

C A C 的概念及其實踐

寺田文行

日本早稻田大學理工學部

邱日盛 翻譯

國立臺灣師範大學數學系

序

CAC是指利用微電腦授課的數學課程。

在CAC中，不但像通常的CAI一樣，把微電腦當作提供教材的媒體來使用而已，同時也希望設計成，以前學生祇用筆記無法達成的，利用實驗來做數學的探究，概念的獲得等等，新的學習變成可能達成的課程。

下面是有關這方面的概念的動機，讓它能夠施行的策略，其設計方法，以及依照這些，而進行過的實驗例子的報告。

各章的執筆人如下：

第一章 CAC的地位……寺田。

第二章 CAC的策略設計……寺田，小林，佐佐木。

第三章 CAC的實施——課程製作的記錄……小林，佐佐木。

第四章 CAC的實施——在早稻田大學本庄高等學院所實行的例子……半田。

第五章 總論……全體人員。

第一章 C A C 的地位

〔研究目的〕

本研究是針對日本高等學校（相當於我國高中）數學課程將要實行做順應時代的改

革，提供一個能成為其主要新媒體，在數學教育上採用的一個研究。

在這一方面，對於日本的目前情況以及對於其發展的傾勢而言，比起歐美各國來說，不能算是很充分。實際上，雖然已經有零星的研究報告，但是還沒有人把這些編成有系統，有組織，更沒有人將這些引進到課程裡面的研究。這些事本來應該在國家水準的研究機構裡，極力推動的事情，可是在目前的情形下，祇能呼籲促成對於這方面的研究，有體系化的氣勢，建立體制出來，並期待從事於數學教育各階層，各方面的關心與理解，提供一個真正屬於這方面研究的範例，這就是我們企望達成的目標。

本研究是，基於以上的理由，想擔任在數學教育上，這個迫切而有意義的工作的先驅而已。配合下面想要說明的高校數學課程研究計劃「Core and Option Module」的充實，以及依照新媒體利用方法，為高校數學教育，提供課程研究計劃，完成CAC（Computer Assisted Curriculum）架構，就是本研究想達成的目的。

第1節 研究背景

首先，我想就本研究的背景作報告。

(1) 目前的教育問題

今天以及最近的未來，教育上可能會出現，以下的兩個問題。基於這樣的認識，我們想推行作課程上，極力而根本的改革。

1. 面對多樣化

隨著，目前科學技術，經濟環境的高度成長，培育具有適應這種成長的能力，是極為重要的一件事。這時，能充當其骨幹的，應該是，開發出，針對每一位學生，按照其學習達成度，性向，能力，伸長其學力的教育。因為，處在這個高度技術社會，經濟社會的發展中，國民全體能力的高揚該是不可缺的。

2. 面對電腦

為了能夠適應於電腦提供出來的種種衝激，我們應該重新評估我們的教育。

(2) 數學教育上的問題

其次，把(1)的問題，我們特別把它射影在數學教育上來檢討。

1. 中等教育普及與學力多樣化

接近飽和點的高校升學率，出現學生素質，學習欲願分佈上，多樣化的現象。特別是在數學上面的學力差，不適應性，顯示有嚴重問題的出現。

原因是，從來的課程，其制定的基本方針是，能夠銜接大學理工科系的教育為前提，選擇內容，再以這些內容為中心，制定了課程。雖然也有人以其他目標作了數學教育的研究，可惜其結果還沒有反應到課程裡面來。

2. 面對未來資訊化社會

有關這方面，大約可以分成三個重點。一是如何面對電腦，其二是如何將電腦應用在數學教育上。第三是，如何讓學生獲得資訊化社會所需要的數學認知的問題。

進入大學，利用所獲得的數學素養，獲取能夠擔任促進專門領域發展的素質，會更加的被企求，至於不升學，但是，要在這個資訊化社會立足，仍然需要具備數理的素養。

第 2 節 Core and Option Module (核心與選擇模式，簡寫成COM)

(1) 適應多樣化的課程設計

要適應於多樣化，我認為數學課程的基本 stance (立足點)，應定在下面的兩點。

1. 數學認知 (Mathematical Literacy, 簡寫成ML) 的涵養

在資訊化、高度技術化的社會裡，我認為數學教育的一般目標，應訂在：

“數學認知的涵養”

不祇是擁有廣泛的數學知識，計算技術而已，更進一步的希望，數學教育是，注重認知上能利用數學的能力，價值判斷力，具有發展性的數學基礎能力。氣質的教育。

認識數學的正確性，能夠把數學用語、概念利用在思考上，以數學方法記述事情，能夠充分的利用數學理論的明晰性在判斷上，便是一般市民應具備的標準數學素養。

在學習方法上面，也不應該祇拘束於證明主義，應該多多採納“經過體驗，經驗所歸納出來的理解”所支柱的理論。爲了要採取這種學習方法，應該多多利用電算器、電腦，把數學概念或數學事實，透過操作去獲得。

2. 數學處理能力與思考力 (Mathematical Thinking, 簡記為MT) 的加強

對於將來在專業上需要數學的人，我認為應該將

“數學處理能力與思考能力的加強”

列爲其主要學習的目標，這就是以論理能力、分析能力、表現能力等作為基礎，培育數學能力與思考力，以便各人在其專業的發展上，能夠強而有力的使用數學的目標。

(2) COM模式

COM模式 (Core and Option Module) 是藤田、島田、以及寺田，爲了上記課程

應如何以其應有的姿態實現，研究出來的一個策略。（參考文獻4）

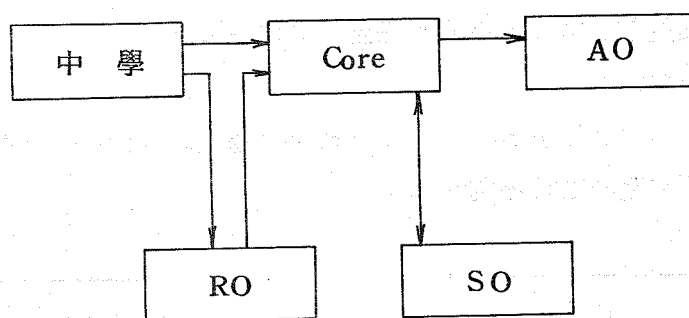
1. 其設計思想

當我們要討論高校數學課程時，需要特別加以考慮，如何才能整合差異距離那麼遠的上記ML與MT的立場，達成我們的教育目標。

CGM 是，現行課程設計完成的同時，開始構想的一個數學課程的模式。是針對日本學生，愈來愈多樣化，構想，把現行課程重新加以檢討，設計出，在具有多樣化的教育中，能實現理想教育的課程。換句話說，這個模式是，針對現在高校生的多樣化而設的，一方面可以加強，將來需要數學的學生的數學素養，另一方面又可以提高一般人士的數學認知，以這樣的助求作為目標，開始作了高校數學課程的研究。

2. 其設計策略

我們把高校數學，分成稱為 Core（核心）的部分，及稱為 Option（選擇）的部分。



下面把其詳細情形，當作其設計策略來說明一下。

2-1 Core 的設計

“Core”原則上是，以全部學生為對象而設。但是，其內容與從來的方式不同，把從來被認為是基本的部分，全部變成白紙，然後再重新設計出，5至6個項目構成的核心。這些項目是高校數學的核心部分，可以被社會承認成高校數學的水準，也可以當作生涯教育的基礎。

依照上面所提的方針，被設計出來的這些核心內容，不一定與現行課程的基本內容相同。而且，一旦經過我們選取，我們就會充分的充實其內容以及其處理方法。

2-2 Option 的設計

“Option”是指，配合各高校的多樣情形，各高校可以各自選擇，可以表現其特性的課程部分。這個Option又可以再分成3個型式：

(a) “ Remedial Option ” (RO) 補救教學用

爲了在中學未學好的學生，能順利銜接高校部分而選擇的教材。

(b) “ Side Option ” (SO) 演習用

爲了想更充實 Core 的內容的學生，爲充實而學習的內容。其中有些項目，可以和相對的 Core 的項目對調使用。

(c) “ Advanced Option ” (AO)

特別爲志願升大學理工科系的學生學習的教材。

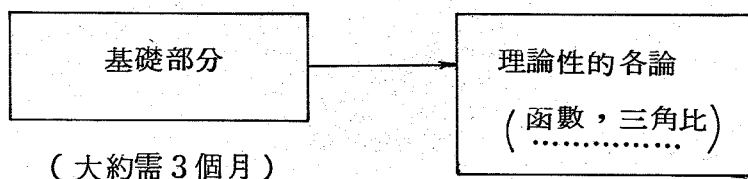
把 Core 與 Option 組織成 Module 形式，利用這些組合應付多樣化是我們的構想。這時，較理想的 Module 化是指，擁有教科書、問題集、評量測驗卷，能夠顯示相關教材的微電腦軟體 (Micom Soft) 的組合。在組合上，可能會有某一程度的順序關係，但希望它不是像一幹樹一樣的樹狀形，而希望它是具有 Net work 構造的性質。

3. 對於基本事項處理方法的注意

COM 模式與從前的模式，有下列完全不同的三點。

3-1 基礎事項的比較

從來的課程裡面，首先會出現，被認爲後面的基礎的各種項目，學完這些基礎事項以後，才會出現具有理論性的各種論理。



可是，因爲基礎部分的學習目標，意識不很明顯，學生在這種階段的學習期間，可能會降低學習欲願。不但如此，等到後面需要的時候，由於基礎部分的認識退化而不確實，再度產生學習欲願的落失。

有了這種認識的原故，在 COM，我們對於基礎部分就大刀濶斧的加以開刀，不再事先準備祇有後面才用得着的基礎部分。

另外，從來被認爲是高校數學的基礎的內容中，也有，後來發現，不但幾乎沒有用處，同時也變成了學生學習障礙的原因。這些，在 Core 裡我們就割愛了。

3-2 就地取材方式

對於每一個 Module，我們都把它編成一個完整的故事形態，從導入至應用都有很

明晰的內容，如前面①中提過，需要的基本事項，不管幾次，遇到需要時，都每次讓學生學習，採用了所謂就地取材的方式。

3-3 電算器，電腦的全面利用

這部分，想把它當作第3節來說明。

第3節 高校數學與電腦的配合

電腦與數學教育的關係，普通可舉出下列的三種。

- 電腦認知的教育
- 為電腦的數學教育
- 應用電腦的數學教育

對於這三種情形的數學，特別以設計高校數學課程的立場，我想提出一些建議。

(1) 電腦認知教育

在今後的學校教育裡，大家都認為，對於資訊化社會中，扮演核心角色的電腦，學校應該要授教其基本的知識，以及其接觸的方法，使得學生畢業進入資訊化社會後，具備有所發揮的能力。因此，大家也認為，學生能夠接觸到電腦，讓他喜好電腦，是件非常重要的事情。

但是，我認為更重要的是，要讓學生實際去看到電腦的威力。由於這種感觸，我認為電腦認知教育，應該與利用電腦學習數學等教育平行進行。

(2) 為電腦而做的數學教育

在大學裡面，對於離散數學教育的去向，漸漸有輪廓性的結論。結果也影響到中等教育裡面，數學教材是否要有一些能成為其基礎的東西。現在對於這個問題，國內外都有人在討論。可是，還沒有得到學習必然性的結論，因為還未有準備很豐富的例子以前，讓其抽象概念登場，真正使人擔心踏到現代化的覆轍。

離散數學的基礎中，高校數學較熟悉的部分是

“有限數列”與“個數的處理”

從來這些都被隔離成完全不同的學習項目，但是，我們就用題為，學習“數上去（數え上げ）”的原則，把這兩項統一起來，用“系列”之名，列為Core的一個項目。

在高校二年、三年，就讓他們在Option，學習資訊代數的入門。

(3) 利用電腦所實行的數學教育與學習

我認為，電腦利用在數學教育上，其意義有下列的二點。

1. 個別指導與電腦

由於學生學習達成度，學習速度的多樣化，在教育上，希望出現，在教室的多人數教育與個別教育的調和。把電腦訓練成為個別指導，最忠實且又能幹的助手。這也是 CAI 的期望。

2. 課程的重新檢討

這部分就是在第 4 節想說明的，CAC 的立場。

第 4 節 CAC 的立場及電腦的角色

談到數學上，電腦利用的立場，從來其重點就被放在適用公式問題的訓練上面。但是，數學極希望學生體驗，

具體化 → 觀察 → 發現 → 歸納 → 推論 → 理論化 → 接納。

這樣的路程。可是，從具體到觀察，發現，歸納這一段，一般來說，都要經過繁雜的計算，實行上較困難。這時，利用微電腦就有意義啦。這就是我們 CAC 的基本立場。以下再詳細說明一些。

(1) 導入概念的技巧

施教一概念時，出現的障礙有，煩雜的計算、沉悶的種種嘗試。想到這些障礙，自然在導入過程中就顧慮到很多限制。如果，能夠排除這些障礙及限制，直接能夠提現與概念相通的教材，就變成很好的指導方法，是極為重要的構想。微電腦的各種機能，可以排除這些沉悶且又漫長的過程，提供豐富且又具體的例子得於實現，也使具體化到發現的過程的可行性。

由發現到理論化的過程，向來都是依靠教師的指導來進行。但是，這時候，也可以利用微電腦，讓學生得到種種體驗。

特別在函數概念的教育，圖形的計量問題上面，其特性就可以充分發揮。除此之外，也可以發現很多，能夠變成這方法的對象。

(2) 培育思考能力的教育

1. 踏出不必要的計算

其學習目標，不在於計算的數學問題，從小學開始就有。我認為瞭解問題的能力，

與施行計算的能力是兩回事情。其目的在於培育瞭解能力的場面時，我認為應該開發出，能夠不做計算，排除對於計算的煩惱，能夠專心思考問題，這樣的指導方法。實際上，現行教材裡面，也可以發現，因為計算太繁雜，祇讓學生學習其思考方法，不做深入探討的項目。

由於電腦的支援，學習效率大幅提高，從前受了限制，可是又屬於本質上的項目，現在其教學變成可能了。

2. 思考性問題的解題方法

當你要解數學問題時，首先應該要充分的瞭解什麼是這個問題的問題。

這個時候，如果有具體的數值、圖形、圖表等提供實驗的探究，就能得到很好的效果。數學的研究場面也常施行這個態度。

比如，求一個式子的最大值，從式子的分析著手，不如從各個數值代入該式開始著手，才能更清楚瞭解問題。也使嘗試錯誤更能施行。恰如在數學概念的形成上，反覆做具體操作，是重要一樣，在解數學問題上，具體化的嘗試錯誤也很有效。

具體實驗、圖表化、圖形化，可說是電腦最能發揮的威力。

獲得解問題的頭緒後，再進行數學方式的處理，不但在培養學習數學的精神上有效，在數學的探究上也是很有效的。

(3) 能接納的數學

1. 內容的視覺化

能使內容視覺化的功能來說，電腦是非常合適的媒體。Computer graphics是非常具有 variety，充分利用這個 graphics 我認為更能達成概念視覺化的功能。

能夠獲得概念的直感，在論理性的展開上是很有幫助的一件事。單單依靠數學論理，往往使理解遭遇障礙。想避開這些障礙，電腦的能力，特別其 graphics 的能力，是可以多利用的能力。

2. 對於定理、結果的接納

先敘述定理，而後做完全主義的證明，這就是數學的傳統進行方式。但是完全主義，在學習上給很多學生很大的痛苦。代替這個傳統式證明，出現的就是“能接納的數學”。利用數值例子去接納定理，利用嘗試錯誤接納定理，就是“能接納的數學”的方法。

3. 數學實驗、體驗

模擬體驗，經過微電腦，就可行。“體驗數學”不但在使人接近數學上重要，甚至於投入於數學上都非常重要的事情。

第二章 C A C 的設計策略

現行課程，不是以電腦為前提設計的課程。因此，如果在數學教育上要引進電腦利用，現行課程是不太合適。補足現行課程的短缺，摘除不合適部分，推出新的課程，是一件很迫切的事情。以這種認識之下，創設而出的，就是CAC 的構想。

第 1 節 教科書編製

以下是CAC教科書編製的說明

(1) 既有課程中的問題研究

在各種限制下，雖然是覺得需要，但在現況之下，不得不刪除的部分。相反的，雖然認為重要性很低，本來就應該刪除，但還留在課程項目裡面。經過如上的檢討以後，我們選取了適合於CAC的教材。

(2) 設定目標

設計課程以前，我們認為，第一重要的工作是，不但是討論，讓他們學什麼？為什麼讓他們學？而已，同時也應該確立這些決定的依據。然後，再設定，這些項目應該要教到什麼程度的事宜。

這個時候，也應該充分的考量電腦，也應注意既存課程的方法，並要加以統合。應該傳授什麼概念，又，這些概念，對於學生，或許對於數學上，有什麼意義？檢討這些以外，同時也應該確定，在施行上，電腦的支援是否可能的事宜。

(3) 學習目標的設定理由及其目標的分析

學習目標分成下列的三個目標：

(a) 知識與理解

概念、用語、公式的必然性，及其內容的理解。

(b) 技能

能使用概念、用語、公式的技能。

(c) 數學思考・態度

培養，遇到未知問題時，能夠利用既得知識，加以分析，推論，並進行解決問題，甚至於，將既得知識，加以一般化，統合化，而將其結果，利用在解一般問題上的能力。用以上(a)(b)(c)的3個觀點，進行目標的分析。

下面說明其具體的程序。

1. 所需項目的研究

爲了達成，“要教什麼”的階段所獲得的目標，研討究竟需要那些數學材料，並加以整理成項目。

這些數學材料就變成了，爲實現上述目標的教學法結構的基本素材。這時候，再留意下列各點。

(a) 因爲，在本課程的計劃過程上，已經假定要利用電腦，所以這裡所指的教學法，要充分考慮到利用電腦的情形。

(b) 這些項目裡面，應該要包括，所要施教項目的數學概念，並必須一一找出其數學教育上的依據。

2. 全體結構的計劃

不必考慮現在教科書的結構。要以“要教什麼”，作其核心，做到“具有系統”的課程編製爲目標，將必要項目加以做適宜的排列。

每一項目，再加以分成更細的項目，接着加以作階段的細分。

3. 所需Key word（術語）的整理

Key word 是教科書編製上不可欠的東西。培養利用數學方式記述來思考事物的態度上，術語也是極爲重要的要素。因此，先選好認爲需要的數學用語、記號，如果以後發現有需要的術語，再加以逐次的追加。

(4) STEP 的研究

由(3)所施行的目標分析產生出來的各個項目，我們就稱它爲一個STEP（階段）。由定義可以瞭解，STEP與學習目標的設定方式，以及學習目標分析的進度，以及“要教什麼”頗有關連。另外，學生學習時，是否依照我們的預估，很順利的進行學習，在檢證時，也擁有很重要的關鍵。

數學概念的履修上，給予故事化，也是我們利用STEP學習的一個目標。

爲了數學概念的獲得，假定有下面的STEP。

- (a) 把握過程
 - 面對新問題
 - (b) 嘗試解問題過程
 - 嘗試以具體方法處理
 - 與學過的數學知識做比照
 - 再回顧原問題
 - (c) 注入新理論過程
 - 注入新的理論
 - 將該理論 Algorithm 化到能做具體檢證的程度
 - 以問題場面確認新理論
 - (d) 重新編排知識體系過程
 - 將理論加以分析，並加工到學生能以其具有的數學體系面對該理論
 - 讓學生具有數學體系的重新編排能力
- 有意用 STEP 方式學習時，要充分考慮上記(1)(2)(3)(4)的概念獲得過程。
- (5) Course ware 的編製

將前述 STEP 的排列，詳細記述下來的就是 Course ware。

這個，可以稱做學習過程的設計，具體教科書，應該就要遵照這個編製啦。

- (6) 教科書的編製

我們特別要注意的是，這種教材開發是；充分考慮到電腦所具有的特性的，不是在靜止畫面上，單單附一些說明文的形式，所以應該多顧慮，學習者，按照 STEP 的過程，自然能形成概念的情形。

第 2 節 輔助軟體製作上的留意點

製作輔助軟體時，請注意下列的論點。

- (1) 具有泛用性的程式

要時常留意，“程式製作是指令群的累積”，要期求具有獨立的泛用性的程式。所謂“具有泛用性”是指，不依存種種狀況的程式，任何狀況之下，都不必注意程式內容

，可以使用這程式的意思

(2) 學生容易操作的程式

希望所作成的軟體，使學生沒有特別感覺到“我在操作電腦”的意識，好像在筆記簿上筆記一樣，能輕鬆操作的東西。

本課程的軟體是持有不必有太多輸入鍵盤操作的功能。

(3) 給學生有自由度的程式

在嘗試錯誤的階段裡，如果有太多不必要的限制，在指導上可能會讓學生分心，集中在一個無法預想的場面，是很不切適。

譬如，在本課程的軟體中，在學習歸納法的程式（點分割程式，面分割程式）中，設置了嘗試錯誤的階段。在這裡，學生可以利用“Mouse”，自由畫出直線。

(4) 在指導上擁有收斂性的程式

無法避免有學生看不到的限制。在Open end 問題的解法上，嘗試錯誤的階段是很重要的過程。可是，在已確定其教育目標的課程中，指導預計某一程度的收斂是必要的指導。

(5) 相互聯繫

以群體開發的形式，想達成有效率的開發，就需要有相互密切的聯繫。重複作業不但是無效力，同時，要修正時，或要統合時，都會產生困難。

第三章 C A C 的實踐

第1節 教科書的編製過程

——單元名稱：有限數列——

本單元以“有限數列”為題名。有限數學中，“數列”是一個獨立且非常重要的概念，大多數人應具備的教養。為解出自然現象的一個手段而言，“數列”的想法也是很重要的想法。

(1) 在於現行課程的問題

1. 在數列概念的導入裡面，應該特別強調，數列是因為有規則性才形成的事情。
2. 在導出公式的時候，如第一章第 4 節所提的說明，應該盡量讓學生自己設法去推定。
3. 以歸納法的思想設立的練習問題，數量嫌不夠。

(2) 目標的設定理由及目標分析

1. 必要項目

① 數列規則性的發現

(a) 爲了數列的導入

要設法來引起學生的興趣，利用嘗試錯誤的設定，讓學生自己設法發現其規則性，經過處理很多數列的練習，以及用式子表現數列，讓學生體會其中的趣味。

(b) 爲數列的歸納解法的導入

利用電腦，可以使數列的歸納定法的導入，比以前更容易做到。

(c) 爲數列分析的橋樑

要刻意選出，可能對於數列分析的導入也有幫助的，牽連到數列和的數列，例如三角數、四角數是很恰當的問題。

② 數列的分析

經過有體系的處理數列，讓學生將導入時體驗到的各種各樣的概念加以體系化。

③ 數列與解問題的過程

我認爲“數列的歸納式想法”在實際解問題的過程上，是一個非常重要的手段。當遇到各種問題時，用數學語句將它翻譯，以歸納方式去解決它，培養這樣的數學態度就是我們所求的。

2. 全體結構

① 數列的想法

② 數列的和

③ 數列的歸納式想法

3. Key word 的整理

(3) Step 編製與學習計劃

我們在，(2)學習目標的設定與其設定理由以及目標的分析上，花了很充裕的時間，將 Step 從抽象的東西分析成具體的東西。經過這樣的過程才作成 Course ware 構造分析表。

Course ware 構造分析表裡，列出 Step 的配列的同時，也說明了每一 Step 的意義及我們的目標，並列出了關係密接的用語 (Key word)。但是與前面的 Step，有著很密切的從屬關係的 Step，就不再重複列出其用語 (Key word)，避免有重複。單單用語 (Key word)，應該出現在那一個 Step，這樣的調查也可以很明顯的看出學習計劃的流程。在具體編製教科書時，確信會帶給我們在決定 Course ware 的輪廓上，有很大的幫助。

第四章 C A C 的實驗

——於早稻田大學本庄高等學院所做的CAC實驗例子的報告——

如上述報告，為了解決目前數學教育上的問題，以及報答各方面的期待，所研擬出來的課程就是這個 COM 方案，而能夠充分發揮其特性的觸媒我們認為是 CAC。換句話說，以 CAC 的構想利用電腦關係到課程的結構。因此，CAC 的實驗目前想要在教室裡實行，就不得不依照高校現行課程實行模擬例不可。

下面報告早稻田大學本庄高等學院裡所做的模擬實驗，及其研討。同時也想提一下，隨著今後的實驗，逐漸會顯示出來的評量的問題。

第 1 節 現行授課的環境

早大本庄高等學院是，早稻田大學迎接百周年時，當作其紀念事業之一所建立的附屬高校，每班 40 人，每學年有 6 班的學校。學生祇要獲得規定的成績就可以全部保送到大學部。由於這規定，其課程結構，內容都考慮到與大學的學習內容能夠圓滿銜接的東西。數學科所使用的教科書是高專用的教科書與通常高校用的在內容上有些不同。

本校課程規定三年級時有選修科目。利用其中叫做「計算機數學」的學科裡所用的機器，我們進行了CAC 的實驗教學，並計劃作其成果的評估。

這次實驗，我們使PC-8001 十部，FM7 十部，PC-8801 七部。因為，PC-8001 與FM7 沒有 disk system，所以祇好用 data recorder 來做 load 及 save。由於這關係，上課時用的講義也不得不準備 3 種。下年度希望把機種統一，減少一點這方面的麻煩。

我們的上課形態是下面的情形。

首先，在年度的開始，依照課程與教科書的內容，選擇了我們認為可以利用 Personal computer，學生自己能夠做檢證的內容。通常隨著進度，遇到出現所選擇的內容時，就事先通告學生，「下一節課到電腦室上課」。教材的程式，上課的重點，以及指定要做 Program list，report 的講義也同時給學生準備好。

(1) 教材程式

現在所施行的方法是，每班選出志願學生三名（每一機種一名），在半田老師的指導下，在上課之前一天，將程式加以 Save 起來，在上課前的休息時間再加以 load，使得上課時學生祇做 run 的地步就可以的狀態。作程式的重點，有下列的各點。

1. 盡量給予簡化

所使用的教材，並不是具有面面俱到的機能，也不是含有盛載很多畫面資訊的很長的程式，程式是盡量加以簡化的，使得它不含有太多不必要的資訊。理由是，如果要那麼長，可能實際擔任的老師沒有那麼多的時間來準備。除了這個現實問題以外，還有下面的問題。

如果較難的程式，學生在操作 Key 時萬一有所失誤，就很難給予修改。還有，下課以後，或回家復習時，如果程式愈簡單，初學的學生就愈容易瞭解，也較容易創出個人的技巧。

2. 畫面要單純，多餘的資訊盡量讓它不在畫面上出現。

3. 操作容易，要輸入的 data 種類應減少到最低限度。

CAC 決不是要使用很棒的 Personal computer system 與很好的 Software library 才能達成的東西。相反的，我們希望像現在多數學校祇擁有貧乏的硬體的情況之

下，它仍然可以有效的施行的。

(2) 分發給學生的講義

上課前分發給學生的講義有下面的幾種。

1. 程式的 list，操作應注意事項，列出詳細操作程式的順序與方法的講義。
2. Report 所要的課題

實驗後我們規定學生一定要提出實驗報告。報告內容應含有個人實際確認出來的具體例子，整理以後所得到的一般化理論及其研討。這些規定事項，上課前必須要清楚的寫在黑板上，讓學生有所準備。

(3) 上課

讓學生看清楚講義之後，各自的將已經 load 好，在 Stand by 的機器開始做 run，進行實驗。因為一班有 45 名學生，所以每部機器分配有一至二名學生做實驗。

開始時，選擇較基本的一兩個例子，讓學生進行實驗。比如

* 極限的一節就選， $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ 或 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$

* 指數，對數之節就選，畫 $y = 2^x$ 及 $y = \log_2 x$ 的圖形。

然後，就讓學生各自的選擇自己喜愛的極限或圖形，自己去確認出來。

大體上，各自選擇 3 個至 4 個例子，加以確認，一小時的上課時間差不多就結束。

第 2 節 研 討

下面想報告，到目前為止的上課中所發現的各種心得。

(1) 時間・機器

1. 時間的不足

上課內容、程式、報告課題的說明，基本例子的講解之後，讓學生自由選擇問題做。在一小時的上課時間內，祇能做到極少數的例子而已。如果這樣的上課，要讓每一個學生獲得滿意的結果，可能需要像其他藝能科一樣，有二小時連續的上課比較理想。

2. 機器

有關硬體部分，在目前來想，首先應該考慮使得 Floppy disk 在每一部機器都能用，做為機種的統一是第一點。

以部數來說，現在是分配兩個學生合用一部來進行上課。但是以過去的經驗來談希

望每一學生有一部機器。使用同一部機器的學生數增加，可能發生，「這樣的情形，我想特別來詳細實驗，來寫報告」，有這樣的慾望的學生，沒有辦法獨自一人進行實驗，同時，學習慾望較弱的學生又可能躲在其他學生的背後，一小時沒有做任何事就過去。一人一部就不可能發生這種事情。

機器的機能來說，如果要作面面俱到的軟體，可能就需要機能上極優的機種。但是，像我們這個例子來說，經有教師提供簡單的軟體，想引發學生內在的動機，剩下的就期待學生本身主動的研究心，這樣的方針所實行的上課來說，不管是怎樣機能的電腦都可以充分達成效果。

實際上，從上課後學生所提出的報告中，我們發現寫出頗有深度的學生也不少。另外，從定期考試也可以看出，用這種方法上課的內容部分，特別是，有關圖表、圖形的部分，學生獲得很好的成績。好像應證“百聞不如一見”的諺語一樣，比起從來的上課，從黑板直接添鴨到學生的圖表，與學生自己動手確認的圖表比較，當然後者的印象較深是不容懷疑的事實。

這種上課的特色之一，“爲了幫助理解，或許必須當做知識確認的東西，先舉 2 至 3 個例子讓學生確認後，讓學生各自選擇例子實驗”是前面已說明過。這個方針，從問卷調查裡，或學生的報告裡，我們發現到頗受學生的歡迎。實際上我們也遇到過，本來自己說不喜歡數學的學生，放學後仍留在學校繼續做各種例子的實驗，而提出頗有深度結論的報告的例子。有了這事以後變成喜歡數學，這種期待也不是緣木求魚了。

(2) 是否要教 Programming

由問卷調查發現，隨便想學 Programming 的學生也很多。

這個問題，我認爲應該研討。做 Programming 的能力，即 Computer literacy 是否與現在被認爲是數學“能力”的能力有所關連，Programming 能力是否能幫助培養解數學問題的能力。

單單考慮 CAC 的目標時，同時還要教 Programming，我認爲是逸脫了其本質。如果 Computer Literacy 真有那麼多與數學的本質有關連，得於證實，那麼這個問題，將來就應該當做數學課程的全面性的問題來考慮啦。

這樣，把電腦當做筆記或鉛筆來用，對於數學的一個內容做 Open end 式的探究，這樣子利用的時候，最低限度的 Programming 的知識是必需的。

實驗我自己選擇的例子時，有時候也需要把程式停下，去模弄一下函數或變數的定義文。有時候也需要把程式中的 Loop 的 STEP 改一下。因爲考慮到這樣的問題，所以

才把寫上操作方法的講義一定分發給學生，可是以教師的立場來說，花了很多心事，也變成很大的負擔。失誤所引起的 ERROR，還有放學後的自習也成了問題。

看了程式以後，究竟用那一種 Algorithm 處理問題，或者，是否有更好的 Algorithm 可以用，有志氣的學生當然可能產生這樣的問題。

由於上面的理由，常常會想到，在這樣的 Open end 的授課之下，希望讓學生也擁有最低限度的 Programming, Algorithm 的知識，這一點可能是今後的一大課題。

(3) 早稻田大學本庄高等學院的課程與實際利用電腦授課的內容。

1. 本校的課程是

一年級……數 a，數 b

二年級……代數幾何，基礎解析

三年級……微積分

2. 實行本實驗部分

數 a 2 班，數 b 1 班，基礎解析 1 班。

內容是：

* 數 a ~ (1) 因式定理與圖表的關係。

數 a ~ (2) Fibonacci 數列的產生， a_n / a_{n+1} 的收斂情形。

數 a ~ (3) 複利計算的數的變化情形，高利貸款為題材。

數 a ~ (4) Pascal 三角形

* 數 b ~ (1) 投手所投出的球進入好球帶應怎樣投。

具有初速 v ，投出去的仰角為 θ 所對應的二次函數的圖形。

數 b ~ (2) 分式函數的圖形

數 b ~ (3) 指數函數的圖形

• 與其底的關係

數 b ~ (4) 對數函數的圖形

• 與其底的關係

• 與指數函數的關係

數 b ~ (5) 三角函數的圖形

• $y = a \sin \ell x$

固定 a ，讓 ℓ 變動。

固定 ℓ ，讓 a 變動。

- $y = a \cos \ell x$

- $y = \tan x$

* 基礎解析～(1) 求極限值，

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

- 自由選擇

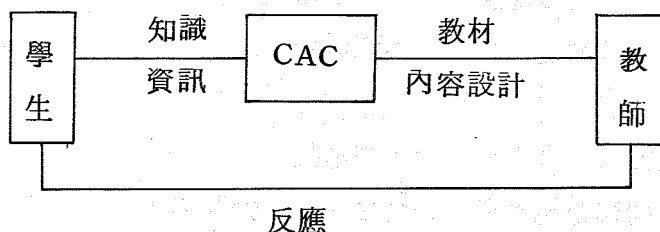
基礎解析～(2) 函數圖形與微分

- 切線斜率與微分

- 平均值，Roll 定理的確認。

第 3 節 評 價

作出一個 CAC system 時，重要的關鍵是，當然要測出實際使用這個 system 學習的學生的達成度，可是也千萬不能忘記要常 Feed back 學生對於這個 system 的反應，而考量這 System 本身的達成度。這一點，CAC 也是一樣。由下圖可以看到，CAC、教師、學生三方面，時常互相有資訊的傳遞，互相有促進提高教育效果的關係。



如何解說這種互相傳遞的資訊，又如何使它有作用，是一件很重要的事情。這樣，〔評價〕才有意義。

(1) 學生達成度的評價

在 CAC 的構想中，片斷的知識，還有，雖然是為了解問題，可是沒有發展性的技巧是不處理的。另外，因為在性質上，所處理的內容較緊湊，又較深入，教師要評價時特別要謹慎定出其基準才可以。在一小時內，利用 Personal Computer，學生究竟能檢證什麼，可能有人會提問其目標的所在，因此教師不能提出內容較貧乏的教材。也可以說是，因為關連到密度較濃厚的授課的關係。

爲了評量學生的理解度，我每次都讓學生提出針對課題的報告，做爲評價的一個手段。這方法，一方面我認爲可以讓學生在上課時間可以確認其目標以外，在所討論的地方可以獎勵他們做更深入的研究。這一點我認爲有了效果，但是對於一個教師來說閱卷的時間也太多。

另外，在現行高校課程中，加入 CAC 教學時，以同樣內容，同樣時數，與通常的教學比較，學生的達成度有什麼差異，是一件頗有趣味的比較。有關這方面，在今年度我計劃利用兩種不同的這樣的班級，用同樣的 Paper test 來確認其結果。

(2) CAC 的評價

1. Soft ware 的評價

上課用的 Soft ware 是否妥當，成爲了一個問題。比如，

- ① 被選成 Soft ware 主題的內容，對達成教學目標是否妥當。
- ② 假定滿足(1)的條件，Soft ware 所顯出的畫面資訊，對於學生是否合適？
- ③ 假定滿足(2)的條件，其 key 操作是否簡便？

如果學生的達成度比預估低，以上的那一點有欠缺，需要做檢討。

2. 課程的評價

所組成的內容，以及所予的教材，是否對於該章內容的理解妥當。1 之①是指部分性的問題，這裡所指的是以全年作考慮，課程的組成方式，教材的設定之類，全面性的檢討。

3. 評價材料

上面 1.2.兩項的評價，需要取怎樣的材料，是一件難問題。

現實上，從學生方面能得到的資料，可能是 Paper test 的結果、報告、問卷調查，這些而已，種類很少，下面分別來說明一下。

利用 Paper test 的結果做評價時，如何取基準來判斷，可能是問題。比如，從其結果想來判定 CAC 的效果時，如果其母群體的學生群體，水準很平均，可能就比較有意義。但是，如果母群體的水準異常的高或低，判斷有無效果，可能就沒意義了。由於這樣的觀點，單單透過本校的例子就想說 CAC 有效，可能太武斷一點。希望今後逐漸出現更多的例子，也想看到各種不同學校的例子。

相反的，用 Paper test 的結果，想瞭解學生的傾向，假如假定 CAC 有效，可能就可以做到。

如以上各點來看，想正確評價 CAC 的效果，需要有更多的例子才可以看出來。

問卷調查的答件可能容易受取誘導，又可能傾向於其意圖的欠點，但在瞭解學生的意見及期望上較有效力，我們的問卷，儘量把問題細分，在數直線上刻了選目，其量也儘量限制在能負擔的起點程度，與每次提出報告時，能夠隨便提出的問卷形式。

但是，參加這種上課雖然很有趣，但要提出報告，又要填問卷，是很討厭，隨著次數的增加，學生的這種意見也增加，如何處置是一個問題。

第五章 總 論

以上，爲了想突破現狀的問題，指望未來數學教育的發展，從第一章開始一直到第四章，報告了我們的試驗方案。這個方案是，依照指望做從來課程的劃期性改革的 COM 思想，以其觸媒的立場，CAC 思想所擬出來的方案。

電腦逐漸的佔住了推動現代社會效率化，科學發展，很大的位置，同時在教育上也是一個很大的試金石，比起舊的在黑板上用粉筆畫出的圖形更能夠提供更具體的圖形，又能夠用幾百、幾千、幾萬分之一的時間，可以算出比學生花一個鐘頭求出來的近似值更正確的近似值。祇要知道程式設計的簡單敘述語言，就可以把鍵盤和顯示盤像自己的鉛筆和筆記一樣的使用。

有一個東西正在做很大的變化。教師與學生、筆記、鉛筆、黑板，這些教育上的角色正在變動。以教師方面來說，可以完全不計較計算所費的時間，充分的準備，學生可以一小時內完全用在思考上面的內容給予學生。學生方面也一樣，不需要花費時間做模式化的計算，可以完全用在思考上面做思考。如果高校數學是，讓學生就一個問題，這裡想一想，那裡想一想，而去享受求出一個確定結論的喜悅的學問，那麼，由於電腦的使用，上課可能更能提高本質的喜悅。

但是，無論是 COM 也好，CAC 也好，或許是其他的想法，防障這樣的新嘗試的實行，讓高校數學仍然停留在以前的形態，可能是出自在我們精神中，對於未見過的對象所持的保守性，以及由這保守性所抑制住的資料貧乏所引起的。希望擁有同樣想法的各位先生，多提供各位的高見，又期望能獲得現職各老師們的寶貴的試驗報告，來促進 COM 與 CAC 理論的發展。

參考文獻

1. 寺田文行
日本科學教育學會における數學教育研究への誘い
(科學教育研究, vol. 10, No.1, 1986)
2. 寺田文行
Present Status and Future Scope of the Use of Microcomputers in Mathematics Education.
(科學教育研究, vol. 10, No.2, 1986)
3. 寺田文行, 松山正男(他3名)
English Education Using Multi-Media CAI System Use of THE SYSTEM in Meeting the Needs of English Language Education.
(IFIP (MCSE'86), 1986)
4. 寺田文行, 藤田宏, 島田茂
Toward a Mathematics Curriculum in the Form of the Cord and Option-Modules.
(Educational Policy Seminar Papers: The City University of New-York, 1986)
5. 寺田文行, 洲之内治男
Mathematics for the Student Science and Engineering.
(I.U.T., 1986)