

牛頓的Principia

怡 萱 譯

台北市私立衛理女中

自 1687 年數學原理 “ the mathematical principles of natural philosophy ” 一書出版，到現在已經三百年了。牛頓的這篇偉大的科學論文，通常稱它 Principia ，是 1687 年 6 月 5 日在 倫敦出版的。

關於 牛頓怎樣開始寫這本書的故事，要從 1665 年說起。牛頓當時剛由三一學院（劍橋大學）得到學士學位，要不是情況特殊，他大概會繼續他的碩士學位。這時在倫敦流行的黑死病開始傳染到鄉間。劍橋大學很擔心這個使 倫敦許多人病死的傳染病影響學生，決定關閉學校。讓學生和教授各自回家一段時間。

所以 牛頓回到他在 惠爾浦 (Woolsthorpe Manor) 的家。據 牛頓自己十五年後說，這段死亡籠罩的日子— 1665 和 1666 年—正是他發明的黃金時段。他強調這兩年中—他還沒滿廿五歲，他發明了他的級數方法，就是我們所謂的二項式定理的推廣；他發明了微積分，使用微分和積分法；他還整理了他的光學理論，認為白光是由不同顏色的光線合成的，每種顏色光的折射指數不同。

傳說中更說，就是他在 惠爾浦的一棵蘋果樹下看到掉下的蘋果，才給了他靈感，想到月亮和蘋果是由同一種地心吸力控制的。事實上他認為宇宙中任何兩個物體彼此間都互相有吸引力，力的大小和他們質量的乘積成正比，和他們距離的平方遠近成反比。牛頓曾說：

這些日子裏，我正處於發明的最盛時期，想的數學和哲學遠多於以後的日子。

牛頓真的在 1665 和 1666 兩年中提出了所有使他不朽的理論了嗎？難道 Principia 中的主題，萬有引力原理，真的都是在這兩個黑死病年中發展出來，而到 1687 年才印行的嗎？

其實並不是這樣。近代學者仔細研究他的筆記和論文。他們發現，這段黃金時期裏

，他只是開始奠定了他的微積分，光學以及力學、重力學的基礎，但他並沒有完成它們。比較真實的說法，是當別人問牛頓怎樣發現萬有引力的，他說“繼續的想它”。

當1667年牛頓回到劍橋，他幾乎沒有透露任何關於這段日子的重大發現。事實上，他對他自己的成果終生都持着這種保密的態度，要不是他造了第一架反射式望遠鏡，他的保密態度恐怕會使他永遠沒沒無聞。反射式望遠鏡引起了科學界的注意，1672年並因此選他為皇家學院的會員。不久他的第一篇被出版的文章—解釋光線和顏色的理論以及他的望遠鏡—被登在皇家學院的 Philosophical Transactions 上。甚至在這篇文章印出來之前，牛頓最害怕的事就已經成了事實。嚴重的指責和爭論隨之而來，領頭的正是皇家學院的創始會員，當時的光學權威虎克。於是這兩位科學家開始了一段又長又痛苦的不和。但是虎克却在 Principia 的撰寫過程中扮了重要的角色。

1677年虎克成為皇家學院的榮譽祕書。他希望能澄清他們之間的誤會，於是寫了一封信給牛頓，建議彼此交換一些關於星球運行的看法。虎克在第一封信中提到，他認為繞日運行的星球是由兩種運動合成的。一種是使星球沿著路徑的切線而前作直線運動；另一種則使星球向太陽作向心運動。虎克還建議向心力會隨兩個星球的距離平方成反比，但他沒有牛頓的數學知識，無法求出軌道的形狀。

當牛頓回信時，他很小心地不洩露他自己在這方面的成果。不過他一定對虎克的向心力很感興趣，他試着轉移虎克的注意力，他主張地球上東西落到地面時的路徑應該是螺旋狀的。在這方面牛頓却錯了，虎克立刻抓到他的小辮子，而且遍傳皇家學院的會員。於是戰事又起，牛頓從此不回虎克的信了。

1684年一月，虎克和哈雷(E. Halley)及烈恩(Wren)討論天體運動的整個問題。哈雷就是第一個算出哈雷彗星軌道的天文學家；Wren則是數學家兼天文學家，牛頓認為他是十七世紀最偉大的數學家，虎克則認為他可直比阿基米德。我們現在所知道的Wren，最有名的是他設計的建築物，尤其是聖保羅大教堂。

虎克宣稱他能夠證明星球運行的軌道遵守平方反比原則。為了鼓勵大家仔細的去做這問題，Wren以一本40先令的書為獎品給虎克或哈雷之中任何在兩個月中證出這問題的人。據哈雷說，虎克宣稱他已經證出來了，但是他要別人也為這個問題奮鬥一番，這樣他們才會欣賞他的天才證法。

哈雷試着去解決這問題，沒有成功。虎克則沒任何消息。1684年八月，哈雷到劍橋去請教牛頓。牛頓曾對棣莫夫(De Maivre)提到這次訪問的情形：

1684年哈雷到劍橋拜訪他。他們談了一陣子後，哈雷問他如果星球被太陽吸引的

力量和距離平方成反比，他覺得星球的軌道會是什麼形狀？牛頓立刻回答該是橢圓形。哈雷非常驚喜，直問他怎麼知道的？並請他立刻把他的證明找出來。牛頓在論文堆裏找了一會沒找到，不過他答應重寫一份寄給哈雷。

哈雷來訪之後，牛頓開始研究這問題。十一月時，哈雷意外的收到牛頓寄來九頁論文“*De Motu*”——“關於運動物體的軌道”。在這篇文章中他證明了如果吸引力為平方反比變化時，星球的軌道必為一圓錐曲線，對某一速度時，它則為橢圓。

當這篇文章的消息在十二月皇家學會的會議上公布時，哈雷被指定負責它出版的事務。而哈雷最後從牛頓手裏得到的不只是“*De Motu*”這篇文章，而是整本的*Principia*本身。並且把前篇文章修改後併入。

牛頓廢寢忘食的寫他的*Principia*，從1684年八月到1686年春天，哈雷不斷地鼓勵他完成並發表這部作品，當虎克施壓力要牛頓提到他的貢獻時，哈雷設法調停；他幫忙收集天文資料；協助編輯、印刷、發行的工作，他甚至掏腰包付印刷費。

*Principia*是以歐幾里得的Elements的方式寫的。它由定義開始。先給質量、動量、固有特性、向心力都下了定義。然後是牛頓的運動三大定律，這是我們在物理課中都已經熟悉的。

第一定律：物體靜者恆靜，動者恆沿着直線作等速運動。

第二定律：物體沿力的方向運動，其動量變化與力成正比。

第三定律：對每一運動都有一方向相反，大小相等的運動。

*Principia*的第一冊包括了“*De Motu*”的前兩部分，是在沒有阻力的介質中，物體受力運動情形的數學解釋，也就是我們所謂的理論力學。雖然後來牛頓宣稱他是用微積分導出這些想法的，但在這書中只要用到古典幾何學就可以了。近代學者找不到證據證明牛頓的說法，不過可以看出一些微積分的思考方法。

第二冊討論遇阻力時物體的運動，如地表面落體會遇到空氣阻力。

第三冊“世界的系統”包括了萬有引力法則。牛頓解釋他所謂的重力，它引起了潮汐，天空中行星、彗星、衛星運動的力量是同一種宇宙中的吸引力。

*Principia*出版後的反應十分混亂。它引起了很大的震驚，但每個地方都不接納它，尤其在中國。這兒的科學家不信任所謂重力的神祕力量，沒有人知道它的來源，即使牛頓也不知道。大家認為笛卡兒對天體運動的渦動理論還比較能為當時人所接受。一直到四十年後，經過哲學家Voltaire的努力，歐陸的科學家才對*Principia*開始較認真的研究。

牛頓理論的重要證據到他死後才出現。如哈雷用了牛頓的萬有引力原理算出他1692年研究的彗星軌道為橢圓，而預測它1758年會再回來。在廿世紀的今天，Principia 的理論在一般情況下仍被接受。物理課學生仍在唸牛頓的力學原則，工程師仍在用它們。

不過，它還是有些限制的。愛因斯坦發現物體運動近乎光速時，這些理論需要加以修正。而在物體的基本質點，原子的運動方面，也有許多改正，而成了量子力學，以使結論與用近代科技所做的實驗結果吻合。

當牛頓在1727年逝世時，他被葬於倫敦西敏寺，是第一位受到如此殊榮的科學家。

[譯自Mathematics teacher Dec.1987 P.711~714]