

# 物理學的性質、簡史和哲學(上)

吳大猷

中央研究院

- 節一 物理學的性質——古典動力學
- 二 電磁學
- 三 相對論
- 四 對稱性、變換、不變性
- 五 氣體運動論、熱力學、統計力學
- 六 量子假設
- 七 量子力學一波動力學
- 八 矩陣力學
- 九 量子力學的物理意義
- 十 量子力學的哲學問題
- 十一 場的觀念
- 十二 總結

本文是想為對各部門物理已熟稔的讀者，作一個「擇要」的溫習，著重各重要進展的性質、新觀念、新假設、新理論的意義、物理學的精神、目標等。由於本文範圍過廣，舉引文獻，實極不便；一般基礎知識，可參閱筆者的「理論物理」第四至第七冊（聯經出版公司）。

## 物理學的性質、簡史和哲學

「科學」有幾個「面」，一個是我們通常所熟習，應用的「知識」部分；一是科學史——科學重大進展的歷程；一是有關科學體系的性質，理論的精神，大科學家對這些問題的觀點等。這些研討，可稱之為「科學哲學」，是一般習科學者所不常觸及的。

作科學哲學的研討，是需要在上述的前二部分有甚深入的知識和了解。茲以物理學為具體的例子闡述此點。

研討物理學的哲學，尤其量子力學所引致的哲學問題，是需要了解古典物理各部門的基礎、發展、結構；重要的現象和實驗、理論的性質；每重大進展的背景，如相對論的真義，量子觀念的由來；量子力學各創始者的出發點，量子力學的發展歷程——先有數學形式的建立再繼以完整的體系的完成；電場磁場的統一，愛因斯坦對「萬有引力」與電磁場的統一的企圖；近年的場的大統一的企圖；至此才能研討量子力學及近代物理學的哲學問題。這些要求甚奢，亦正是研探物理學哲學者甚稀少的原因。但如對這些沒有廣且深的知識了解而欲研討物理學哲學，則有如盲人摸象，或人云亦云，是無大意義的。

近來偶見一些談及科學哲學的文，間介紹或引用某些作家們的見解。這些作家們很少是科學創作或研究者；大多是敘述分析科學思想的。筆者以為探索科學哲學的正途，是由科學本身的「第一手資料」，如前段所述。在本文中，筆者思以物理學為實例，略述物理學的性質，簡史和哲學的問題。

### 一、物理學的性質——動力學

全部物理學的性質，可以「古典動力學」說明之。古典力學不僅是物理學中最早建立的部門；它包涵的祇有物理學中最基本性的三個觀念——時、空和質量，其它物理部門則需要更多的觀念，如電磁學的「電」，「磁」；熱力學的「溫度」等。

物理學研究的對象乃自然現象——這包括自然界的和在實驗室中人為的物理現象。

人類由最原始的經驗，便有時間（的久暫）和空間（的距離）的觀念；由之便進而構成速度（率）的觀念，以描述物體的運動。由日、月、年的週而復始，人們便構成有「週期性」觀念，及現象的規律性。

十七世紀初，伽里利奧由物體（在斜坡板上）的運動的實驗觀察，歸納得後來成為牛頓第一運動定律的前驅。牛頓更清楚的引入加速度，動量和力的觀念；由實驗觀察和思考，提出他的三個運動定律。

所謂「定律」，乃若干個物理概念間的一個關係。定律有純屬經驗性的，最簡單的例如謂「每一週年中有三百六十五又四分之一日」。定律亦有原基於經驗的強烈信念而為所有經驗所支持的（例如熱力學第二定律，見後文。）

十七世紀初，刻卜勒由天文學家的觀測記錄的分析，獲得行星運動的三個定律。這些是純經驗性的定律。

到此，我們可以引入「物理的理論」觀念了。通常我們要「解釋」或「了解」某一事物。在物理學中，我們亦用這兩個術語，但和日常的意義不同。在物理學中，所謂「解釋」或「了解」，是意謂對某一（新的）現象，或某一個經驗所得的「定律」，從已有（清楚定義）的概念和已有的定律去「解釋」，「了解」它。從物理學的觀點，要「了解」或「解釋」刻卜勒的行星運動定律，是作一些假設（即關於若干物理概念間的關係的假設）或引入新的概念，涵蓋了刻卜勒的三個定律，換言之，可以較少數目的假設，涵蓋許多原似獨立無關的定律（如刻卜勒的三個定律。）

上面簡述的「解釋」、「了解」在物理學中的意義，亦是物理學的「理論」的意義；物理學家有一個不言而喻的共同目標，即不斷的擴展探研的領域，企圖「了解」新的現象（按上述的意義）；必要時，引入新的概念和新的假設（理論）；不斷的企求以「最簡單」的假設，最小數目的概念，「解釋」或「了解」所有已知的現象。簡言之，這便是物理學的精神——或可稱之「哲學」。

由「理論」中的假設（概念間的假設關係，表以數學形式），藉邏輯（數學乃邏輯工具之一）方法，可導出新的（概念間的）關係，和經驗結果証驗（有時需作新的實驗度量作証驗）。如理論導致結論，與經驗結果不符，則必須修改理論的假設，甚或全部放棄該理論。

上述之作「假設」，初無規律可循。在物理學的發展史中，各重要理論，有可溯源於前此已知的原理的啟示的，有可溯源於某些信念或「原則」的，有可來自物理學家的創新靈感的，但「創新」性的假設的共同點，乃它們不可能由已知

的原理，定律，以邏輯法得來的；因為凡可以由邏輯法導出的，嚴格言之，都不算是「新」的理論也。「新」的假設的重要點，是「新」！

說到這裡，數十年前胡適先生，屢以「大膽假設，小心求證」八個字寫給向他索墨寶的朋友。胡先生未深研科學，但他對科學真諦的認識，遠深於談科學哲學者們。（見下文。）

牛頓由刻卜勒的行星運動三定律，月球的繞地球運行，蘋果的落地的觀察，作一個「大膽的假設」——萬有引力。由這「萬有引力」假設，按牛頓的運動定律（第二定律之運動方程式），不僅可「解釋」刻卜勒的行星三個定律，且可由之導出的結果，預算出尚未發現的海王星的存在；此後更隱示第九個行星（冥王星）的存在。這些是「小心求證」的一些例子。

由於「萬有引力」假設，已證明其有廣面的有效性，故已被提升為「定律」的地位。我們常稱之為「萬有引力定律」。但它的「假設」的基本性質，我們不宜忘卻，尤其是一九一五年愛因斯坦創建他的廣義相對論時，以四維時空的幾何性質與物質分布的關係，取代了牛頓的萬有引力的假設，可提醒我們這假設的性質。

上面曾申述在物理學中，「解釋」一詞的意義。在他的「原理」名著中，牛頓特別的指出，「萬有引力」並不要解釋兩物體為什麼互相吸引，而祇是可以描述觀察的現象。牛頓的這個態度，亦是絕大多數的科學家多時所持的態度。這可以說是科學家所採的哲學。如問物體為何有萬有引力，則科學家視為這是超出物理學的範圍，可說是「玄學」的領域了。

上面簡略的申述了「動力學」的構成和性質。它是由現象的觀察，構成原始的時、空觀念；由物體運動觀察，更定義速度、加速度、質量、力、動量、動能等概念；由觀察、實驗、度量的結果，歸納成經驗性的定律；為化繁為簡，引入假設（理論），以綜合（「解釋」）若干的（經驗）定律於較少數的定律；以演繹法由理論導出結論，與更多的現象，實驗求証驗。物理學乃上述發展過程的不斷推進。其它科學的性質亦如是。

上段末句所謂「不斷推進」，尚有待闡述。前文所述的力學，創立於伽里利奧、牛頓，經二百餘年的發展，成為「古典物理學」的基石。然至第廿世紀初，愛因斯坦發現此古典力學中的基本概念如時、空的意義，有重新檢討修正的必要。至愛因斯坦創其廣義相對論及「萬有引力」新理論時，則並空間的幾何性質，亦在改革之列。及至一九二五，六年量子力學創立，則並力學的基本觀念亦須作根本性的改變。這些發展是引起所謂物理學的哲學問題的來源。下文將略述這個

煩長的故事。此節將綜結古典力學的性質。

(一) 古典物理學中，毫無猶疑的採用了遵守歐氏幾何的空間，和「絕對的時間」（或稱宇宙普遍性時間，或「數學的時間」）。其實在牛頓時，亦祇知有歐氏幾何的空間，別無選擇。「絕對的時間」亦是幾千年來人類所知所想像的唯一時間。

(二) 一個物體（抽象化成為一個粒子）的位置和動量，二者是以為當然的可以同時量定，且原則上是可以無限準確量定的。這是一個基本觀點；牛頓的運動方程式是二次微分方程式，這個基本性的第二運動定律，即包含這個觀點；如位置和動量不能同時確定，則運動方程式根本不能求解，變成空洞無意義了。故在古典力學中，我們採「位置和動量」為運動態的定義。

(三) 第二定律是微分方程式的形式；一個物體的運動態，是時空座標的連續函數，由一開始條件（即：在某時  $t$  的位置  $r$ ，動量  $p$ ），按著微分方程式作確定性的展開。故我們說按古典力學，運動是連續的，確定的，遵守「因果律」的。（注意：在物理學中，「因果律」的定義是：由一個開始條件，必得一定的發展，並沒有人性或神性元素在內。）

(四) 由牛頓的第一、二定律，即可得力學能（動能及位能）的守恆定律。後來能的概念，推廣到熱能，化學能等，成為「能的守恆定律」。在化學中，有「質量守恆定律」。但這兩個定律的「統一」，則有俟狹義相對論。

(五) 咖里利與，牛頓的力學原理（第一、第二運動定律），隱涵著一個基本性的限制，即他們的「運動」，是指相對一個「慣性座標」而言。何謂慣性座標呢？我們有時說，「慣性座標」者，乃係牛頓運動定律適用的座標。這樣「定義」，不是完全在轉圈子（tautology）；亦並非指一個唯一的座標，而實係無數的以等速作相對運行的座標，但這定律對一個旋轉的座標即不適用。如何的使力學（或一般的物理）定律能適用於以任何速度作相對運動的座標的問題，乃係廣義相對論的出發點。

(六) 牛頓的萬有引力，涵有一個基本假設，即兩個物體間有「超距」的且「立刻」的作用。這兩個觀念，後漸為「場」的觀念取代；但「場」的觀念，一直到十九世紀法拉第，馬克斯威爾後才真正清楚的建立。（見下節）

牛頓的古典動力學，成為古典物理學的基柱，亘二百餘年，始在「時」，「空」等基本觀念上，先後經狹義相對論（1905年），廣義相對論（1915年），量子力學（1925-7年）的修改。故物理學的進展，不僅隨著新現象新觀察而不斷擴

展它的領域（如由巨觀現象發展的力學，熱力學，電磁學等，至原子領域的量子力學，而至基本粒子物理等），即物理學的基本觀念，理論的性質，亦不斷的改進。它的進展的特性，是「實驗觀察」與「理論」二者輾轉相輔的不斷推進（見本文末節之表）！

在通常文獻中，我們常看到「科學是尋求真理」的話。我想對此作一些申述。真理（truth）一詞，在科學上是沒有絕對的意義的。茲以物理學說明之。物理學的主要內涵是邏輯性；它由一些意義清楚精確的概念，定律和假設開始，求對物理現象的準確描述（或常說的「解釋」，見上文）。蘋果落地，按物理學，是由於地心引力；如說這是「真理」，意是指其它許多的說法（例如，是由神使它落地）不是「真理」。但我們知道牛頓的萬有引力，也不能說是最後的「真理」，因為1915年愛因斯坦創了另一個完全不同的新理論，不僅包涵了牛頓的理論為一極限的情形，且更準確的「解釋」另一些現象（見下文第三節），故顯然是更進一步的真理。

物理學的進展，是實驗觀察的領域之不斷擴展之外，尋求「真理」之不斷推進。本文中將略述物理學在基本觀念和結構上，由古典物理之動力學，熱力學，電磁學，量子論，狹義相對論，廣義相對論及「萬有引力」理論，量子力學，基本粒子（場論）的進展。物理學仍在進展中；它是無止境的。

## 二、電磁學

早在電，磁現象研究之前，「光」的現象觀察，定理和理論是先發展的。光的最顯著特性是「直線的傳播」。牛頓雖在光學有許多發現和貢獻（如光的色散等），但他深受他自己的力學觀點的影響，堅信光的「粒子理論」。他不能接受光波的理論，一則因為當時所知的波，如聲波，水波，扯緊的繩的波，甚或固體中的彈性波，都需要一個介體為波的傳播，而光顯然無需一個（已知的）介體，（或所需的介體，它除傳遞光波外，顯然沒有其它的物體特性）；二則當時「波」的特性如繞射，波長等，還未發現。到了十八世紀初，繞射的發現，和楊格的干涉實驗，佛爾納（Fresnel）們的數學理論，才使光波理論確立，取代了光之粒子理論，但「光波」到底是甚麼性質的波？它不可能是物質介體的振動波。這個問題一直到十九世紀中葉馬斯威爾的理論和末季的赫爾茲的實驗才得解答；但「光」的問題，一直到廿世紀初量子論及其後量子場論還在討論中。

電，磁現象的最早二經驗定律，乃（一）靜電的庫倫定律，和（二）靜磁的庫倫定律。這兩個定律，有如牛頓的萬有引力定律，是假設「超距力」，即兩帶電

體間的相互吸引（或排斥）力，是直接達到，且無需時間的。在 Oersted 的發現後，安培由實驗和分析獲得（三）安培定律，和法拉第由實驗得的（四）法拉第定律後，由於法拉第的直覺和想像力，電磁學乃漸脫離了「超距」的觀念而引入「場」的觀念。

法拉第是物理學史中最偉大的實驗物理學家之一，他未受很多的正式教育，沒有數學的工具，但他有極稀罕的直覺和想像力，由電流對散在紙上的鐵末所產生的線狀分佈，他引入「磁場」（磁力線）的觀念；同樣的他引入「電場」（電力線）。他以為鐵末之所以「感到」導電線內有電流，是因為電流在它旁的空中「產生」一個「磁場」，他給予他想像的「電力線」及「磁力線」一些特性，可以「解釋」許多的現象。

馬克斯威爾（1831-79）將電磁現象的四個定律，綜合成電磁場的一套偏微分方程式（將法拉第的「場」的想法，表成數學的形式）；由這些電磁場方程式，可以導出一個電，磁場的波動方程式；這「波」的傳播速度為  $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ ， $\mu_0, \epsilon_0$  為電，磁量，可由實驗量定的。由此所得的速度，適與已知的光的速度相等。這使「光波」和「電磁波」二者成為同一性質的「波」，馬克斯威爾一時仍以為電磁波係由一個介體（稱為以太，Aether 的）傳播。這理論一時未能為人普遍的接受。到 1884 年，赫爾茲（H. Hertz）在實驗室中產生，傳播且吸收了「電磁波」，且証實它的速度和光速相同。

至此馬克斯威爾的電磁場理論，乃完全確立；他的理論預告的電磁波不僅証實，且包括了光波，使「光」和「電磁」兩現象「統一」起來。光的反射，折射，偏極，干涉，繞射等現象，自然都立即由電磁波理論獲得「解釋」，祇有一些和電子交互作用有直接關係的現象如「色散」等，有俟後來的羅倫茲的「電子論」和更後的量子力學。

馬克斯威爾的電磁場理論，於前述的電磁四個基本定律中，引入了他的「位移電流」觀念，這本是使他的電磁場方式沒有內在矛盾性，但這卻使他的整套方程式先預期了狹義相對論約四十年，（換言之，電磁場方程式完全符合狹義相對論的原理。）同時的，這理論將三維空間兩個性質不同的電場和磁場，合併為四維時空的一個場（四維向量場。）這是後來「場的統一」理論的先河（見下文第十一節）。

馬克斯威爾的電磁場理論和牛頓的質點力學，似未有甚麼關聯。羅倫茲創他的「電子論」，引入電子（或帶電荷的質點）在電磁場所受的力（稱為「羅倫茲力」）並按牛頓第二定律，引入電子之運動方程式。全部（馬克斯威爾電磁場偏微分方程式及羅倫茲之電子全微分運動方程式）稱為「電動力學」；它符合狹義

相對論；涵蓋大部的電磁光的現象。

### 三、相對論

第一節曾謂伽里利奧，牛頓動力學（運動定律），適用於「慣性座標」，設  $S$  為一慣性座標  $(x, t)$ ， $S'$  為一以等速  $v$  對  $S$  在  $x$  方向運行的座標，則在  $S'$  的座標  $(x', t')$  為

$$x' = x - vt, \quad t' = t.$$

由此得見在  $S'$  中，牛頓的運動方程式形式，和在  $S$  的相同，故  $S'$  亦一慣性座標，由此我們得一相對論原理：

「力學定律，在所有慣性座標皆相同」

由此，物理學家便推展到下一問題：

「電磁定律，在所有慣性座標皆相同？」

1881年，Michelson 按馬克斯威爾1879年的建議，企圖以實驗看看地球以高速度的繞日運行，是否應影響在地面上的光的傳播。

1902年 Trouton，1903年 Noble 亦作電磁性的實驗，看看地面的運行是否有影響。這些實驗的結果，皆是「負」性的，換言之「不能由在地面所作的實驗來鑑定地球是否在作高速運行中。」

-----  
註 「但亦有其它的觀察和實驗，如有關星光的：Bradley(1727), Airy(1871)；有關流水中的光的進行的：Fizeau(1851)等，顯示不同結論，但它們在相對論中，都可獲完滿的解釋的，茲不詳述。」  
-----

這些實驗，顯示指向一個相對論原理：

「電磁定律，在各以等速作相對運動的座標皆相同」



1902-3年，羅倫茲求下述的「數學問題」之解：

求兩座標  $S$ ， $S'$  的  $(x, y, z, t)$ ， $(x', y', z', t')$  間的變換，使馬克斯威爾之電磁場方程式不變。這個變換為

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}(x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad ct' = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}(ct - \frac{v}{c}x),$$

$v$  為  $S'$ ， $S$  沿  $x$ ， $x'$  方向的相對速度，這個「羅倫茲變換」簡單的解答所有上述的 Michelson, Trouton, Noble, Bradley, Airy, Fizeau 等實驗的結果。它是狹義相對論的數學式，包涵了相對論的所有物理內涵。

問題是：此變換式中有兩個時間  $t$  和  $t'$ ，而按牛頓，我們祇有一個「時」——即所謂「絕對的時」；故  $t'$  的意義不明，隨之，羅倫茲變換的意義亦不明。

按牛頓的觀點，「時」是「絕對的」；「時」的流逝，是和任何事物無關的；故和物體長度的量定，當然是無關的；換言之，「時」和「空」是各自獨立無關的。愛因斯坦現在指出，在物理學上，「絕對的時」是沒有確切的意義的；量一個動的物體的長度，是和「時間」有密切不可分的關聯的。

愛因斯坦的基本性貢獻，是提出一個新的觀點，即他要求物理學中任何一個概念，都應有在度量上的意義，換言之，在物理學中，任何一個概念，包括「時」、「空」這樣基礎性原始性的概念，都應有如何去量定它的意義；每個觀察者，應由他的觀點，去量定「時間」的長短和「長度」的長短，例如一個觀察者，他務須先定義如何量定在甲、乙兩地發生的兩事項  $A$ 、 $B$  的時間距，然後說  $A$ 、 $B$  兩事項是「同時的」發生，才有意義。愛因斯坦引入在各地的時鐘的「校正」使它們「同步」，然後根據上述甲、乙兩地「同時」的定義，給予度量一個運動中的物體的「長度」的確切意義。這些考慮的最新異點，是「長度」的度量，和「時間」的度量，二者不再是各自獨立無關的，而是互相關聯的。

為略申述這觀點，我們可舉下例，我們試問如何量一輛以等速  $v$  橫過我們面前的車的長度。我們立刻可想到將碼尺放在地面（與車軌平行），同時的記錄車的兩端在尺上的位置。但問題是：兩地點的「同時」是甚麼意義呢？為答這個問題，我們可將兩地的鐘「校正」，使它們「同步」，例如在甲地的鐘  $t_{甲}$  時，向乙地放出一光訊號。設光訊抵乙地時乙的鐘為  $t_{乙}$  時，光抵乙時即為一鏡反射回甲；抵甲地時，甲的鐘為  $t_{甲}'$ ，茲將乙鐘校正，使

$$t_{乙} = \frac{1}{2}(t_{甲} + t_{甲}')$$

如兩地按此「校正」的鐘，則兩地兩事「同時」發生的意義為

$$t_{\text{甲}} = t_{\text{乙}}.$$

故量一行動中的車的長度，是按兩端所在點的鐘「同時」( $t_{\text{甲}} = t_{\text{乙}}$ ) 記錄其尺上的位置。

由這個簡單的例子，首先我們知道量「長度」和「時」已不是各自獨立無關了。

現在看「相對性原理」。按這原理，所有的慣性座標，皆居完全相等的立場；每一座標系皆各用同一方法，將在各地的鐘，對他自己「校正，同步」了。由於各座標以不同的等速相對運行，故他們在同一地點的鐘的時皆不同；故兩地兩事項，如按座標系甲的同步鐘是「同時」的，對座標系乙的同步鐘則非同時的；換言之「同時性」是沒有絕對意義的。由此即得見：量一個物體的長度，各慣性座標雖皆「同時」的讀物體兩端所在處的尺上刻度，但他的「同時」既不一，所得的長度也不一。

上述的分析，現在看來，顯明極了，但在愛因斯坦前，人們祇有「絕對時」的觀念，從來未作這樣的分析。

至於相對論的相對原理，則非愛因斯坦首創；伽里利奧，牛頓的力學，即涵有了相對原理；即在電磁現象上，Poincaré，早在1899-1904年已指出相對論的原理。Michelson的實驗(1881, 1887年)很強烈的隱示地球的運行，不影響光的傳播。愛因斯坦在後來的回憶中，以為他(1905年時)的思索，是源自「對稱性」的信念，不是來自Michelson實驗的負性結果(雖則他顯然的知道這工作)。

在1905年愛因斯坦的文中，他清楚的將相對論原理，分作二點：

- (1) 物理定律，在所有慣性座標系間的變換下，皆有不變性。
- (2) 在所有慣性座標系中，光速皆為同一恆值  $c$ 。

我們在此務須注意(2)係一個基本“假設”，並不包括於(1)之內的。上述的校正時鐘，即需根據(2)的假設的。愛因斯坦由上述「時」，「空」的度量意義，及此二相對論原理，即可導出羅倫茲變換，於是羅倫茲變換中兩個時間  $t$ ， $t'$  之謎，乃有清楚的意義。這是羅倫茲雖先獲得相對論的數學形式而我們仍稱「愛因斯坦的相對論」之故也。

相對論在科學哲學上，有極重大的貢獻。愛因斯坦首次的提出一個觀點，以為在物理學中，一切的概念（包括原始性的如「時」、「空」的概念），出自牛頓以來（甚至可說自人類文明開始時以來），哲學家、科學家所熟習的「絕對時」，「絕對的同時性」，是沒有確切的度量上意義的。他對物理學中所用的概念的定義的度量上的要求，後來人稱之為「運作」的觀點。這個觀點，不僅是科學哲學上一個「新」的觀點；在一九二五年海森堡初創矩陣力學時，他的出發點，即是愛因斯坦的觀點（雖則後來愛因斯坦反不能接受量子力學的哲學態度，這當於下文再詳述之。）

第一節講牛頓萬有引力假設時，曾提及愛因斯坦在廣義相對論中的「萬有引力理論」。這個理論和許多「現象性」（phenomenological）的理論迥異。大物理學家（如E. P. Wigner）曾說：狹義相對論如1905年愛因斯坦不曾提出，稍遲終會有別人提出的；但他的「萬有引力理論」則完全是他一個人的獨創的，如沒有愛因斯坦，則可敢說不會有別人想到的。這個理論是對物理學中的「空間」基本觀念，作一「革命」性的假設；本文將試略述它的觀點。

狹義相對論，係限於以等速作相對運動的座標系間的物理定律之不變性。廣義相對論乃係將這相對原理推廣到以任意速度（加速度）作相對運動的座標系。廣義相對論之所以和「萬有引力」有關，是沿著略如下述的思索。

由通俗文獻中所舉的「電梯」的考慮，我們很容易了解在一個座標系中所感到的「引力加速度」，和座標系自身作反方向的加速度，二者不易分辨。但我們切勿以為這即是所謂「等效原理」的全部，愛因斯坦即由此將牛頓的萬有引力，代以座標的加速運動！等效原理的根據，可遠溯至伽利里奧的教堂的懸燈和牛頓的單擺的觀察；他們發現這些擺動的週期，和擺錘的物質和重量無關！這個看似「了無新義」的結果，却涵有極基本性的重要意義，即「引力質量」和「慣性質量」二者相等是也。〔這為後來的Eötvös的精準實驗所証實〕。有了這個根據，便有「等效原理」，但它的重大意義，卻是有待愛因斯坦的「發現」，並成為他的新「萬有引力」理論的出發點。〔在此我們務須加一註：愛因斯坦的「引力理論」是（黎曼微分幾何）「非線性」理論；在近似階段計算，確是遵守「等效原理」的；但在準確的非線性理論中，則有微差的。〕

愛因斯坦的次一步，乃係將「萬有引力」，表以座標系的任意（加速度）變換。在狹義相對論中，我們已知我們所需的是時，空的四維「pseudo歐氏」空間，（仍是「平的空間」）在任意相對運動的理論中，愛因斯坦提出一個基本性的問題，即時，空四維空間的幾何性質的問題。

按牛頓力學定律，一個物體如不受外力，則將靜止或以等速作直線運動。茲各行星繞日球作橢圓軌道的運行，則行星必受有外力。牛頓乃作「萬有引力」的假設。愛因斯坦指出人們不加思索的都用具有歐克里幾何性質的空間；在這個空間，行星的軌道是橢圓曲線。但「歐氏空間」是數學的（或抽象的）空間。愛因斯坦提出一個基本性的問題：描述物理現象所需的空間（可稱為物理的空間），沒有理由必須是歐氏幾何的抽象空間；他以為「物理空間」的幾何性質，應是由宇宙的物质（能—動量）的分佈決定的；這是謂它是 $x, y, z, t$ 四維的「黎曼Riemann 空間」，它的幾何性質乃由度規張量 $g_{\mu\nu}(x_1, x_2, x_3, x_4)$ 函數

$$dS^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

決定，而 $g_{\mu\nu}$ 則由宇宙的物质分佈決定。這個黎曼空間是「曲的空間」。在這空間中兩點間的「直線」係geodesic線。愛因斯坦的新理論的基本假設是：一個物體的運動乃沿由 $g_{\mu\nu}$ 所定的四維曲的空間的geodesic線，無所謂（牛頓的）「萬有引力」！但為方便計，下文（文獻中亦然）將仍用「萬有引力」的名詞。

下表簡示牛頓的理論和愛因斯坦理論的對照：

| 牛頓理論                           | 愛因斯坦理論                                   |
|--------------------------------|------------------------------------------|
| 歐氏三維空間( $x, y, z$ )<br>絕對時 $t$ | 黎曼四維空間( $x, y, z, t$ )                   |
| 三維空間的直線                        | 四維空間的geodesic                            |
| 萬有引力，勢函數 $V$                   | $g_{\mu\nu}$ （度規張量，10個函數）                |
| 運動定律（方程式）                      | geodesic方程式                              |
| 行星軌道乃三維空間的<br>曲線（橢圓）           | 四維空間的「直線」（geodesic）                      |
| 萬有引力定律（反平方<br>定律）              | 愛因斯坦定律： $g_{\mu\nu}$ 由物質分<br>佈決定的（假設）方程式 |

由這新理論，可導出它和牛頓理論在三個情形下的微小差異。實驗觀察的結果，皆支持這個新理論。（這三項結果，乃所謂「水星近日點的前移」，「光的萬有引力紅移」及「星光經日球旁時的彎折」。故愛因斯坦的理論，並非牛頓理論的「另一個觀點」而已。（注意：文獻中有謂愛因斯坦理論乃萬有引力理論的「幾何化」，這是容易引致誤解的）。

由於愛因斯坦理論的基本觀念的創新特異，它的數學工具（微分幾何）對一般物理學者們的生疏，及這理論的結果與牛頓理論的差別極為微小，故雖當Eddington氏（1919年）宣佈日全蝕觀察結果支持愛氏理論而使它名擴世界，大多數物理學家對之多持「高不可攀」，「深不可測」，「敬而遠之」的態度。又1920,30,40,50年代物理學的所謂「主流」研究乃量子力學，原子物理及分子物理及高能物理。於此時期中，愛氏幾致全力於「引力場與電磁場的統一化」的企圖，但未有成（見下文第十一節），愛氏引力場的重要進展，一為愛氏（與Infeld氏）証明場的方程式本身已包涵了物體運動（時空）軌跡，無需作初時的geodesic假設；另一為由「引力場」的「Schwarzschild球面」問題的探討，Oppenheimer與Volkoff開拓一新領域，於1960年代，引致「黑洞」的理論（J. A. Wheeler等），此黑洞理論，使由愛氏「引力論」，一個純粹的數學推論至成為宇宙結構的一個基本性問題。近卅年來關於這部門的研究論文，數以千計。雖則在天文觀察上，「黑洞」之存在仍祇有間接的証明，但此理論的重要性已無疑義。

- (1) 狹義相對論乃關於各以等速作相對運動的座標對描述物理現象所用的時空的關係；換言之，他們用四維的「準歐克里幾何」時空空間；各座標間的關係乃羅倫茲變換；電磁場以四維勢向量 $A_1, A_2, A_3, A_4$ 表之。這個場經量子化得成「光子場」；光子場的量子化粒子即光子；它的自旋角動量為 $h/2\pi$ 。
- (2) 廣義相對論乃關於以任何速度相對運動的座標對描述物理現象所用的時空關係。他們的時空座標變換，乃任意的而不是羅倫茲變換，它們的空間是四維的（非歐氏）黎曼空間。物理量乃表以四維張量（包括向量）。

在愛因斯坦的「引力」理論中，與牛頓的引力場相當的乃度規張量 $g_{\mu\nu}$ 函數。在量子場論中，它的量子化粒子稱為「引力子」graviton；它的自旋角動量為 $2h/2\pi$ 。自1960年代，即有人作探測此「引力子」的存在的觀察實驗，但似尚未有確証。

- (3) 愛因斯坦的廣義相對論及他的「萬有引力論」在研討物理的極大領域(宇宙)問題，極為重要，亦猶量子力學在研論物理的極小領域(原子，次原子)的問題然。

愛因斯坦的「萬有引力」理論的創建，和狹義相對論及量子力學的均不同；它的確有如胡適所謂出自「大膽假設」，然後求觀察的証驗！不若狹義相對論提出之前，已有若干觀察結果亟待解釋；不若量子力學公設形式的建立，乃由若干經驗「引導」或「強迫」出來的(見下文第六至十節)。

由這些觀點，愛因斯坦的理論，乃物理學史中最美麗的理论之一。

#### 四、對稱性、變換、不變性

前文(第一節)曾談及物理學發展有「化繁為簡」的趨向、(第三節)曾講相對性原理，可表為「物理定律在某座標變換下不變」的形式。這些都是一個普遍性的原理的特例子；這普遍性的原理是一個物理系統中的「對稱性」，和物理定律的形式在某些「變換」下有不變性的關係。

這個「對稱性」和「不變性」間的關係，並非物理學的新發展，而是早即知道的。最淺顯的例子，是

(一) 一個在空間有圓心對稱性的物理系統，(即空間各方向的性質皆相同)，故如將座標軸繞圓心轉移，對運動方程式的形式將無影響。但由這個顯然的結果，可得另一個重要的結果，即這個系統的「角動量在運動中守恒」是也。

這個「圓心對稱性和角動量守恒」的密切關係的例子之一，是刻卜勒的第二定律。

(二) 如一物體，它的空間在某方向  $x$  有均勻性(即座標  $x$  與  $x+a$  兩點的性質相同)，則座標在  $x$  方向作平移時，運動方程式不變，由此即得物體在  $x$  方向之動量守恒性。

上舉的例子，是來自物理系統的對稱性的座標變換。但在古典力學中，有更廣義的座標變換(所謂正則變換的)，使運動方程式的數學形式不變的。在這些「正則變換」下，有許多「不變量」。這部門的理論，成為古典動力學最美麗且

極重要的部分。

「變換」和「不變性」在物理學上發揮它的重要性，最早的例子，可能是相對論。狹義相對論的全部內涵，可以下式表出：

「物理定律（的數學形式）在羅倫茲變換下不變」。相對論引入四維時空，定義以羅倫茲變換為四維向量的變換定律，更定義張量。如是，則凡物理定律可表作向量或張量方程式的，必自然的遵守相對論原理。廣義相對論（愛因斯坦的「萬有引力」理論）之用張量分析者，亦同此故：凡物理定律可表以張量方程式（偏微分方程式）者，在四維空向座標變換（這是定義向量張量的變換）下，方程式的形式不變。

「變換」和「不變性」的觀念和重要性，不限於「座標」的變換。另一種變換，見諸電磁場的「勢」函數。

馬克斯威爾的電磁場方程式，如用向量勢  $A$  和純量勢  $\phi$

$$E = \frac{\partial A}{\partial t} - \nabla \phi, \quad H = \text{curl } A, \quad (\text{mksa 制}) \quad (4-1)$$

則取下式

$$\square A = -\mu_0 j \quad \square \phi = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho, \quad \mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2} \quad (4-2)$$

$$\square = \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

如作一個 H. Weyl (1918, 1929) 稱為規範 (gauge) 變換如下

$$A \rightarrow A - \nabla \chi, \quad \phi \rightarrow \phi + \frac{1}{c} \frac{\partial \chi}{\partial t} \quad (4-3)$$

$$\chi = \chi(x, y, z, ct), \quad \square \chi = 0$$

則上列的  $A, \phi$  兩方程式不變，且所謂羅倫茲條件

$$\operatorname{div} A + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (4-4)$$

亦不變。這個變換(稱為「規範變換」)，甚為重要；它的推廣為其它的「場」，和量子力學，在近年來研究基本粒子和各種交互作用上，極為重要。

## 五、氣體運動論，熱力學，統計力學

第一節略述力學的內涵：它祇三個基本概念——時、空、和質量。在物理學另一領域的現象——電磁，光——則需加入電、磁兩個基本概念。此外另一領域的現象——巨觀物體的特性——又需引入一新觀念——溫度的觀念。

研討巨觀物體特性，有兩個不同的出發觀點。一是純巨觀的觀點，即熱力學；我們祇用巨觀性質變數如溫度，壓力等，若干所謂熱力函數如熵，內能等，而完全不問其分子的成分。在熱力學中，我們祇用第一、第二兩個「定律」。第一定律謂(宇宙的)「能」祇可傳遞或變換其形式，而不變其總值。這是所謂能的守恆定律。第二定律是謂宇宙間所有自然現象過程，祇有使一個稱為「熵」的熱力態函數增加，而永不能使其減小。第一定律謂「能」不滅，亦不可「無中生有」；這樣便排除許多「化學反應」或所謂「永恆機器」的可能性。第二定律則在第一定律所允許的過程中，再進一步的排除許多「不可能」的過程，使另一種所謂「第二類永恆機器」為不可能。

這兩個定律的性質是很特殊的。第一定律的最早來源，是由經驗歸納開始，而由人們的信念而成的一個「原理」。它的根據是人們的堅強信念，但它最後的根據，是人們至目前為止，還未曾發現任何違反這定律的經驗。第二定律的來源，亦是根據物理學家的一個信念，以為違反這定律的情形是不可能的。這個定律的根據，是人們始終未遇過違反這第二定律的情形。這樣的信念，本來宜稱之為「原理」，但由於它始終未遇有反證的例子，故升格成「定律」了。

熱力學是一部結構很特殊的科學。它祇由這兩個很普遍性的定律為出發點，純粹的用演繹步驟，便可以得到許多的結論(其形式為若干個熱力函數間的關係)，應用於範圍甚廣的問題。由於這兩個定律祇用了些巨觀的觀念，不含任何關於物體的結構的特殊理論或假設，故熱力學的應用範圍甚廣；然亦正由於第一、第二兩定律不含有關物體結構的知識或理論，故這亦大大的限制了熱力學所能提供的知識。關於這一點的最好例子，是理想氣體的態的方程式。由熱力學可導得



一結果：在熱力平衡的氣體，他的溫度、體積、壓力三變數間，必有一個函數關係  $f(T, v, p) = 0$ ，但卻不能得該函數的形式，換言之，即簡單如  $pV = RT$  的式亦不能獲得。我們知道，這個氣體方程式（或稱定律），由最粗淺形式的氣體運動論即可簡易獲得之。另一個例子是理想氣體的（恆體積）比熱：熱力學祇可告我們內能是溫度的函數，而不能知函數的形式。由氣體運動論則很易的得  $C_v = (3/2) R$ 。

這些限制，是來自熱力學的基本性質（如上述。）在熱力學中，溫度是一個巨觀的觀念，和力學無關，更和「分子」的平均動能無關。引入力學的觀念和分子的結構，是氣體運動論的事了。

從歷史上說，氣體的分子理論，卻早於熱力學，雖則分子的真實存在，直到十九世紀末季，仍為許多大物理學家，大化學家所懷疑的。故「氣體運動論」初時是一個基於假設的理論，但用了力學的概念，加上一個假定——作「溫度」和「分子平均動能」兩個原來不相關的概念的「認同」，便很容易的獲得「理想氣體」的「態」的定律  $pV = RT$ 。這理論所得的結果較熱力學為豐富，是因為它作了較多的假設！

關於上面最後所指出的一點，我們務需作較詳的闡述。在氣體運動論中，我們所處理的，是極大數目  $10^{23}$  次方的分子。我們假設各分子遵守著力學的運動定律作運動。顯然的我們無法真正去計算這許多分子的運動。故必須引入一個「取平均值」的觀念和方法。我們必須引入「機率性」的觀念和數學計算，以代替力學的運動方程的正確計算。

以一個氣體為例。在熱力平衡態下（這所謂「熱力平衡」本身亦是一個不簡單的觀念，我們暫不解釋它），分子的速率，有一個分佈：速率甚小的分子數甚少；速率甚大的分子數亦甚少；大多數的分子的速率，介乎兩極端值之間。由氣體運動論，可以由若干假設，導得分子速率的分佈函數（所謂馬克斯威爾速率分佈定律）：

$$F(m, v, T)dv, \quad \int F(m, v, T)dv = N \quad (5-1)$$

謂  $N$  個分子中，其速率在  $v$  與  $v+dv$  之間者的數為  $F(m, v, T)dv$ ， $T$  乃溫度， $m$  乃分子的質量，積分之下，上限為  $0$  與  $\infty$ ，由上式，我們得見  $(1/N) Fdv$  乃在  $N$  個分子中任意取一分子時，其速率在  $v$  與  $v+dv$  之間的機率。此分布函數  $F(m, v, T)$  的確切式可由許多不同的假設求得（馬克斯威爾的假設，或波爾茲曼的假設），但他們的結果都相同。

在氣體運動論中，機率觀念的引用，是緣於物理學家在實際上不能（或應說無意於）計算 $N$ 個分子的運動過程，但不是在基本原則上不能；換言之，在原則上，分子的運動態的變易是完全遵守古典力學確定性定律的，機率觀念的引入，祇是為求「方便」而非絕對根本的必需如是的。關於機率觀念在古典物理中的性質，和它在量子力學中的基本性地位的不同點，將在下文講量子力學時再作闡述。

氣體運動論的初期發展，可謂始自十八世紀初季的 Daniel Bernoulli，它的出發點是氣體由分子構成的假設；這些分子的運動，遵守力學定律。由於分子的數目甚大（在通常狀態下，每立方公分中有約 $10^{19}$ 個分子），故作一個基本假設，即氣體的巨觀性質（如壓力），可由些「平均」值計算。這樣便引入了「分佈函數」和「機率」的觀念於物理學中。氣體運動論的重大進展，是在十九世紀中、末季，由於波爾茲曼氏和馬克斯威爾氏的貢獻。

上文曾指出熱力學是研討巨觀物體在熱力平衡狀態的性質的。上述馬克斯威爾分子速率分布定律，亦係指在熱力平衡的氣體而言的。但氣體運動論的目標較廣，較基本性，不限於平衡態的現象。波爾茲曼以一個分布函數 $f(r, v, t)$ 描述一個分子（由一個氣體取出的任何一個分子）於時 $t$ 時，在位置 $r$ 上，速度 $v$ 的機率；由力學和機率性的假設，作一個理論（ $f(r, v, t)$ 函數所遵守的偏微分方程式。）這個方程式可由之來計算非平衡態的現象，如熱的傳導、黏性現象、氣體擴散、以及最終目標，即：瞭解由非平衡態漸進入平衡的不可逆過程的問題。一九一〇年代中這理論在數學解方面，有極大的進展；但於一九四〇、五〇年代，氣體運動論又有更基本性的進展（在氣體運動論的基礎方程式和波爾茲曼理論的根據，數學解的方法等的瞭解等，皆大有進展。）氣體運動論是由微觀（分子）出發，希望可處理由非平衡態趨入平衡態的不可逆過程的問題，故較熱力學之限於平衡態情形為基本的理論。但由於在實際問題上數學性的困難，氣體運動論在應用上有極大的限制。

熱力學，氣體運動論之外，另一部門物理研討巨觀物體性質的，乃統計力學。這部門的最早發展，是來自英國的馬克斯威爾氏，和奧國的波爾茲曼氏於十九世紀中，和美國的Gibbs氏十九世紀末季的貢獻。波氏從分子觀點，計算氣體的分子——在各位置和速度的分佈的機率；理論中各分子視為各自獨立，無相互作用的。由一基本假設謂熱力平衡態相當於分子們在位置與速度上的最可能態，可求得氣體平衡態的性質；更由一個基本的假設，將最可能態的機率與熱力學中的熵函數作一「認同」，（這假設的根據，乃由於在熱力學中，物理系統永以不可逆過程使其熵增大，而趨近平衡態。）這理論給予熱力學第二定律以一個機率性的基礎，予「熵」以一個機率性的意義，使熱力學第二定義不再是一個「神祕的」、「抽象的」原理。

波爾茲曼氏的理論，雖有大貢獻如上述，但祇是作了各自無相互作用分子的分布「組合」的「代數性」計算，沒有物理的觀念，如分子的運動力學等在內。真正的「統計力學」，是馬克斯威爾氏和波爾茲曼氏用力學中的 Liouville 方程式，（遵守力學定律的  $N$  個分子的分布函數的方程式）；用力學中正則變換論和 Poisson 定理等，再加上所謂「系綜」(ensemble) 的觀念，假設平衡態乃相當於一個「穩定系綜」。初時，馬、波二氏皆假設一個所謂「Ergodic 假設」。這個假設謂一個  $N$  分子氣體的相 (phase) 點，在無限長時間將經過  $6N$  維相空間的每一相點。如這個假設是成立的，則一個物理系統（氣體）的無限長時間中的平均性質（亦即平衡態的性質），即可由（穩定）系綜函數計算（一個積分）得之。但經數學家的研討，這個 ergodic 假設是不普遍成立的。

沒有了這個假設，統計力學必須另覓根據。近代的統計力學，是由一個基本假設為出發點，以演繹法，對各問題作計算。統計力學的基礎的問題，仍是一個在研究中的問題。

到了十九世紀的末季，巨觀的物理現象——力學現象（包括基礎的動力學，天體力學及推展開的流體力學等），電磁現象（包括光的現象），熱的現象（包括熱能傳播、化學反應、物態變化等）——的理論，大體上已可謂相當完備。力學的基本概念，祇有時、空、質量；基本定律為牛頓的三個運動定律。電磁學則增加了電、磁二基本概念，它的基本定律為靜電與靜磁的庫倫定律、安培定律及法拉第定律。關於熱的現象，古典熱力學中需增加物體的「態」，和「溫度」的概念，（此二者是力學和電磁學所無的），惟氣體運動論及統計力學則需引入機率的觀念。這幾部門物理學，稱為古典物理學。第十九世紀末年第廿世紀初時，曾有大物理學家以為物理學已發展完善，以後將是在增加小數點後數位的準確度而已。

殊不知在十九世紀末年，由於黑體輻射光譜分布的研究與原子現象的研究，物理學正面臨一族新性的領域的發展，迅速即進入一革新性的物理學。

## 六、量子假設

第十九世紀的末季，物理學家量定物體（黑體）在各溫度  $T$  時所放輻射的光譜的能的分布，更求由古典物理（電磁理論、統計物理等）得此分布定律，和實驗結果比較。

這是一個很具體、平凡的研究問題，卻未想到它引發了物理學的一個基本的大革命。理論物理學家旋即發現，且無疑的證明：根據古典物理的定律所必得的分布函數（所謂 Rayleigh-Jeans 定律），顯然的與實驗結果不符。

為得一與實驗結果相符的分布公式，一九〇〇年底，德國物理學家蒲朗克 (Max Planck) (很勉強的) 創一個古典物理所不允許的假設：物體的「振盪子」的放射及吸收輻射，非連續的，而係以一整個單位  $\epsilon$  放射或吸收的，且這「單位」 $\epsilon$  是與輻射的頻率  $\nu$  成比例的，即  $\epsilon = h\nu$ ，此  $h$  係一普遍常數。由此假設，蒲朗克獲得一個黑體輻射的光譜分布公式，竟與最精確的實驗結果完全吻合。由與實驗結果的比較，可得  $h$  常數，和波爾茲曼常數  $k = R/N$  之值。蒲朗克的假設，不僅在古典物理上沒有根據，且是和古典物理的觀念相左的。這正是有如胡適之先生所說的「大膽假設」了。

一九〇五年，愛因斯坦更作了一個更大膽的假設，謂電磁波不僅在物體吸收及放射時是以不連續的「單位」(quantum) 進行，即使是在空中傳播時，亦有「粒子性」(如槍彈) 的性質，「粒子」的能  $E$  與波的頻率  $\nu$  成正比，「粒子」的動量  $p$  則如下式：

$$E = h\nu, \quad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (6-1)$$

$\lambda$  為波長， $h$  為蒲朗克常數。愛因斯坦提出三個例子，可以驗證他的假設：電磁波同時有粒子（質點）的性質，粒子的力學特性如「能」和「動量」，和波的特性如「頻率」、「波長」的關係如上二方程式。一個例子是光電現象。他的光電效應關係為

$$\text{光電子動態 } E = h\nu - \epsilon \quad (6-2)$$

式中  $h\nu$  為「光子」之能， $\epsilon$  係使光電子脫離金屬面所需的能。此關係旋為準確的實驗所證實，這予愛因斯坦的假設以極強的支持。稍後此假設又由 Compton 效應的實驗獲得極強的支持。因此，電磁波有時有粒子性質的假設，已無可疑。惟困難乃是：由繞射、偏極等現象及實驗可量電磁波、光波，X 線的波長，它們已無疑義的是「波」。在物理學中，「波」和「粒子」二者是不相同的。上面的兩方程式的左方是粒子的特性，右方是波的特性。這在觀念上是「不通」的。

至此，古典物理乃面臨一極大的困難：一方面，蒲朗克和愛因斯坦的理論，是違背古典物理的基本觀念的，但在另一方面，他們的「不可解」的理論，卻為

實驗結果所強力支持。

在述量子論的更多發展之前，我們試略看蒲朗克和愛因斯坦的「大膽假設」的過程。

蒲朗克是理論物理學家，為古典熱力學大師，於一九〇〇年時為四十二歲，初不喜波爾茲曼的統計力學。當其分析黑體輻射光譜分布的實驗結果時，利用 Rayleigh-Jeans (理論) 定律僅於光譜之長光波端有效；而 Wien (理論) 定律祇於短波長有效的經驗結果，以一嘗試性的中插法獲得他的新理論分布定律，而蒲朗克對其假設，是並無強烈信心的。愛因斯坦的引入「光子」觀念，是來自統計力學應用於輻射上的考慮，並非憑空而來的。但無論他們的思索過程為何，都可說是基於某些啟示，由於「靈機」而作的大膽假設的。

量子論的猛速重大發展，終於引發量子力學的創立，乃它在原子物理的研究

原子理論，由來甚久。我們不必遠溯古希臘的德謨克里脫；十八到十九世紀間的英國化學家多爾頓已創了原子論，使化學的若干基本定律，可得簡單清楚的瞭解，雖則使所有科學家完全接受原子、分子的真實性的證明，仍有待第廿世紀的初葉。

第十九世紀的末季，由於氣體導電現象的實驗研究，引致電子的發現（湯木遜，一八九六年），使物理學家知「原子」並非不可再分解的基本粒子。隨之，原子的結構問題，乃成物理學家亟欲研究的問題之一。一九一二年，拉塞福由  $\alpha$  粒子被原子散射的實驗分析，建立了原子結構的模型：原子有一極微小的核，帶有正電荷，外有帶負電荷的電子。為瞭解這個原子模型，物理學家瞬即知道按古典物理的定律（力學、電磁學的定律），有這模型的原子是不能穩定存在的。

一九一三年波爾不顧古典物理的根深柢固的定律，以快刀斬 Gordian 結的方法，創一個革命性的理論，引入「穩定態」的觀念和「穩定態的條件」，這「條件」是引用了稍前蒲朗克所創議的  $h$  常數的。因為有  $h$  的出現，這「條件」自然非能由古典物理所能瞭解的。波爾的理論，是由（古典力學所容許的）連續性無限的電子軌道中，藉這「條件」選定出（仍是無限數的）不連續的穩定態。（在穩定態時，原子無須遵守古典電磁定律去放射輻射能。）這假定顯然是不能為古典物理所允許的。此外波爾又作一基本假設，謂如電子由  $a$  穩定態（其能為  $E_a$ ）躍至另一  $b$  穩定態（其能  $E_b$  低於  $E_a$ ），則原子放射出輻射，其頻率  $\nu$  為

$$\nu = \frac{1}{h}(E_a - E_b) \quad (6-3)$$

波爾的理論可準確的計算出氫原子的光譜線的頻率，和實際所量定的吻合，獲得驚人的成功。但它的成功，不限於光譜。它的「穩定態」的假定，由德國物理學家J. Franck 以電子撞擊(汞)原子的實驗，獲得支持。

穩定態觀念乃古典物理所沒有的。波爾在其原來的理論中，祇考慮電子的正圓形軌道，他定義穩定態的條件為

$$\text{電子的角動量 } mva = n \frac{h}{2\pi}$$

$\nu$ ， $a$  為電子的速率和軌道的半徑， $h$  為蒲朗克常數， $n$  係一整數1, 2, 3...。這個關係，旋為Sommerfeld氏(按古典力學的考慮)推廣至電子在三維空間運動時的情形：

$$J_i = \oint p_i dq_i = n_i h, \quad i = 1, 2, 3, \quad (6-4)$$

$q$ ， $q$  為共軛(廣義)動量及座標。由這穩定態條件，亦獲與波爾(原用圓形軌道特情)完全相同的結果。不僅此也，由這推廣的條件，可導致軌道面在空間方向的「量子化」結論。這個結論，旋為Stern, Gerlach二氏的實驗所證實。

波爾的假設，謂電子在穩定態時，上式中之 $J$ 量不變；但在某情形下，電子由一穩定態躍遷至另一穩定態，即 $J_i$ 由 $n_i h$ 作不連續的變易至 $m_i h$ 。此假設亦古典物理(電磁學)所不能解的。惟物理學家由古典動力學可獲得一部分的啟示，即上式中的 $J_i = \oint p_i dq_i$ 乃所謂運動中的「不變量」，在微小且極徐慢的外來擾動下，其值不變。這個特性，使「 $J_i$ (在穩定態)不變，但一變即不作微小或連續之變，而作不連續的變」的假定，似微「有理」也。總之，波爾理論，以「極大膽的假設」，經許多的「求證」，是驚人的成功的。

波爾理論的氫原子上的成功。很自然的使物理學家企圖推展它到原子週期表中的次一原子；這氦原子的核外，祇有兩個電子。但物理學家們旋即發現一竟無法(或不知如何可)處理的困難，即：基本上不知如何建立氦原子的「量子化條件」(即穩定態的條件)；如作任何近似法計算，則所得能態結果，和實驗相差甚遠，與氫原子的完全吻合(準確至10的八次方分之一)大異。至若其它更複雜的原子，則波爾理論更無法應用。

於一九一三年（波爾創其理論）至一九二〇年代，由於原子光譜的研究（多電子原子光譜及 Zeeman 效應等），物理學家不僅發現波爾理論除了氫原子外，對其它任何問題都不適用，且漸漸的深信波爾理論的困難是很深的，基礎性的；他們在沈醉於波爾理論初創時的驚人成功後，漸漸的感到一個理論，參雜有古典物理的觀念和包含有量子觀念的（為古典物理不可解的）假設，是一個沒有邏輯一致性的系統；（雖則波爾提出所謂「相應原理」，企圖使他的理論與古典物理間，在使量子常數  $h$  趨近於零的極限下，有「相應的關係」，但仍不能從根本的去除他的理論的困難點。）物理學家開始從完全新的出發點，以新的觀念，尋求一新的方向和理論，來處理原子領域的問題。

一九二四至二六幾年中，物理學界出現一個科學發展史所罕有的現象：差不多是同時的，在不同國家，幾個都很年輕的物理學家，各自獨立的，從不同的觀點，用不同的數學工具，從事一個新的理論的尋求，卻殊途同歸的，獲得目前稱為「量子力學」的物理理論系統。

## 七、量子力學

法國的德布洛衣 L. de Broglie (1892-1987) 於一九二三，四年由（狹義）相對論觀點考慮一個質點的運動出發，創建一個理論，以為一個質量為  $m$ ，能為  $E$ ，動量為  $P$  的粒子（以速度  $v$  對靜止的觀察者運行時）有一個「週期性」的「波」的性質，其頻率  $\nu$  及波長  $\lambda$ ，為

$$\nu = \frac{E}{h}, \quad \lambda = \frac{h}{p} \quad (7-1)$$

此波的「相速度」為  $\mu = \nu \lambda$ ，其「群速」按定義

$$\frac{1}{v_g} = \frac{d}{d\nu} \left( \frac{1}{\lambda} \right),$$

$$\text{茲乃為 } v_g = \frac{dE}{dp} = \frac{c^2 p}{E} = v \quad (7-2)$$

換言之，此「德布洛衣波」的群速，適與粒子的速度  $v$  相同。

德布洛衣的創意，誠是「不可解」的；他的基本假設

$$v = \frac{E}{h}, \quad \lambda = \frac{h}{p} \quad (7-3)$$

雖在數學形式上和愛因斯坦的光子理論式子

$$E = hv, \quad p = \frac{h}{\lambda} \quad (7-4)$$

相同，但兩個理論是完全獨立「無關」的：前者是假設「粒子」有「波」性；後者則假設電磁波有粒子性。

德布洛衣的新奇創意的首個「成功」的測驗，便是下述的問題：按前節所述的「穩定態條件」（或稱「量子化條件」）

$$\oint p \, dq = nh, \quad (7-5)$$

如現用德布洛衣的  $\lambda = h/p$  假設，則此條件成為

$$2\pi a = n\lambda \quad (7-6)$$

此乃係「駐波」的條件也。

但「德布洛衣波」的假設，旋由「電子的繞射」的發現，獲得極強力的支持。（一九二八年，Davisson-Germer 及 G.P.Thomson 等的實驗，顯示電子有「波」的性質；動量為  $p$  的電子的「繞射」現象，相當一波長符合  $\lambda = h/p$  式的「波」），這理論之不能「嗤之以鼻」，已無疑義了。但此「波」（德·布洛衣稱之為「物質波」）究是什麼的「波」，是仍未明的。顯然的，它不是物理學中已知的波，如電磁波、水波、彈性波等。



物理學的發展，有時是循曲折的途徑的。德布洛衣於一九二三、四年間於法國科學院的周刊中陸續發表他的思索，於一九二四年冬刊出他的博士論文；Langevin（法物理學家）寄給愛因斯坦；愛氏時正推廣 Bose 的統計法於氣體分子，認德布洛衣的創意極為重要。時在瑞士 Zurich 大學之奧國物理學家薛略丁格（E.Schrodinger, 1887-1961）由愛因斯坦的文章，引起對德布洛衣理論的注意和興趣。

薛氏在問「物質波」究是什麼「波」之前，先問該「波」所遵守的方程式。這不是物理學進展的正常程序，但後來看出這是「焉知非福」的大幸事。薛氏由（愛爾蘭數學、物理學家）漢彌爾頓於一八三〇年代所觀察到的，幾何光學中的光線傳播的定律（所謂 Fermat 原理）和粒子在力場中運動的定律（漢彌爾頓原理的特殊情形，所謂最小作用原理）二者間的相似性出發；更由「物理光學」中「光波」方程式在極短的波長極限下趨近「幾何光學」中「光線」的方程式的關係，薛氏作下述的類比考慮：由粒子的運動方程式（漢彌爾頓—雅可比偏微分方程式）覓一個「波」的方程式，雖則「波」的意義，仍未明瞭。由這樣的路徑，薛氏獲得所謂「薛略丁格方程式」（不含時變數的方程式），旋又提出含時變數的方程式。

我們務須著重者，是上述的薛氏思索路徑，並無邏輯上的必然性；類比性的考慮，是與邏輯無關的。故薛略丁格方程式，不是可由任何古典物理中已知的原理導出來的，而是完全新的理論假設。（關於這一點，許多書都給人以一印象，薛氏方程是「導出來」。這是極嚴重的錯誤。）

薛略丁格方程式的首項大成就，是將波爾理論定義穩定態條件（亦稱量子化條件），代以覓一個微分方程式的「本徵值」的問題。換言之，我們無需作波爾的量子化條件的假定了。按這新理論，任何原子系統的穩定態，皆成為一個本徵值的純數學性的問題；波爾理論之不知如何處理氫以外的原子的基本性困難，已不復存在了。

薛略丁格於一九二六年一月至六月間，在數篇連續文章中，便將所謂「波動力學」的主要數學部份，全部發展出來，為物理學家所普遍的接受。惟薛氏方程式的函數  $\Psi$  的物理意義的問題，則遠較薛氏方程式的產生為難。 $\Psi$  在一般情形下為一複函數。薛初堅持  $e|\Psi|^2$  係代表一個如雲狀的展開的電子的密度；但這個解釋，祇能應用於有一個電子的系統，如有兩個（或多個）電子，則  $|\Psi|^2$  乃係一個 6 維（或  $3N$  維）空間的函數，而非三維空間的函數，故不能代表「密度」。

此基本性的問題，乃為波恩 (M. Born, 1882-1970) 於一九二六年六月所解答。波恩創議，謂當電子的「態」為  $\Psi$  時， $|\Psi|^2 dx dy dz$  乃電子位置在  $(x, y, z)$  點之  $dx dy dz$  空間中之機率。我們務須注意下二點：(一)  $\Psi$  函數代表一個系統的「態」；此函數祇有座標  $x, y, z$  而無其共軛動量  $P_x, P_y, P_z$  的變數，此與古典力學中一粒子的運動態乃同時由座標及其共軛動量定義的 (見第一節) 不同。此點是有極深遂的涵義，牽及量子力學的基本性質的，容下文再詳述之。(二) 量子力學 (波動力學為其一特別形式) 的基本方程式 (相當於古典力學中的牛頓運動方程式) 為  $\Psi$  的微分方程式，故  $\Psi$  遵守一「決定性」的定律與時俱變，(故驟觀之，似亦如古典力學之有「因果性」。) 然  $|\Psi|^2$  本身是一個機率函數；薛略丁格方程式所決定的，是「機率」，而非座標的變遷，換言之，量子力學謂：如量某一物理量  $Q$ ，可期望的結果為

$$\langle Q \rangle \equiv \int \Psi^* Q \Psi dx dy dz,$$

但一般的情形下，不告訴我們確定的結果。

波恩的這個機率性假設，旋為物理學者所接受，而成為量子力學中一個基本的假設。

在古典物理學中，我們亦常引入「機率」的觀念 (見第五節)，但古典物理的基礎是有決定性的古典力學，機率性的引用乃為實際上的方便而非基本上所必須如是的。在量子力學中的機率性則不同；它是基本的，固有的，沒有「決定性」的基層基礎的。這些句語的意義，下文將再闡述之。我們或先要問量子力學何以作這樣的假設。答案是：必須作此假設，才能使量子力學成為一無內在矛盾的理論系統。

物理學家中亦有從哲學觀點不能接受這個機率假設的，其最重要的為愛因斯坦。下文將更詳論這點。

量子力學新理論的次一重大發展，是一九二七年夏，海森堡提出的「測不準原理」。這項發展，從根的動搖了全部的古典物理學。

上文已述過愛因斯坦的光子假設，謂頻率、波長為  $\nu$ 、 $\lambda$  的電磁波，有粒子性，其能和動量  $E$ ， $p$  為：

$$E = h\nu, \quad p = h/\lambda \quad (7-8)$$

又德布洛依的「物質波」假設，謂一能、動量為  $E$ 、 $p$  的粒子，有「波」的性質，其頻率、波長  $\nu$ 、 $\lambda$  為：

$$\nu = E/h, \quad \lambda = h/p \quad (7-9)$$

我們曾著重此二理論的「不可解」性。但它們皆有極強的實驗的支持，逼使物理學家接受上二「愛因斯坦—德布洛依關係」。

由這兩個假設，海森堡證明無論用如何精密的方法同時的去量定一個質點的位置（座標  $x$ ）和其沿  $x$  的方向的動量（ $P_x$ ），二者的差誤值  $\Delta x$ ， $\Delta P_x$ ，不可能使它們任意的減小，而務須受下關係的限制：

$$\Delta x \Delta P_x \geq h \quad (7-10)$$

換言之，如測定位置無限的準確（即  $\Delta x$  趨於零），則  $x$  的共軛動量  $P_x$  將完全不能測定（ $P_x$  之值，可由負  $\infty$  至正  $\infty$ ，亦即  $\Delta P_x$  將為無限值  $\infty$ 。這是所謂「測不準原理」；它是愛因斯坦—德布洛依關係的必然結論，如信該二關係，則無從逃避這測不準原理。

按此，則古典力學的以為天經地義的， $x$ 、 $P_x$  有同時無限準確的測定的可能性，而這正是量子力學所根本不容許的！故古典力學的以「座標及其共軛動量」為運動態的定義，在量子力學是不可行的（這正是薛氏的「態函數」 $\Psi$  祇有座標為變數（或祇有動量為變數），而不能同時有座標和其共軛動量為變數的原因。）；按測不準原理，古典力學是從根即不能成立的！

由愛因斯坦—德布洛依關係導出測不準原理，細想一下，實在亦非完全意外的事；由該兩個按古典物理所不能解的關係，則導致另一古典物理所不能解的關係，是很自然的事！故我們的問題是：我們應如何的去看這個情形？這便是物理學的「哲學」的問題了。在述量子力學的哲學之前，我們務須一述量子力學的另一個觀點的發展，和綜合起來的「量子力學」的整部結構，一部略如數學中的「公設性」的體系。目前的「量子力學」，是一個內部無矛盾的結構，按哥本赫根派（以波爾，海森堡等為原創者），是一部「已完整」的體系，可以答覆任何「有意義」的問題的體系。這觀點正是愛因斯坦始終不同意的焦點。後文將詳述之。（未完待續）

\* 本文曾刊登於中央研究院物理研究所集刊第十七卷。為使更多從事科學教育的教師及學者們能夠閱讀，經吳院長大猷先生同意，分兩期刊登於本月刊。