

電腦解決數學問題

石厚高

臺北市立建國高級中學

四月號 Reader's Digest 有一篇文章：STRINIVASA RAMANUJAN：“The Man Behind the Mathematician”，其中有一段：

Once, while visiting Ramanujan in a London nursing home, Hardy started chatting with him about the number of the taxi he'd come in.

“It was 1729,” Hardy said, “it seemed to me rather a dull number.”

“No Hardy, no Hardy!” he cried. “It is a very interesting number. It is the smallest number expressible as the sum of two cubes in two different ways.”

中譯如下：

有次在倫敦的私人病院拜訪拉曼真，哈地閒聊談到他來的時候所坐計程車的車號。

“它是 1729”哈地說“對我說來不過是個無聊的數罷了。”

“不不哈地！”他叫起來。“它是個很有趣的數。用兩種方法把一個數表示成兩個數的立方和，它是最小的一個。”

（當然這裡所指的數都是整數，譯者。）

原文中有註解如下：

$$1729 = (12 \times 12 \times 12) + (1 \times 1 \times 1) = (9 \times 9 \times 9) + (10 \times 10 \times 10)$$

可以看出 1729 確實能用兩種方法表成二整數的立方和，不過要驗證是不是最小的一個就要把比 1729 小的正整數逐一試測。用手作實在很“累”，用電腦驗證時，算法（algorithm）大致有兩種：

- (1) 自 1729 中減去某整數的立方，驗證餘數是不是個整數的立方。
- (2) 自集合 { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 } 中任取二

數可重複，求它們的立方和，驗證 1729 是否在這些立方和的集合中，當然 14 的選擇較具彈性，可以再大一些，但不能小於 12。

basic 程式由計算法(1) 得圖一之結果，拉曼真沒有說錯。

basic 程式由計算法(2) 得圖二之結果，由“主對角線”之對稱性看出來拉曼真也沒有說錯。

計算法 (1) 之缺點在於電腦對於變數的“位數”規定，超過了範圍就失去了正確性。

計算法 (2) 之缺點在於數字較大時，乘法表就無法在螢幕上整齊展示。就算是能在螢幕上整齊展示，也會“眼花瞭亂”無法“一目”瞭然。補救之道是在列印乘法表的同時，寫 (write) 出去一個。TXT 的檔案 (file)，含三個項目。

- (a) 數的本身
- (b) 立方數之一
- (c) 立方數之二

再建立一個 DBF 的檔案，把前面的 TXT 的檔案 APPEND 進來，就成了一個含以上三項目的 dBASE file，按某數排序 (sort) 後，列 (list) 出來一看是

1729	1	12
1729	9	10
1729	10	9
1729	12	1

故知原文無誤。

我得到這個結果不超過五分鐘。當然不含整理與寫作本文。一般說來，除了大的“系統”以外，沒有接觸過電腦要用電腦來解決以上的這類問題時，可以從易學易用的 basic 著手，每天一小時一個月足夠了，當然要具備所需要的數學知識。對以上的問題而言，所需要的數學也只不過是初中程度罷了。用電腦解決某專業的問題，對那一行的專業知識當然是愈豐富愈好。會計小姐的使用會計套裝軟體，秘書人員的“中文輸入與文書處理”。也都是“每天一小時一個月足夠了”

很多人都以為學數學的搞電腦比一般人要駕輕就熟，其實不然。搞電腦與下棋、學陶藝、學音樂、學電子並無二致，要看本身興趣與努力程度。下面一段文字是最好的說

明：

“數播”第十卷第四期(40)在“完全數”一文中提到“數學家們不喜歡由電腦作的證明，因為你永遠不知道：是寫程式的人弄錯呢？還是電腦本身有毛病？”

我們可以這樣說，兩人具有同等的電腦程度時，學數學的那一位在解決數學問題時比較駕輕就熟。

最後要提的是 dBASE III。我在民國 72 年初度接觸，就對它“一見鐘情”，到今天仍然是“愛不釋手”，它長於“檔案處理”，能作很多的事。坊間有兩本書值得參考。

中文：dBASE III 使用手冊 訊星

英文：GUIDE 松崗

希望“數播”讀者多多“欣賞”並“愛用”dBASE III。

```
100 FOR I% = 1 TO 12
110 S% = 1729 - I%*I%*I%
120 A% = S%^(1/3)
130 IF S% = INT(A%*A%*A%) THEN PRINT I%,A%
140 NEXT I%
```

RUN

1	12
9	10
10	9
12	1

圖一

```
100 PRINT " ";
110 FOR I = 1 TO 14
120 PRINT USING "#####";I;
130 NEXT I
140 PRINT
150 FOR I = 1 TO 72
160 PRINT "-";
170 NEXT I
180 PRINT
190 FOR I = 1 TO 14
200 PRINT USING "##";I;
210 FOR J = 1 TO 14
220 S = I*I*I + J*J*J
230 PRINT USING "#####";S;
```

```

240 S = 0
250 NEXT J
260 PRINT
270 NEXT I
RUN

```

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	2	9	28	65	126	217	344	513	730	1001	1332	1729	2198	2745
2	9	16	35	72	133	224	351	520	737	1008	1339	1736	2205	2752
3	28	35	54	91	152	243	370	539	756	1027	1358	1755	2224	2771
4	65	72	91	128	189	280	407	576	793	1064	1395	1792	2261	2808
5	126	133	152	189	250	341	468	637	854	1125	1456	1853	2322	2869
6	217	224	243	280	341	432	559	728	945	1216	1547	1944	2413	2960
7	344	351	370	407	468	559	686	855	1072	1343	1674	2071	2540	3087
8	513	520	539	576	637	728	855	1024	1241	1512	1843	2240	2709	3256
9	730	737	756	793	854	945	1072	1241	1458	1729	2060	2457	2926	3473
10	1001	1008	1027	1064	1125	1216	1343	1512	1729	2000	2331	2728	3197	3744
11	1332	1339	1358	1395	1456	1547	1674	1843	2060	2331	2662	3059	3528	4075
12	1729	1736	1755	1792	1853	1944	2071	2240	2457	2728	3059	3456	3925	4472
13	2198	2205	2224	2261	2322	2413	2540	2709	2926	3197	3528	3925	4394	4941
14	2745	2752	2771	2808	2869	2960	3087	3256	3473	3744	4075	4472	4941	5488

圖二

其實，圖二是有對稱性的，只要印一半（含主對角線）就夠了。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	2													
2	9	16												
3	28	35	54											
4	65	72	91	128										
5	126	133	152	189	250									
6	217	224	243	280	341	432								
7	344	351	370	407	468	559	686							
8	513	520	539	576	637	728	855	1024						
9	730	737	756	793	854	945	1072	1241	1458					
10	1001	1008	1027	1064	1125	1216	1343	1512	1729	2000				
11	1332	1339	1358	1395	1456	1547	1674	1843	2060	2331	2662			
12	1729	1736	1755	1792	1853	1944	2071	2240	2457	2728	3059	3456		
13	2198	2205	2224	2261	2322	2413	2540	2709	2926	3197	3528	3925	4394	
14	2745	2752	2771	2808	2869	2960	3087	3256	3473	3744	4075	4472	4941	5488

圖三