數學與成就

石厚高

臺北市立建國高級中學

民國七十五年一月三十日，中國時報副刊有一篇文章“意識形態的追逐者——試論唐文標”與七十五年三月三日該報的“追逐者的意識形態”談到“數學成就”的問題，很值得玩味。

“意”文有這樣一段話：“唐文標在大學教數學，可是他在數學方面不能說有什麼成就”，激怒了唐文標的哥兒們爲文駁斥，“追”文說：

數學與成就

數學是唐文標的職業，在數學上有沒有「甚麼成就」，在搞數學的人之間是一種相對的、主觀的意見，數學家誠然可能有好壞之分，但即使是「壞的」數學家到底有沒有什麼「成就」，是誰也不能下定論的事，在今天這專業知識分工細密點滴累積的世界裡，有哪一個數學家敢在大庭廣衆中斬釘截鐵的說另一個數學家「沒成就」或是「有成就」？除了得諾貝爾獎的是公認有成就的之外，不得諾貝爾獎的科學家多的是，科學家之間不能用「成就」定他們的性，作家也是一樣……

在把數學和成就聯想在一起的人的心目中，數學、以及自然科學的世界是一個英雄的世界，它的歷史、它的全部內容都是少數幾個特出的人一手創造的，在這種觀點的背後，是一種很幼稚的教育哲學；讓體育明星去創紀錄，製造成就，其它的人都可以一輩子不上體育課、不做運動，……

受初等數學教育，是任何一個國家國民的義務，而對數學發生興趣，是不必也不該以「成就」作爲誘引的。

這段文字很有意思，如果得了諾貝爾獎才算有成就的話，那麼有成就的人實在是太少了，唐文標的哥兒們，替搞數學的人講出了外人難以理解的眞象，我也有一些感想。

民國四十三、四年至五十年之間那個時代裡，經常有社會青年或軍中青年發明了“數學定理”，以“三等分一角”最多，其次是多次應用Ptolemy 定理，即圓內接四邊形相對兩邊之積之和等於對角線之積，得到了一個邊長之比的結論，於是招待記者，報章發表並讚美他們的“成就”，相對的大學數學系與數學研究所就備受責難了，因爲他們太沒有“成就”了。爲此當時的中央研究院數學研究所就發表了一篇談話：

> ……大家看到了很多社會青年有“天才”的發明，而數學系數學研究所的數學工作者毫無“成就”，數學工作者所研究的不是一般人能瞭解的，也無法用通俗的語言介紹給社會大衆，報章所載的“發明”充其量也不過是作了個平面幾何習題罷了，實用上既無價值，更談不上在數學的研究或教學上有什麼可資借鑑之處了……

（手邊無該文，大意如此。遺憾！）

那個時代的人比較謙虛，自稱“數學工作者”，要是在今天又要“數學家”如何如何了，筆者存有數份當年剪報，這張泛黃的報紙當時沒有記下日期，不過其中有句這樣的話“十一日是大科學家愛迪生一百十三週年誕辰”，而愛迪生（1847-1931），以此推算應爲民國四十九年。標題是“農家子弟，數學天才”，第一段寫著

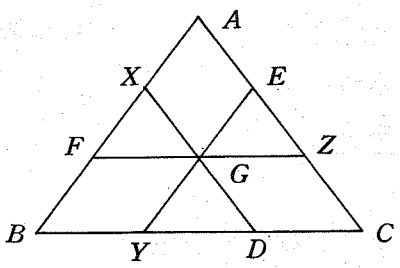
> ……一個天才被發現，一顆星自蘭陽平原升起來，這顆星正步步升高，並發出光亮。
>
> 這位被發現的天才，是位年僅十七歲的農家子弟△△△，省立宜蘭中學高中二年級的學生，他在幾何學中，以「應用相似三角形的幾何定理」，發現了三項定理……

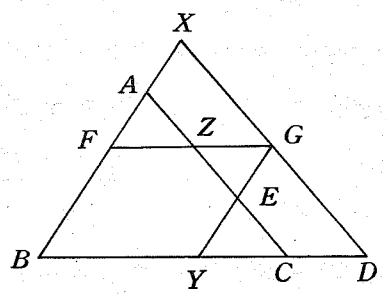
讓我們來看看他發明的定理，爲節省篇幅，僅列出定理一。

一、自$\triangle ABC$ 內（外）任一點G引此三角形三邊之平行線$DX \parallel CA$, $EY \parallel AB$, $FZ \parallel BC$

則
$$\frac{AF}{FB}\cdot\frac{BD}{DC}\cdot\frac{CE}{EA}=\frac{FZ}{FG}\cdot\frac{EY}{EG}\cdot\frac{DX}{DG}$$

且
$$\frac{DG}{GX}\cdot\frac{EG}{GY}\cdot\frac{FG}{GZ}=1$$





大家看了不知作何感想。

另有一張泛黃的中央日報副刊剪報，當時也是沒有記下日期，大約是民國五十年左右的，這篇文章的標題是“幾何三大難題拾零”，開場白有這樣的一段話

> 編者按：有幾位讀者投函本報，談到幾何三大難題的解，茲承中央研究院數學研究所柏堤先生就此加以解說。柏堤先生附函並說明：這一類關於幾何三大難題的解法所中時常接到，從他們的來信得知道其中有軍人、高中學生、以及大學中數學系以外的學生，他們大概從高中數學教員處知道幾何三大難題的命辭，但非常不幸高中先生都沒有將這些題目在上一世紀已獲交代一事告訴他們，因爲自從可換體理論，及圓周率的超越性爲人們所知後，我們已經知道幾何三大難題是不可用圓規直尺作圖的，一般解這些題目的不是證明錯誤，就是用到高次曲線，用高次曲線來作這些題目希臘人已經知道，在數學上亦無多少意義，所以我們接到此類來信時，總是找出其錯誤，並介紹他們一些書籍，但這些解法實在接到得太多，我們雖然覺得有許多人朝這方面想是很好的事，可是我們必須坦白的指出這種精力的浪費是毫無代價的。所以我寫了這篇小小的東西作爲對幾何三大難題有興趣的人一個公開的回覆，希望從此不再有人作幾何三大難題，轉而將他們的興趣貫注到近世代數學來。

去年十二月「數學傳播」第十一卷第四期（44）拙著“以多項式表質數的問題獲

致結論”好像有點“創見”，不過這個“創見”不是我發現的，是七十五學年度建中高三畢業生我的學生羅烈熹所發現的，他提出來以後我馬上寫下投往數播，第一天寄出，第九天就收到數播審稿人的意見，要我把它證明一下，我證好以後寄出；很快又收到數播寄來審稿人的意見，我非常佩服他的修正，不過其中一句

因多項方程式 $f(x)=0$ 或 $f(x)=1$ 或 $f(x)=-1$ 的整數解最多只有 3n 個。

我把它的前面加了三句

因　多項方程式 $f(x)=0$ 的整數解最多只有 n 個，
　　多項方程式 $f(x)=1$ 的整數解最多只有 n 個，
　　多項方程式 $f(x)=-1$ 的整數解最多只有 n 個。

因爲審稿人寫的是“數學文言文”，加上這三句就成了“數學白話文”，我爲什麼要這樣改？這就說來話長了。

若干年前某日早晨我剛到學校，就有個學生拿著課本問下面的箭頭方向爲什麼會成立？

那一段是在講行列式的展開，設 a，b，c，……爲行列式之元，而 A，B，C，……各爲其餘因子，則

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = aA + bB + cC$$

而

$$dA + eB + fC = \begin{vmatrix} d & e & f \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 0$$

他是個很用功的學生，有課前預習的習慣，這裡他沒有看懂，就來問老師，我一看這一段就忍不住要笑，編書而不教書的人是永遠也想不到學生會有這種問題的，箭頭所指的地方是“數學文言文”，編書的人以爲這些地方太容易，這都是“盡在不言中”了，其實多加幾個字就很清楚了：

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = aA + bB + cC \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

(1)　式左右兩邊之 a , b , c 各以 d , e , f 取代即得

$$dA + eB + fC = \begin{vmatrix} d & e & f \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 0$$

這一來，原來箭頭所指就成了“數學白話文”了。

所以說，如果不進學校而自學的話，數學是比較難以自修的，對中國人來說，自修國文比自修數學要容易多了，“幾”文中的“不知多少人曾經一度爲自己獲得了幾何三大難題的肯定解法而歡喜欲狂……這些人最終均被批評者指出錯誤而消沈於無數的幾何三大難題失敗者之中”是最好的說明。

“以”文是一篇“小文”，雖然是一篇小文，合羅烈熹老弟、作者與審稿人三人之力才完成的，我很有“成就感”，當然是“與有榮焉的成就感”。

我教了二十五年的數學，到目前爲止寫譯了大約一百二十萬字左右，“以”這篇小文才讓我有一點點“與有榮焉的成就感”，看來“成就”是很不容易的，也難怪有人要說“唐文標在大學教數學，可是他在數學方面不能說有什麼成就”了。