

廿一世紀日本高中數學課程 的設計研究

寺田文行 演講

日本早稻田大學理工學部

陳俊生 翻譯

國立臺灣教育學院數學系

寺田文行教授為第二屆中日科學教育研討會日方主持人，也是規畫廿一世紀日本高級中學數學課程負責人之一。這次應本校邀請前來我國參加中華民國科學教育學術研討會並以「廿一世紀日本高中數學課程的設計研究」為題專題演講，頗得與會者的好評。寺田教授專長數學教育工學，訪臺期間在本校數學研究所及省立臺北師範學院有兩場有關「CAC」的演講。茲將寺田教授的演講稿經翻譯後刊登於本月刊向讀者介紹。感謝行政院國家科學委員會資助寺田教授訪問我國及科學教育學術研討會。

即將於1994年實施的日本高等學校（高校）數學課程設計當初在研究時是分爲哲學背景、課程設計理論及課程結構三方面進行的，此次的演講限於時間關係只提出數學課程結構方面供與會人士參考。

首先讓我們來談一談將於1994年開始實施的日本高等學校數學課程結構，它雖尚未獲致最後結論（真正的結論將在明年四月完成），但在內容方面將與今天所談論的不會有太大出入。

在日本從義務教育之中等學校進入高等學校之升學百分比約95%。對於這些進入高

等學校的全體學生，規定數學Ⅰ是全體必修，修習的學年是一、二之兩年級，但准予延長到三年級。

對於所設定的課程數學Ⅰ及數學Ⅱ，我們希望高等學校百分之九十的學生都能在一、二年級或延長的三年級修完。至於將會存在的一些個別差異的學生，未能同時修完的部分教材內容，在新媒體（New Media）尚未能在個別學習上普遍使用之前，則依教師或學校單位或班級視實際情況做選擇，以下所提到的課程亦與上述相同的理念來處理。

我們所設計之課程結構上，所謂之Core課程是做為將來生計教育（生涯教育）的基礎的部分課程，而所謂Option課程是視個人的需要做選擇補充用的課程。

本次的修訂課程的基本策略是由藤田宏先生，島田茂先生及寺田文行三位為中心，另由五十餘位專家學者所組成的小組所完成，這一課程是採Core and Option module方式。各位若對這些設計過程之細節有興趣，容後可個別的答覆。

在課程內容方面，二次函數這一單元包括了一次函數但不含分數函數。觀念的處理上，不以現代化形式之映像（mapping）的觀點着手，而只以 $f(x)$ 之記號所表示之 x 的二次函數之一般式表示。在圖形的計量方面是以三角比為中心，角的度量只採60分制且限制角只用在 $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ 間的簡單空間圖形之計量。在數論上，其一是限定在自然數範圍裡的數列和，其次是離散數的處理。培養學生探究身邊數的規則性之態度。希望能充分提供引發學生興趣之例子。在概率方面：只考慮離散之場合，亦可說只是比率。其內容只談加法原理，乘法原理，期望值。同樣的亦儘量旁徵博引以引發學習的例子做為主要內容。在圖與式的關係方面：主要是基於笛卡兒座標幾何，將數學史上的一大發現做為數學素養的教學目標，內容方面只提直線及圓方程式的程度，並不談及二次錐線。在函數變化方面：只以二次、三次函數為對象，認識變化率（Rate of Change），以解決函數之極大極小為中心，進而解面積問題等應用方面的問題為處理之對象。至於面積函數的處理，則只針對面積函數 $s(x)$ ，對另一函數 $f(x)$ 具有

$$s'(x) = f(x) \quad \text{時} \quad s(b) = \int_a^b f(x) dx$$

這些觀念的程度，而不以 $s = \lim \Sigma f(x_i)$ 之極限逼近法方式處理，在各種函數方面：所要提的有指數函數 $a^x (0 < a < 1)$ ，對數函數 $\log_2 x, \log_{10} x$ 與三角函數，至於三角函數則將從弧度法（Radian）進入，一直到和差化積定理。然而對一般程度的學生來說，三角的和差化積定理的學習，似乎較為困難，因此，將這一單元放在Core課程之最後部分較合理。

其次，來談談在意識上具差別的智優與一般程度學生的選修科目。數學A、B、C各含四章〔參閱附件三〕，教師可任由這四章中挑選二章來教學。這些教材與數學I、II、III的課程並無前後連續關係，對於學生有興趣而教師沒選為教學單元則可自己自修來完成學習，因此遂引發了活用新媒體的必要觀念。

在數與式，因式分解，分數式，方程式等單元並不深入探究其根。而且在這些式子裡所談及數的領域是實數。不論是智優或一般程度學生，均以實數範圍為中心，做等式的處理，探究不等式的性質及比較式之大小。

平面幾何是給一般程度學生的選擇補充用課程 (Remedial option)，它是以中等學校所學得之幾何結論部分為中心所編成的教材。

在數列方面有等差數列，等比數列，相當簡單的逼近法及數學歸納法。這些是為智優生所安排的。

在數與電算機 (Computer) 這一單元，是透過簡單的程式設計來理解數學的內容。這是一般程度學生的教材。在內容方面，則止於從中、小學到目前所學到的數學題材，但不探究所有的內容。這裡也不做電算機本身的數學及演練。對於這方面，希望另有機會能再次提出來談一談。

整數中的不定方程式，最高公因式，二次方程式解的公式，列數表，平均與偏差等也將是被考慮為本次新課程對象。而在各高等學校未普遍有電算機設備時教學上可用電算器 (Caculator) 來替代。

向量有平面與空間向量，是當做解決圖形問題的工具來處理。整個圖形這一教材來說是由計量的 (數 I)，論證的 (數 A)，坐標的 (數 II) 及向量 (數 B) 的幾何來構成。

在數學 B，主要的為智優生設計有複素數領域之教材。內容方面有二次方程式之虛根，複素數平面之四則運算，極式與二項方程式 (Binomial oquation)，圖形上之應用等。

離散數學的部分，目前還在議論中，可能是概率變數與常態分布 (到二項分布為止) 或二次矩陣代數 (包括一次變換)。這是為一般程度學生所設計之教材。

在演算法 (Algorithm) 與電算機這一單元，有一部分將與數學 A 的數與電算機這一單元重覆，當然這是選修的部分，故應該是沒什麼多大關係。教材的內容有分數與小數

，質因數分解，畢氏數，完全數，等比數列之收斂， $\sqrt{y}$ 的計算 $\left[a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{y}{a_n} \right) \right]$

，利用蒙地卡羅法 (Monte Carlo Techniques) 計算面積等。

極限僅針對着函數。微分及積分僅着眼在應用之角色，至於平均值定理或積分可能性等問題均沒涉及。若指定選修數Ⅲ，則這裡的三單元〔參閱附件三〕均要修讀完畢。

數學C內的教材是完全利用電算器來處理的問題，教師可從所列之四個單元〔參閱附件三〕中任選兩單元教學。這些單元還要求教科書出版商做出 Graphic soft。

上述所談的數學新課程與目前（～1993年）的課程相異之處有如下三點：

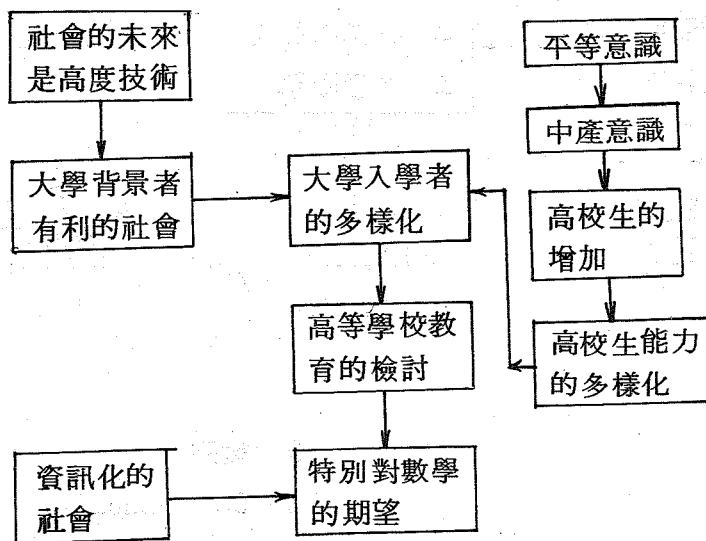
1. 往昔一直當做學校數學基礎的高等學校代數，將拒於 Core 課程之外。
2. 明治以來，要求全體學生之傳統 Landau 方式的完全主義到此劃上了休止符。
3. 二次曲線之一般式，一次變換，空間上之直線、平面，微分方程，無限級數均上移至大學。

另外，不得爲了培養智優生（20%）而排拒一般程度學生（60%）的學習。本次修改之主要重點在於如何做好一般程度學生的數學教育，並如何融合於智賦優異之教育。

以上所談的是修訂的概略情形，在正式的課程上大概會有一點點修改。但變化不會很大。本次的演講，本應將如下：

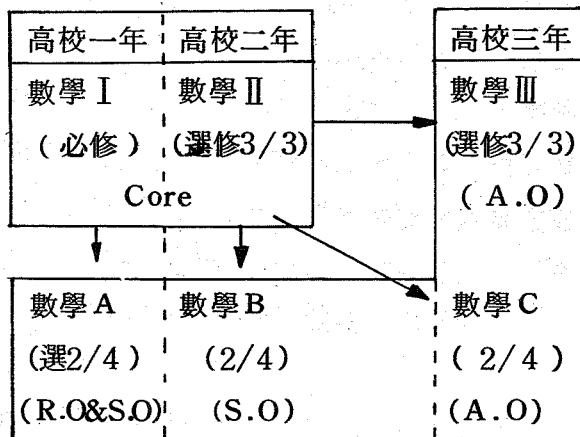
1. Core 及 Option modul 課程之設計的基本觀念。
2. 在數學教育上積極使用電算機 (Computer) 的電腦輔助課程 (Computer Assisted Curriculum)
3. 合併音與影像 (Voice and Picture) 的 Tutorial System 的 THE System 問題一併討論，但因時間的關係，只好省略。今天之演講到此爲止，謝謝各位。

〔附件一〕



〔附件二〕

日本國定高校數學課程

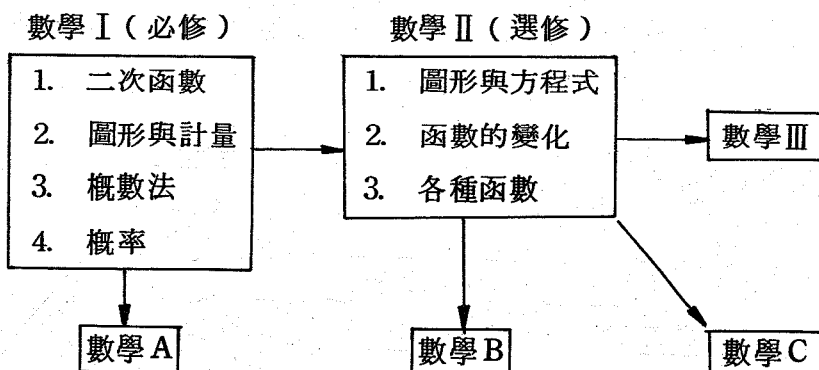


註：R.O表 Remedial Option

S.O表 Side Option

A.O表 Advance Option

〔附件三〕 必修與準必修 (Core)



選修數學 (Option)

數學 A (選二單元)

1. 數與式
2. 平面幾何

3. 數列
4. 數與 Computer

數學B (選二單元)

1. Vector
2. 複素數與複素數平面
3. 離散數學
4. 演算法與 Computer

數學Ⅲ (選)

1. 函數與極限
2. 微分法
3. 積分法

數學C

1. 各種曲線
2. 推論與檢定
3. 行列式與聯立方程式
4. 微分方程式的曲線解