給大專聯考數學科命題人參考的數據

石厚高

臺北市立建國中學

本學期高三自然組第一次月考數學科由筆者命題。考試時間七十分鐘。考完以後反應不錯，所以把有關資料寫下來請數學教師指正。

月考前公佈的範圍是理科數學第一章全部，第二章前面的兩個習題。也就是自習題 1-1 至習題 2-2，給學生的提示是「多看課本並多演練課本的習題、例題、隨堂練習」。除了其中的最後一題證明題很少學生拿到分數之外，其他都是出自課本的習題、例題，僅作數據變更。目標是要看過書習題都是自己作的，考試時能保持常態，應該有八十分以上的成績。從成績分佈看出達到了目標。不及格人數佔全體的百分之八，與以往歷屆升學率的百分之九十、九十一、九十二也相符。高標準 87.58， 低標準 78.01. 畫個分配圖是中間偏右，對建中學生來說是很正常的，因為建中學生經過選擇，是第一志願入學的。

我也把高一、二兩個年度的第一、二、三、四冊數學課本採同樣方式命題，給高三同學作複習考試，考出來成績是高標準 76 ，低標準 68 。高低標準都少了10分左右，範圍變大，成績減少是很正常的。從這次考試成績看來大專聯考命題只要就課本習題與例題命題就已經能測出學生程度了，不必要出一些考生沒有見過，老師也很傷腦筋的題目以求表現。當然我不反對有 20 分以內要能對三年所學的數學都融會貫通才有希望拿分的題目。此次參加考試學生共 28 個班 1532 人。下頁是試題與有關數據、分配圖。

低標準	119518／1532	=	78.01
高標準	67162／766	=	87.68
不及格	128／1532	=	8％
79分以上	784／1532	=	51％
89分以上	260／1532	=	17％
滿分			16人

0…………5	
6…………10	
11…………15	
16…………20	
21…………25	
26…………30	
31…………35	
36…………40	*
41…………45	*
46…………50	***
51…………55	*********
56…………60	***************
61…………65	*****************
66…………70	*****************************
71…………75	**************************************
76…………80	***
81…………85	***
86…………90	***
91…………95	***********************************
96…………100	************

每個＊號表5人，未達5人者不計

台北市立建國高級中學 七十八學年度第一學期第一次月考數學科(自然組)三年級___班積分號___姓名___

注意:配分不同,不要塡錯空格1………20每空格2分,21………30每空格4分

甲.若 $f(x)$ 是一個可微分的函數,則由 $f(x)$ 求 $f'(x)$ 這個計算過程,我們稱之爲將函數 $f(x)$ 微分。以上這一段話的「可微分」是 (1) 詞,而「將函數 $f(x)$ 微分」中的「微分」卻是 (2) 詞

乙.求下列各函數之導函數

(3). $2x^2-3x+4$ (4). $\sqrt{1-x+x^2}$ (21). $x/(x^2+1)$

丙.函數 $f(x)=x^2$ 在 $x=1$ 處之導數爲(5)

丁.函數 $f(x)=\sqrt{3x}$ 在 $x=3$ 處之導數爲(6)

戊.求下列各式在 x 趨近於3時之極限

(7) x^2-4x+3 (22) $(x^2-9)/(x^2-4x+3)$

(23) $(\sqrt{x}-\sqrt{3})/(\sqrt{x+6}-3)$

己.設 $f(x)=(x^2+5x+4)^2$ 則 $f'(x)=0$ 之解爲(24),$f''(x)=0$ 之解爲(25)

庚.函數 $f(x)=2x^3+3x^2-1$ 圖形之相對極大點座標爲(8),相對極小點座標爲(9),反曲點座標爲(10),過其上一點 $(2,f(2))$ 之切線方程式爲(11),$f(x)$ 之相對極大值爲(12)相對極小值爲(13)

辛.二曲線 $y=3x^2$ ………(a)與 $x=3y^2$ ………(b)在第一象限的交點爲 $P(a,b)$ 則 $a+b=$ (14) 過P切於(a)之直線方程式爲(15) 過P切於(b)之直線方程式爲(26) 此二直線所夾之銳角爲 θ 則 $\tan\theta=$ (27)

壬.求 $y=(4/5)\sqrt{25-x^2}$ 的圖形上以 $(3,16/5)$ 爲切點的切線方程式(28)

癸.二正數之和爲25,一數之平方與另一數之積爲極大時,此二數爲(16),極大値爲(17)

子.設一定點爲 $A(-3,0)$,曲線 $y=x^2$ 上任一點爲 $P(x,x^2)$,則 $(\overline{PA})^2=$ (18) $\overline{PA}$ 爲最小時,P之座標爲(19),$\overline{PA}$ 之最小值爲(20)

丑.設三次多項函數在 $x=-1$ 有相對極大值3,而 $(0,1)$ 是它的一個反曲點則此多項函數爲(29),相對極小值爲(30)

寅.計算與證明題:每題5分

1.求過拋物線 $y=x^2-2x+3$ 外的點 $P(2,2)$ 的切線方程式

2.作 $f(x)=x/(x^2+1)$ 之函數圖形,標出相對極大點、相對極小點、反曲點之座標

3.設 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $a,b,c,d\in R$;$f'(x)=0$ 之二實根爲 α,β 且 $\alpha<\beta$,若 $f''(x)=0$ 之根爲 γ,試證 $\gamma=(\alpha+\beta)/2$

4.同前題之設,試證 $y=f(x)$ 之函數圖形上,橫座標爲 α,γ,β 之三點在一直線上。

參考答案

1 ……… 20 每空格 2 分，21 ……… 30 每空格 4 分，而 24,25 兩題必需全對始予計分

1. 形容　2. 動　3. $4x-3$　4. $\dfrac{(2x-1)}{2\sqrt{1-x+x^2}}$　5. 2

6. $1/2$　7. 0　8. $(-1,0)$　9. $(0,-1)$　10. $(-1/2,-1/2)$

11. $36x-y-45=0$　12. 0　13. -1　14. $2/3$　15. $6x-3y=1$

16. $25/3, 50/3$　17. $62500/27$　18. $(x+3)^2+x^4$　19. $(-1,1)$　20

21. $\dfrac{(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$　22. 3　23. $\sqrt{3}$　24. $-1,-4,-5/2$　25. $(5\pm\sqrt{3})/2$

26. $3x-6y+1=0$　27. $3/4$　28. $3x+5y=25$　29. x^3-3x+1　30. -1

寅．計算與證明題：每題 5 分

1. $y=2$ ， $y=4x-6$

2. 圖形請參閱課本 103 頁

相對極大點 $(1, 1/2)$　　相對極小點 $(-1, -1/2)$

反曲點 $(-\sqrt{3}, -\sqrt{3}/4)$, $(0, 0)$, $(\sqrt{3}, \sqrt{3}/4)$

3. 按題意 α ， β 爲 $f'(x)=0$ 之二實根

$$f'(x)=3ax^2+2bx+c$$

$\therefore\ \alpha+\beta=-2b/3a$ ， $\alpha\beta=c/3a$

γ 爲 $f''(x)=6ax+2b=0$ 之根　$\therefore \gamma=-b/3a$

$$\gamma=(\alpha+\beta)/2$$

4. 設 $y=f(x)$ 之函數圖形上橫座標爲 α ， γ ， β 之點各爲

$P「\alpha, f(\alpha)」$ ， $Q「\gamma, f(\gamma)」$ ， $R「\beta, f(\beta)」$

直線PQ之斜率爲

$$m=「f(\alpha)-f(\gamma)」/(\alpha-\gamma)=a(\alpha^2+\alpha\gamma+\gamma^2)+b(\alpha+\gamma)+c$$

直線RQ之斜率爲

$$n=「f(\beta)-f(\gamma)」/(\beta-\gamma)=a(\beta^2+\beta\gamma+\gamma^2)+b(\beta+\gamma)+c$$

$$m-n=(\alpha-\beta)「a(\alpha+\beta+\gamma)+b」=(\alpha-\beta)「a(-b/a)+b」$$

$$=(\alpha-\beta)\cdot 0=0$$

$\therefore m=n$　　$\therefore$ 橫座標爲 α ， γ ， β 之三點在一直線上

謝謝　張豐茂老師改正試題謬誤