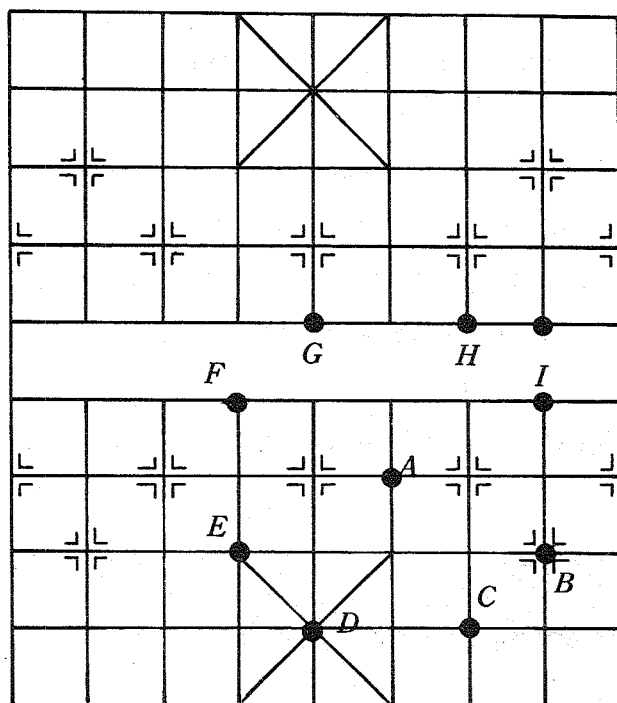


馬步走法

蔡深淵

臺北縣立新莊國民中學

一、這是一個象棋盤



象棋的“馬”放在方格的頂點，沿“日”字的對角線走，如圖中“馬”放在A處，走一步可以走到B、C、D、E、F、G、H、I中的任一點。

假定象棋盤中只有一個“馬”，沒有其他棋子，本文的問題是：

馬能不能從棋盤中任一點開始走，走完棋盤的每一點且每一點只經過一次？

爲了便於敘述以格子代替點， 10×9 棋盤代替象棋盤，以下的走法解答了這個問題。

25	36	41	30	23	14	19	4	9
42	31	24	35	40	3	8	13	18
37	26	43	22	29	20	15	10	5
32	45	28	39	34	7	2	17	12
27	38	33	44	21	16	11	6	①
46	51	56	61	66	89	78	83	72
57	62	47	52	79	84	73	90	77
50	55	60	65	74	67	88	71	82
63	58	53	48	85	80	69	76	87
54	49	64	59	68	75	86	81	70

因“馬”沿 $1 \rightarrow 2 \rightarrow \cdots \rightarrow 90$ 走，從 90 又能走回 1。今將馬放在任一格中，假設這格是“30”則馬沿 $30 \rightarrow 31 \rightarrow \cdots \rightarrow 90 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \cdots \rightarrow 89$ 走，則能走遍棋盤中各格且每格只經過一次。

二、這個解答很有規律，可以從第一步一口氣寫到最後一步，說明如下：

(1) $n \times n$ 棋盤， $n=4k+1$ 時， k 是自然數，有一個很有規律的馬步走法如下圖所示：

7	12	17	22	5
18	23	6	11	16
13	8	25	4	21
24	19	2	15	10
1	14	9	20	3

(圖一)

13	26	39	52	11	24	37	50	9
40	53	12	25	38	51	10	23	36
27	14	63	68	73	78	61	8	49
54	41	74	79	62	67	72	35	22
15	28	69	64	81	60	77	48	7
42	55	80	75	58	71	66	21	34
29	16	57	70	65	76	59	6	47
56	43	2	31	18	45	4	33	20
1	30	17	44	3	32	19	46	5

(圖二)

這種作法，在民國 66 年筆者參加科展的作品中，可以找到，作法的規律是：從 1 開始一直繞圈子，直到最後一格（一定是最中間的一格）

(2) 用這種規律作 5×5 ， 5×4 棋盤的路線如下：

7	12	17	22	5
18	25	6	11	16
13	8	23	4	21
24	19	2	15	10
1	14	9	20	3

(圖三)

14	19	4	9
3	8	13	18
20	15	10	5
7	2	17	12
16	11	6	1

(圖四)

(圖三) 是將 (圖一) 中的 23 與 25 對調得到的，(圖四) 是從 1 開始一直繞圈子走，但走到第 11 步，則繞相反方向走。

(3) 只要熟習 (圖三)、(圖四) 的作法，就可以作出 10×9 棋盤的閉路線且能一口氣從 1 寫到 90 (閉路線是指從最後一步又能走回第一步的路線)。

附記：1. 民國 66 參加科展證明了：

(1) 若 m 為 10 的倍數， $n \geq 10$

則有一遍歷 $m \times n$ 棋盤且每格只經過一次的閉路線。

(2) 若 m, n 皆大於 4，則有一遍歷 $m \times n$ 棋盤且每格只經過一次的路線。

2. $n \geq 5$ 時，用本文所述方法可證：必有一條遍歷 $4 \times n$ 棋盤的各格且每格只經過一次的路線，從 (1, 1) 位開始走，最後一步是 (1, 2) 位，例如：

1	20	7	16	3
6	15	2	11	8
19	10	13	4	17
14	5	18	9	12

4×5

1	24	7	16	3	20
12	15	2	19	8	17
23	6	13	10	21	4
14	11	22	5	18	9

4×6

1	28	9	22	3	16	11
8	21	2	15	10	23	4
27	14	19	6	25	12	17
20	7	26	13	18	5	24

4×7

1	32	9	20	3	26	11	22
16	19	2	25	10	21	4	27
31	8	17	14	29	6	23	12
18	15	30	7	24	13	28	5

 4×8

1	36	11	28	3	20	13	30	5
10	27	2	19	12	29	4	21	14
35	18	25	8	33	16	23	6	31
26	9	34	17	24	7	32	15	22

 4×9

1	40	11	24	3	32	13	26	5	34
20	23	2	31	12	25	4	33	14	27
39	10	21	18	37	8	29	16	35	6
22	19	38	9	30	17	36	7	28	15

 4×10

3. 關於象棋盤的馬步走法圖，筆者在民國 66 年共作了十幾個，以下是其中四個，二個閉路線，二個不是閉路線。

34	15	24	7	32	17	22	9	30
25	6	33	16	23	8	31	18	21
14	35	4	27	12	19	2	29	10
5	26	13	36	3	28	11	20	①
42	39	44	55	88	37	50	57	52
45	86	41	38	47	56	53	90	49
40	43	46	87	54	89	48	51	58
85	78	75	62	81	60	73	70	67
76	63	80	83	74	65	68	59	72
79	84	77	64	61	82	71	66	69

15	6	27	30	49	56	67	62	51
28	31	14	5	66	61	50	57	68
7	16	29	26	55	48	69	52	63
32	39	4	13	60	65	54	71	58
17	8	25	40	47	70	59	64	53
38	33	12	3	78	41	82	87	72
9	18	37	24	83	46	79	42	81
34	21	2	11	90	77	88	73	86
19	10	23	36	45	84	75	80	43
22	35	20	①	76	89	44	85	74

50	33	64	43	62	35	56	45	60
65	42	49	34	57	44	61	36	55
32	51	40	63	48	53	38	59	46
41	66	31	52	39	58	47	54	37
80	89	78	67	30	13	22	5	28
77	72	81	90	15	4	29	12	21
88	79	68	73	8	23	14	27	6
71	76	85	82	3	16	7	20	11
84	87	74	69	24	9	18	①	26
75	70	83	86	17	2	25	10	19

10	7	12	①	28	35	40	19	26
13	4	9	30	39	20	27	34	41
8	11	6	21	2	29	36	25	18
5	14	3	38	31	16	23	42	33
78	69	80	15	22	37	32	17	24
81	86	77	68	49	60	55	66	43
70	79	90	85	54	67	50	61	56
87	82	73	76	59	48	65	44	51
74	71	84	89	64	53	46	57	62
83	88	75	72	47	58	63	52	45