

數學教育研究

——英國與澳大利亞

卜思博士 演講

林福來 筆記

國立臺灣師範大學數學系

壹、英、澳數學教育研究的異同

英國與澳大利亞兩國的數學教育研究，共同點是兩國的教育理念相當一致，因此有很多類似的研究。在數學教育方面，兩國都認為：

- (1) 概念的了解是數學學習的中心。
- (2) 教學應以學生為中心，提供最佳環境讓學生自己建構概念。

基於此共同理念，兩國各有若干數學概念發展與概念的形成等方面的研究。

至於兩國在數學教育研究的差異，可從經費補助方式與地域性差異來看。

經費的補助方式，英國有很多國家級的大型研究計畫。因此可以探討較大的教學問題，同時因所得的資料豐富，可以發掘問題。澳國的研究都是一些個人的專題研究計畫，沒有國家級的大型計畫。同樣是數學概念發展的研究，英國進行一大型專題研究計畫，組成一個名叫CSMS小組的研究群，花五年的時間，同時探討中學生（11歲～16歲）對大部分數學概念（共十個概念單元）及物理與化學等自然科學概念的了解情形。而澳國就只有一些零星的數學概念了解的研究。英國中學生數學概念了解的情形，在CSMS的報告中可窺全貌，澳大利亞就沒相對的報告。

地域性的差異，主要是各研究計畫進行中，研究者相互間溝通方便與否的差異。英國（尤其英格蘭地區）經常性的數學教育研討會每季都有，分由數學學習心理學會、數學教師協會等舉辦，每年總有五、六次研討會，由於區域不大，研究者很容易碰在一起討論研究問題。反觀澳大利亞，由於幅地廣大，研究者不易聚在一起討論。

貳、英、澳數學教育研究的方向

英國近年來的研究主要有下述幾類：

1. 數學概念發展／形成。例如 CSMS 大型計畫。
2. 教學研究。

(1) 診斷學習困難。

(2) 發展教案。針對學生感困難的單元，錯誤概念發生的原因，發展教案。例如：代數、比例、圖形及分數等概念及單元，都已有完整的報告。

3. 階梯評量。

例如學音樂，一層次學好再往上學高一層次的曲子。數學教材也可以分層次，學生像爬階梯一樣，一層次一層次往上學，中學（義務教育）畢業時，每人有不同層次的數學成就。

4. 計算機與數學。

(1) 電腦輔助教學。

(2) LOGO，即烏龜幾何的學習對數學能力的影響研究。

上述第 2 及第 3 兩類的研究，主要根據第 1 類研究的資料，所進行的後續性研究。

澳洲由於第 1 類研究的資料太零散，因此缺乏第 2、3 類的研究。澳洲所進行的，除了 1. 數學概念發展這一類之外，比較多的研究是下列幾項。

2. 教室環境：進入教室觀察

(1) 學生學習態度。

(2) 學習成就。

(3) 老師特性。

(4) 語言問題。

澳洲由於外來移民多，有很多母語非英語的學生，所以語言是學習上的一影響因素。英國這方面的問題少。

- (5) 性別差異

語言問題與性別差異所以受重視，主要是政策的影響。澳洲教育部長是女性，她本人對這兩方面的問題相當重視。

3. 資優教育

英國沒有特設的數學資優教育。澳洲則有若干資優教育研究。對資優生需輔導與否，澳洲持肯定的看法。理念是一般的數學學習環境對資優生而言是不平等的學習方式。

4. 數學理論探討

英國在學習理論研究的代表人是 Skemp 博士。

澳洲則有多人，熱衷於新式皮亞傑理論的研究與應用。

參、英國數學教育研究例：

1. CSMS（中學數學與科學概念）研究群

這是倫敦大學主持的一個大型研究計畫，歷時五年。（1974-79）。對象是11歲到16歲學生（英國學童5歲入學，11歲是六年級）。

研究目標：

- (1) 探討學生對各個概念了解的狀況。
- (2) 建立各概念的發展次序。

研究結果：

- (1) 各試題的答對率。
- (2) 各概念了解層次。
- (3) 各概念的錯誤型態。

各概念的了解層次，由易至難，分成1、2、3、4等層次。每一層次的題目特性，以解題時的數學能力來描述。

研究前，期望低年級在前一、兩層分布較密，到了高年級應該大部分往最高層次移動。

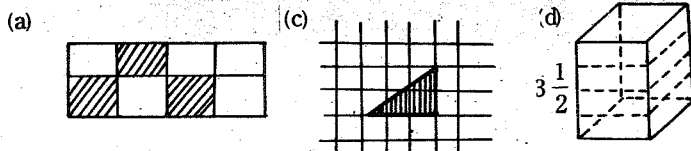
結果却發現，不管高、低年級，不管那一個概念，低層次學生所占的百分比却比預期的高很多。年齡增長，概念了解並沒增進。

兩年後重測，更發現有40%的學生所屬層次不變，另外48%的學生只前進一個層次。

一些第一層次的問題，例如：

- (a) 斜線部分占幾分之幾？
- (b) 在方格紙上描出點（2，5）。
- (c) 求三角形面積。

(d) 求體積。



這些題目可說都很簡單，但各年級不會的學生仍然很多。因此，不得不深思為什麼？怎麼辦？

由於這階段的研究，刺激了接續的教學實驗研究。

2. SESM（錯誤分析與補救教學）研究小組。

這也是在倫敦大學為中心所進行的研究。

對象：12歲～16歲。

單元：比例、代數、分數、圖形。 期間：1980～83。

研究目標：

- (1) 找出學生錯誤的原因。
- (2) 發展補救教學教案。
- (3) 實驗教學。

研究結果：

- (1) 找到主要錯誤型態的原因。
- (2) 完成教學實驗。

本研究的啓示是：

- (1) 以學生的學習困難，錯誤原因為基礎，設計教案教學，是可行的。
- (2) 了解各單元教材所需的時間，遠比一般教師認為的要長久。

後記：本文是七十五年十二月十八日，卜思博士在台大數學系的演講詞中摘錄下來的，並非全部講詞。