甲種本教材	國內目前之高中數學教材
集合概念	深度廣度與我們類似，但高一一開始就介紹	直到高二下學期才正式介紹

函數概念	高一即利用集合的概念，正式介紹，還涉及反函數的概念。	直到高三上學期才正式介紹函數，在這之前學生只知道函數是某種對應關係。不討論反函數的概念。
反三角函數與簡單三角方程式	高二安排了約12 節課的教材	無。
平面向量	只在複數的向量表示法等中約略提及。	高一基礎數學第二冊第四章中有較詳細的介紹。
立體幾何	高一整整一學年，每週2節課，用傳統方式正式介紹。	高二基礎數學第三冊第一章第一節中用直觀方式（只證明三垂線定理）介紹另統合教材中亦提及多面體與尤拉公式。
空間向量與立體解析幾何	無。	高二基礎數學第三冊第一章、第三章第三節，有較詳細的介紹。
坐標軸的旋轉	有較正式詳細的介紹。	略。
極坐標	有較正式詳細的介紹。	無。
排列、組合	不涉及重複排列、環狀排列、重複組合的概念。	有較詳細的介紹。
條件機率及貝氏定理	略。	有較詳細的介紹。

統計方面的教材	無。	基礎數學第四冊最後一章介紹敘述統計。
二元一次方程式的整數解、中國剩餘定理	無。	基礎數學統合（上）整章介紹。
極限的概念	用 ε 、δ 正式定義，因此連續，可微分等概念都有較正式的介紹，許多重要定理亦有正詳細的證明。	採直觀的方式介紹
反三角函數的導數	有較詳細的介紹。	無。
微分概念與近似計算	第二章第 3 節中有較詳細的介紹。	略。
部分積分法及積分表的用法	在第四章中介紹。	無。
平面曲線的弧長與旋轉體的表面積	在第五章中介紹。	略。
數　值　方　法	僅在微分概念的介紹中提及一次近似的概念。	理科數學（下）有一半的教材都在介紹數值方法。
矩陣的秩與一次方程組有解的條件的討論	無。	理科數學（下）中有較多的討論。

矩陣的應用，如最小平方法，馬可夫鏈里昂提夫輸入輸出模式。	無。	理科數學（下）中有較多的討論。

其餘各單元教材在深度、廣度等方面雙方概略相當。

五、教學參考書(即教師手册)方面

這套教材另編有教學參考書，是由他們的教育部委託江蘇省教育廳組織編寫的。參加編寫的有江蘇教育學院的周煥山、陳光蓉、汪濤等人，並由吳新萃校訂。該書在編寫的過程中，曾得到江蘇省教育廳中小學教研室的支援。

各册之教學參考書皆按原册分章編寫。每章大致上都包含了四大項：

㈠ 教學要求——即教學目標。

㈡ 教材分析和教學建議——教材分析摘要，各節之各子節的教學時數，教學應注意事項與建議。

㈢ 習題的答案、提示和解答。

㈣ 附錄——參考資料、充實教材。

我們所編寫的教師手册除了提供這方面的資料外，還提供了教材地位分析以及評量注意事項方面的資料。此外，教學目標不是按章編寫而是每節都編寫的。不過，甲種本中之教學建議都是按節編寫而我們却是按章編寫的，這點我們今後似乎有進一步改進的必要。

六、數學資優生的教材

中共科學院數學所以項武義教授所編寫的一套數學教材爲藍本，重新編寫了一套中學六年的數學資優生的數學教材，各册大致內容請參閱師大數學系林福來教授刊登於科學教育月刊第112期大作——中國大陸的中學數學課程現況。我們國內則還沒有專供數學資優生教學之用的系統教材，國內的資優生的教學問題似乎相當不落實。